

Élasto-capillarité : Poils mouillés, Origamis, Cloques

José Bico

▶ **To cite this version:**

José Bico. Élasto-capillarité : Poils mouillés, Origamis, Cloques. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2011. tel-00672650

HAL Id: tel-00672650
https://theses.hal.science/tel-00672650

Submitted on 21 Feb 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

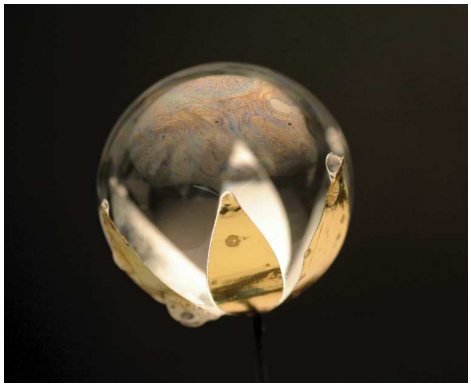
Laboratoire de
Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes
(UMR 7636 ESPCI – CNRS – Univ. Paris 6 & 7)

Thèse d'Habilitation à Diriger des Recherches
de l'Université Pierre & Marie Curie

présentée par

José Bico

Élasto-capillarité : Poils mouillés, Origamis, Cloques



soutenue le 13 juillet 2011 devant le jury composé de :

Élisabeth Charlaix	Professeur, Université de Lyon 1	rapporteur
Emmanuel de Langre	Dir. de Recherche, École Polytechnique	rapporteur
Jean-Christophe Géminard	Dir. de Recherche, ENS Lyon	rapporteur
Jean-François Joanny	Professeur, Institut Curie - UPMC	examinateur
Emmanuel Villermaux	Professeur, Université de Provence	examinateur
Alfred Crosby	Professeur, UMass Amherst	examinateur

Remerciements

Le jury :

Je remercie chaleureusement les membres du jury qui ont eu la gentillesse d'accepter d'arbitrer ce travail malgré des emplois du temps chargés. Un merci particulier au rapporteurs, Élisabeth Charlaix qui était déjà présente dans mon jury de thèse, Emmanuel de Langre et Jean-Christophe Géminard qui a assidûment corrigé les nombreuses coquilles de la première version du manuscrit. Jean-François Joanny dont j'avais jadis lu et relu la thèse sur le mouillage a accepté de représenter l'Université Pierre et Marie Curie et de présider le jury. Emmanuel Villermaux a su braver les aléas de la SNCF pour venir de Marseille. Enfin, cette habilitation m'a également donné l'occasion d'approfondir nos liens transatlantiques avec l'Université de UMass à Amherst représenté par Al Crosby.
Pour répondre partiellement à Emmanuel (de Langre), une des principales sources d'inspiration de ce travail est la richesse des échanges au sein du laboratoire qui n'a rien à envier à ce que j'ai pu rencontrer dans des lieux prestigieux de l'autre côté de l'Atlantique !

Les chefs :

Il sont deux : Eduardo Wesfreid pour le laboratoire PMMH et Marc Fermigier pour la partie enseignement. Je tiens à les remercier tous les deux pour leur confiance et les encouragements généreusement prodigués depuis 8 ans.

Par un mystérieux talent qui *loui* est propre (l'accent argentin peut-être ?) Eduardo a su donner une seconde vie au laboratoire en encourageant le recrutement de jeunes chercheurs et l'intégration de nouvelles équipes, le tout en maintenant un équilibre subtil entre les institutions en jeu (différentes commissions du CNRS, ESPCI, Universités). Maintenir cet agréable cadre de travail n'est certainement pas une tâche de tout repos et je souhaite bon courage à son successeur... Eduardo n'a certainement pas eu la reconnaissance des "grandes" instances qui lui est due. En tout cas il a la mienne (et visiblement celle de l'ensemble du laboratoire). Je lui suis en particulier très connaissant de son appui constant pour développer l'activité mécanique du laboratoire.

Derrière l'air faussement sévère de ces moustaches de moniteur des Glénans, Marc c'est montré incroyablement bienveillant à mon égard. Recruté dans son groupe pour travailler sur des *filaments magnétiques colloïdaux*, ne voilà-t-il pas que je le lâche sournoisement pour étudier les *poils mouillés* en dérobant les instruments de son labo ! Nous avons cependant co-encadré une thèse sur des *gouttes soufflées* dans un contexte industriel délicat. J'ai énormément appris grâce son enseignement en mécanique des fluides (avec exercices de terrain sur les eaux anglaises et bretonnes) et j'ai beaucoup apprécié notre tandem en travaux pratiques. J'espère que sa nouvelle fonction de Directeur des Études ne ternira pas son goût pour les belles et minutieuses expériences. En tout cas, Christophe Clanet et Mathilde Reyssat ont pris le relais enseignement avec panache.

L'associé :

Une première rencontre à Marseille en 2000 incitée par un ami commun (Denis Richard). Benoît étudiait des plaques flambées[1], je m'intéressait à des problèmes de mouillage[2]. Après quelques retrouvailles postdoctorales (Benoît fabriquait des salades avec des sacs poubelle, je tiraillais des liquides pégueux), nous avons intégré par un heureux hasard le laboratoire PMMH la même année. Même génération 1972, mêmes copains (Charles Baroud était déjà dans les parages) et surtout même goût pour les expériences modèles montées au scotch à double face. Restait à trouver un thème qui puisse coupler élasticité et capillarité : les poils mouillés !

Premières expériences clandestines le 11 novembre 2003. Le thème s'est progressivement enrichi au fil des ans, en particulier grâce à nos interactions avec les *jeunes de l'ACI* (Arezki Boudaoud, Basile Audoly, Sébastien Neukirch, Mokhtar Adda-Bedia) et les visites de Pedro Reis, Charlotte Py et Dominic Vella qui ont contribué à la formation du groupe *MecaWet* qui c'est récemment enrichi avec l'intégration de Benjamin Thiria et d'Étienne Reyssat. Nos collègues américains envient souvent notre association peu commune qui nous a aussi bien amenés à présenter des exposés à deux voix, qu'à affronter les eaux des côtes niçoises ou chiliennes avec Marcela et Antú.

Le contenu de ce manuscrit est ainsi le fruit d'un travail commun avec Benoît. Il reprend en partie une revue récemment acceptée à *Journal of Physics : Condensed Matter*. Cependant, les lois universitaires ne nous autorisant pas à soumettre et défendre une thèse d'habilitation en duo, c'est bien séparément que nous soutiendrons !

Les acolytes :

Un travail de recherche est avant tout un travail d'équipe. Les pages de ce manuscrit résument ainsi le labeur des membres plus ou moins éphémères de l'équipe que je tiens à remercier.

Les bébés chercheurs[3] *:* Menant parfois à un succès, bien souvent à une impasse, leur travail d'exploration est capital. Un de mes regrets est de ne pas avoir constitué un trombinoscope au fil des ans. Voici au moins leur noms :

- *MecaWet* : Loïc Moulin, Sébastien Réau, Benoît de Gaudemaris, Jérôme Guilet, Renaud Bastien, Priscilla Poulay Ramen, Vithiya Vairon, Li Hua Luu, Lionnel Doppler, Aline Delbos, Fabien Closa, Chloé Gerin, Ariane Calvar, Lingguo Du, Alejandro Bohé, David Salfati, Guillaume Batot, Ken Armoogum, Filippo Chiodi, Saba Moshin, Louise Bonnemay, Damien Bortolotti.

- *Gouttes soufflées* et autres thèmes (co-encadrés avec Marc Fermigier) : Sophie Chuun, François Besselièvre, Hélène Berthet, Gabriel Amselem, Julien Pizzinat, Angelina Aessopos, Zheng Fang.

1. au sens mécanique du terme.
2. au sens non-maritime du terme, malgré la proximité du Vieux Port.
3. expression de Madeleine Veyssié

Les juniors : Ce manuscrit traduit essentiellement le travail de *jeunes chercheurs*. Les différents sujets présentés ne se seraient certainement pas développés sans leurs précieuses contributions. Je leur doit également une fière chandelle pour les rédactions d'articles qui ont souvent donné lieu à des joutes lexicales passionnées (d'un résultat souvent mitigé).

- Côté *MecaWet* : Arezki Boudaoud (le Capitaine), Charlotte Py (fleur d'origami), Charles Baroud (le Phénicien), Sébastien Neukirch (homme élancé), Basile Audoly (cycliste électrique), Denis Bartolo (techno-marathonien à montre GPS), Pedro Reis (Força Portugal !), Dominic Vella (welcome to the Frogs), Miguel Piñeirua (hecho en México, sosie de Gerry Boulet), Jérémy Hure (fan inconditionnel de Gerry Boulet), Joël Marthelot (randonneur autoroutier, enfin c'était la faute de GoogleMaps), Thomas Cambau (tourneur de tubes élastiques, brasseur et cordon bleu), Yuko Aoyanagi (Hello Kitty), Atsushi Takei (puissant générateur d'entropie et d'idées astucieuses), Étienne Reyssat (aux boucles *hygromorphes*), Benjamin Thiria (spécialiste en peinture), Pascal Damman et Fabian Brau (les Belges), Cyprien Gay (si vous retrouvez un CD d'installation de Linux discrètement posé sur votre bureau, Cyprien est passé par là).
La maladie nous a malheureusement privé de Denis Vallet qui gérait l'atelier tout en enseignant les rudiments de mécanique appliquée aux jeunes (ou moins jeunes) qui venaient usiner une pièce pour un montage. Nous utilisons souvent un système de compression biaxiale qui fut l'un des derniers joyaux de sa conception.

- Côté *Gouttes soufflées* : Kevin Njifenju (Lion indomptable).

Les collègues :

Tout travail de recherche est aussi le fruit de discussions avec des collègues, échanges d'idées, encouragements, coups de pouce, partage d'astuces expérimentales ou d'équipements. Présenter une liste exhaustive de toutes ces contributions serait irréalisable. Une telle liste comprendrait tout le PMMH ainsi que de nombreux collègues de l'ESPCI et de bien d'autres institutions. Quelques noms incontournables : Étienne Guyon qui a gardé un enthousiasme d'adolescent pour la Science, Patrice Jenffer que je n'ai toujours pas convaincu de l'utilité du scotch dans la conception d'un montage. Grâce à l'intervention de Patrice et de Jean Leoni, nous avons gagné un prix de la Société des Amis de l'ESPCI qui a marqué nos premiers pas vers notre autonomie.
De multiples visiteurs ont également égayé notre groupe : Anne Juel, Eran Sharon, Anette (Peko) Hosoi, Sunghwan (Sunny) Jung, N. Menon, Enrique Cerda, Eugenio Hamm, Victor Romero, Ko Okumura, Francisco (Pancho) Melo.
J'ai eu enfin la chance de pouvoir visiter plusieurs groupes à travers le monde : John Bush et Pedro Reis au MIT ; Tomas Bohr (et Emmanuelle Rio et Virginie Duclaux) au TDU de Copenhague ; Maniya Maleki et Farshid Mohammad-Rafiee à l'Institut d'Études Avancée (IASBS) de Zanjan en Iran[4] ; Ko Okumura à l'Université d'Ochanomizu de Tokyo ; Enrique Cerda et Eugenio Hamm à l'Universidad de Santiago de Chile.

4. Du fait du mauvais choix de leur lieu de naissance, une visite prochaine de nos collègues Iraniens au "pays des droits de l'homme" semble malheureusement compromise (*Nature*, **456**, p. 680 (2008)).

Ceux sans qui rien ne fonctionnerait :

On l'oublie trop souvent, mais un laboratoire ne se cantonne pas à une assemblée de chercheurs perdus dans leurs pensées ou leurs expériences. L'épine dorsale du laboratoire est son personnel administratif et technique. Je suis toujours impressionné par l'efficacité de Frédérique Auger, gestionnaire du laboratoire, épaulée successivement par Claudine Poirier, Michèle Colineau et Amina Mialet. Nous cohabitons également dans la bonne humeur avec le personnel de l'atelier : Olivier Brouard qui nous usine des lentilles sur mesure ; Daniel Pradal, surdoué en modélisme et spécialiste en noms d'oiseaux ; Guillaume Clermont, maître de la fraiseuse numérique et de la clarinette ; Jean-Claude Guibert qui nous a légué son bob *Marius Dufour* ; Alain Chaouche dont Miguel assure la maîtrise de la langue de Cervantes. Thierry Darnige et Mathieu Vilmay s'occupent de l'informatique et de l'électronique. Enfin Patrice Jenffer et momentanément Laurent Quartier ont réalisé la plupart des montages expérimentaux que nous utilisons en travaux pratiques. Leur départ sans remplacement nous mettra rapidement dans l'ambaras...

On l'oublie encore plus souvent, mais si nos bureaux, laboratoires et ateliers sentent le propre le matin quand nous arrivons, c'est que quelques fées sont passées par là. La notre s'appelle Priscilla, elle vient tous les matins à 6h depuis Sevran-Beaudottes pour glaner une fraction de SMIC. Elle repart ensuite sur la pointe des pieds avant notre arrivée, dans la plus totale indifférence d'un labo affiché *en lutte*...

Le Labo :

La relative absence de hiérarchie en recherche permet souvent de mêler relations professionnelles et amicales. Merci donc aux clubs Cuisine (où l'on peut aussi bien goûter du *kashk-e bademjan* persan, que des *empanadas* argentines), Thé, Goûter, Musique ou autres rencontres conviviales improvisées qui *justement tombent bien* et égaient le quotidien parisien. Gracias también a los *amigos secretos* et à leurs soirées latino.

Le Sud :

Les quelques années correspondant au travail de cette thèse ont enfin été ponctuées par de fréquents séjours *au soleil*.

Île d'Oléron, balades en vélo le long des marais salants, baignades dans l'Océan, je me suis souvent régalé avec Laurence, Hervé, Anna, Martin et Zoé.

Évelyne, Rémy, Isabelle, Agnès et Valérie ont partagé d'épiques balades en montagne (et en vélo pour Rémy : on en reparle en haut du col ?).

De nombreuses sorties plongées avec l'éternel fourgon à l'effigie du poulpe de l'ASP6 ont également entretenu mon expérience avec les bulles sous-marines (qui remontent pratiquement toutes à la même vitesse de 20 cm/s).

Quelques accords de guitare, une Fiat 500 d'origine (et qui démarre), un voilier qui attend de prendre le large, j'attends avec impatience ma prochaine visite chez Marie-Pierre, Théo, Audrey et Iris. Toujours à Marseille, je n'oublie pas Pascale (c'est ma petite sœur de thèse !), ni Nadia et Mathilde qui du haut de ses deux ans et demi de l'époque m'avait inspiré pour l'étude des cheveux mouillés.

Table des matières

1 Introduction : forces capillaires aux petites échelles **1**

2 Déformations capillaires **7**
2.1 Capillarité et élasticité de volume 7
2.2 Structures élancées : longueur élasto-capillaire 9
2.3 Conditions aux limites élasto-capillaires 11

3 Poils mouillés **15**
3.1 Fougères 15
3.2 Montée capillaire entre lamelles flexibles 16
3.3 Mèches 18
3.4 Distributions de tailles de mèches 19
3.5 Fibres réparties sur une surface 21
3.6 Poils liquides 23

4 Flambages capillaires **29**
4.1 Poils perçants 30
4.2 L'union fait la force 31
4.3 Enroulement spontané 33
4.4 Anneaux flexibles 37

5 Origamis capillaires **41**
5.1 Goutte sur une feuille élastique 42
5.2 Critère de fermeture 43
5.3 Formes 45
5.4 Des applications pratiques ? 45
5.5 Actuation électrique 46

6 Cloques **51**
6.1 Cloques mouillées 52
6.1.1 Forme statique 53
6.1.2 Cloques mobiles 53
6.2 Cloques sèches 57

6.2.1 Seuil d'apparition . . . 59
6.2.2 Application en électronique flexible . . . 60
6.2.3 Réversibilité . . . 61
6.3 Cloques aléatoires . . . 61
6.3.1 Cloque angulaire modèle . . . 62
6.3.2 Champ de cloques . . . 64
6.3.3 Tête de cloque . . . 65

7 Expériences actuelles et projets 69
7.1 Dynamique . . . 70
7.2 Flexion et étirement . . . 75
7.2.1 Enrobage d'une boule . . . 75
7.2.2 Compression d'une couronne . . . 79
7.2.3 Rideaux . . . 85
7.2.4 Rides d'extension . . . 91
7.3 Rupture . . . 97

8 Conclusion 101

Bibliographie 103

Chapitre 1

Introduction : forces capillaires aux petites échelles

Posons une goutte d'eau sur une surface plane : en général rien de bien dramatique ne se produit (figure 1.1a). La goutte peut plus ou moins s'étaler sur la surface [1], s'écouler en laissant derrière elle un chapelet de gouttes plus petites si on lui souffle dessus ou si on incline la surface [2–5], et finir par s'évaporer en laissant une tâche annulaire [6]. Ainsi, une averse s'abattant sur un pont, mouille le pont modifie éventuellement les modes de résonance de ses haubans [7], mais ne le plie pas.

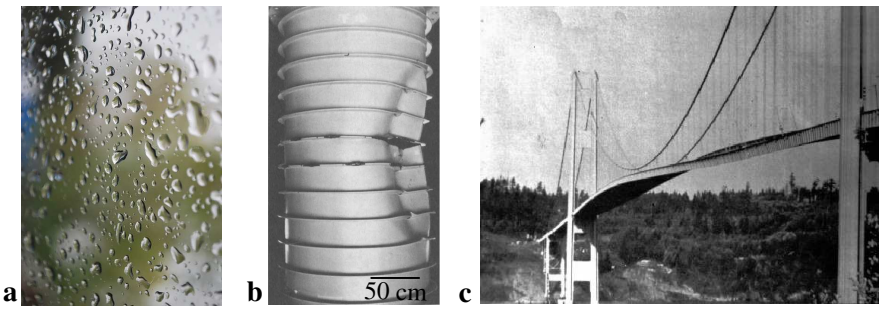


FIGURE 1.1 – (a) Gouttes de pluie persanes sur une vitre (cliché Javad Rahimipour). (b) Effondrement d'une canalisation sous-marine (Yamamoto *et al.*, *Marine Structures*, 1989). (c) Pont de Tacoma inauguré le 1er juillet 1940 et effondré le 7 novembre suivant.

En effet, l'action des fluides sur un édifice de taille humaine est essentiellement liée à leur poids ou à leur écoulement. Ainsi la pression hydrostatique limite les dimensions d'un réservoir en tôle ou peut provoquer l'effondrement d'un pipeline sous-marin (figure 1.1b). De même, l'inertie d'un fluide en mouvement conduit à une force de traînée ou de portance qui peut certes permettre à un avion de voler ou ralentir la chute d'un parachute, mais également détruire des ponts ou des immeubles (par exemple, le pont de Tacoma illustré sur la figure 1.1c). Néanmoins, les objets fabriqués par l'homme ne se limitent pas à des

échelles métriques. L'engouement actuel pour des micro-technologies pousse à développer des dispositifs mécaniques de la taille d'une fourmi. Des interactions souvent négligées en mécanique du solide deviennent alors prépondérantes : les forces capillaires.

À partir de quelle échelle caractéristique la capillarité l'emporte-t-elle sur les autres forces ? Si L est la dimension typique d'une structure, les forces capillaires sont proportionnelles à L alors que les forces de pression, de traînée aérodynamique ou élastiques sont proportionnelles à L^2 et les forces de volume (comme la gravité) varient comme L^3. Si les dimensions d'une structure donnée sont réduites de manière homothétique, les forces capillaires décroissent moins rapidement que les autres forces et deviennent dominantes. Comparons par exemple les énergies de surface et gravitationnelle pour une goutte de rayon L, de tension de surface γ et de densité ρ posée sur une surface. L'énergie de surface varie comme γL^2 alors que l'énergie de gravité est donnée par $\rho g L^4$. La goutte adoptera donc une forme de calotte sphérique tant que sa taille reste petite devant la *longueur capillaire* $L_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$, généralement millimétrique [1]. Au-delà, nous observons une flaque illustrée figure 1.2. Dans la suite de ce manuscrit nous nous concentrerons sur échelles inférieures à cette longueur.

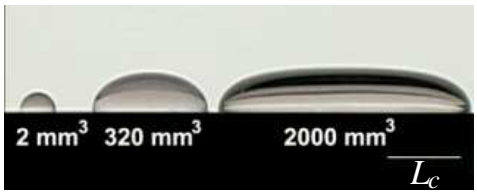


FIGURE 1.2 – Gouttes posées : des gouttes de rayons petits devant la *longueur capillaire* L_c prennent la forme de calottes sphériques alors que les grosses gouttes s'écrasent sous forme de flaques (D. Quéré, M. Fermigier & C. Clanet, *Interfaces Mobiles*).

La vitre mouillée illustrée figure 1.1 pose également une question intéressante : comment chasser une goutte d'eau déposée sur une surface ? Une solution consiste à incliner la surface comme cela a été étudié dans le groupe de Laurent Limat lors des thèses de Thomas Podgorski, d'Emmanuelle Rio et de Nolwen Le Grand-Piteira [2–4]. Il est également possible de souffler sur la goutte. Ce problème a fait l'objet de la jolie thèse de Kevin Njifenju que le lecteur est invité à consulter [5]. Une version électronique du manuscrit est disponible sur le site :
http ://pastel.archives-ouvertes.fr/docs/00/53/98/39/PDF/these_Kevin.pdf

Les forces capillaires se limitent-elles à prescrire la forme d'une goutte d'eau ? Peuvent-elles par exemple déformer le substrat solide sur le quel la goutte est posée ? L'objet de ce manuscrit est principalement de répondre à ces questions.

Notre expérience quotidienne nous montre que nos cheveux mouillés s'associent en mèches. L'action des forces *capillaires*[1] se limite-t-elle à des considérations cosmétiques ? De plus en plus d'applications technologiques mettent en jeu des micro-mécanismes électromécaniques, MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems), capables par exemple de détecter des décélérations et de déclencher le déploiement d'un airbag ou d'aiguiller un faisceau dans une fibre optique (figure 1.3). Les forces capillaires ne risquent-t-elles pas de coller ces mécanismes sur leur support ?

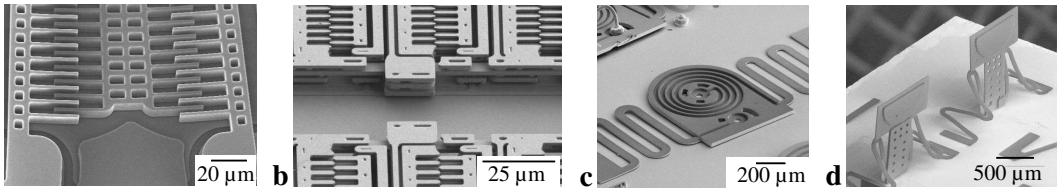


FIGURE 1.3 – Exemples de Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS) : (a) accéléromètre (www.sensordynamics.cc), (b) actionneur électrostatique (www.memx.com), (c) et (d) inducteurs et réflecteurs orientables (www.sfu.ca/immr/pmp/whatmems.htm).

Le mode de fabrication de ces dispositifs est essentiellement dérivé des techniques de lithographie utilisées en micro-électronique : une résine photosensible est d'abord insolée au travers d'un masque représentant le circuit, puis est attaquée sélectivement par un solvant. La micro-structure est ainsi initialement immergée dans un solvant qu'il faut éliminer [8]. Au moment du séchage, des ponts capillaires se forment à l'intérieur de ces minuscules objets et tendent à attirer les éléments les plus flexibles les un vers les autres, causant des déformations, des collages (*stiction*) ou même des brisures irréversibles. Cet effet de collage illustré figure 1.4 est un important facteur limitant dans l'élaboration de micro-structures élancées telles que des micro-ailettes [9, 10] (fig. 1.4a,b), des poutres flexibles (*cantilevers*) [11–15] (fig. 1.4c) ou encore des tampons permettant d'imprimer des micro-motifs [16, 17]. Ces problèmes technologiques de *stiction* ont été largement revus dans la littérature [18–20].
Le même phénomène de collage capillaire se produit dans des tapis de micro-fibres où l'on assiste à la formation de mèches lorsque ces tapis sont mouillés. Une des motivations dans l'élaboration de tels tapis est de produire des surfaces *super-hydrophobes* ou d'utiliser les effets électrostatiques des pointes de ces fibres. Cependant, l'effondrement de ces tapis en structures cellulaires ou en forme de 'tepees' on été observés sur des 'forêts' de nanotubes de carbone [21–25], de fibres minérales [26–28] ou polymèriques [29, 30] (fig. 1.4d,e). En botanique, le collage de micro-poils de feuilles végétales sont également observés. L'impact de tels assemblages sur les propriétés de mouillage des feuilles est l'objet d'un débat animé [31–33].

1. Note : les *forces capillaires* ne sont pas des forces exercées par les cheveux ! Historiquement, ces forces ont été mises en évidence par l'ascension de liquides dans des tubes capillaires (plus fins qu'un cheveu). La formation de mèches résulte, en quelque sorte, de deux forces *capillaires* antagonistes.

Les forces capillaires peuvent enfin provoquer l'effondrement de micro-canaux dans des laboratoires sur puce si leur parois ne sont pas suffisamment épaisses (figure 1.4f) [34–37]. Au-delà du monde des micro-technologies, le même phénomène d'effondrement se produit dans les bronches des nouveaux nés prématurés dépourvus de surfactants pulmonaires, ce qui entraîne de sévères insuffisances respiratoires [38–41]. Sans chercher à résoudre des problèmes médicaux complexes, réfléchir sur le collage de systèmes modèles sous l'effet de la tension de surface pourrait contribuer à trouver une issue à ce problème.

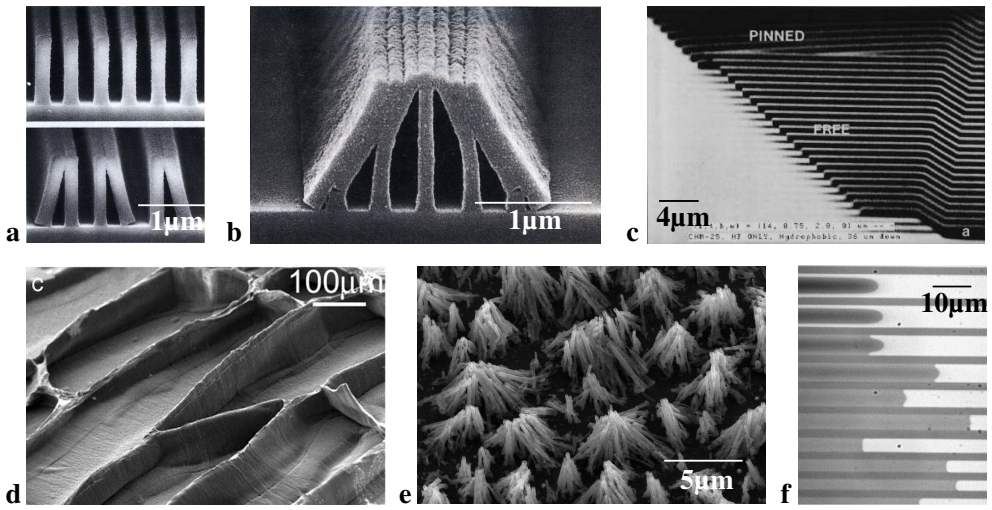


FIGURE 1.4 – (a) Des micro-aillettes en résine photosensible s'effondrent après rinçage avec de l'eau pure (bas), mais gardent leur intégrité si un liquide de faible tension de surface est utilisé (haut) [9]. (b) Assemblages en 'Tepees' lors du collage groupé de plusieurs lamelles [9]. (c) Phénomène de *stiction* observé sur des micro-cantilevers si leur longueur dépasse une certaine longueur critique [11]. (d) et (e) Effondrement de 'forêts' de nanotubes de carbone après évaporation d'une goutte de liquide mouillant : des structures cellulaires ou en mèches apparaissent en fonction de la longueur et de la densité des tubes [23] et [22]. (f) Effondrement des parois de canaux microfluidiques mous sous l'effet de la tension de surface du liquide qui les imprègne (de la gauche vers la droite) : au delà d'une certaine largeur, la "toiture" des canaux s'écrase et la courbure apparente du ménisque s'inverse (canaux du haut du cliché) [35].

Bien que les ingrédients physiques en jeu soient classiques, *capillarité* et *élasticité*, l'étude de leur couplage antagoniste demeure limitée. Ce manuscrit présente une série d'expériences modèles dont le caractère parfois artificiel ou simplifié permet néanmoins d'extraire les phénomènes physiques en jeu. Après une brève revue des minimes déformations qu'un goutte d'eau induit à un support volumineux, nous décrirons la longueur *élastocapillaire* caractéristique des déflexions produites sur des structures élancées. Les problèmes de stiction ('poils mouillés') sont abordés dans le chapitre 3. Nous verrons dans le chapitre 4 comment une tige flexible peut flamber lors de la traversée forcée d'une interface. Le chapitre 5 est consacré à l'interaction entre une goutte et une feuille flexible. L'extension de ces phénomènes élasto-capillaires à des systèmes secs sera présentée dans le chapitre 6. Le chapitre 7 est finalement consacré aux thèmes actuellement développés au sein de l'équipe et aux projets futurs. L'accent sera mis en particulier sur la dynamique d'imprégnation de structures flexibles, les contraintes géométriques conduisant à des singularités et la rupture mécanique de films minces.

Chapitre 2

Déformations capillaires

Le but de ce chapitre est de définir les longueurs caractéristiques obtenues lorsque l'on compare tension de surface et élasticité. Après une brève revue sur les corps élastiques déformés dans leur volume, nous nous intéresserons à la déflexion de structures élancées que nous développerons tout au long de ce manuscrit.

2.1 Capillarité et élasticité de volume

Posons une goutte de liquide de tension de surface γ sur un substrat solide idéalement uniforme. Dans une situation de mouillage partiel, le liquide adopte un angle de contact θ prescrit par la relation de Young :

$$\cos\theta = \frac{\gamma_{SV} - \gamma_{SL}}{\gamma}, \tag{2.1}$$

où γ_{SV} et γ_{SL} désignent les tensions des surface respectives solide/vapeur et solide/liquide [1]. Démontrer rigoureusement la relation de Young n'est pas difficile, mais s'avère fastidieux : il s'agit de minimiser l'énergie de surface totale en tenant compte du volume fini de la goutte. Une autre manière de retrouver cette relation consiste à raisonner en forces et d'équilibrer les différentes tensions au niveau de la ligne triple solide/liquide/vapeur (figure 2.1). L'équilibre horizontal des forces redonne immédiatement la relation de Young. Qu'en est-il cependant de l'équilibre des composantes verticales ? La composante $\gamma \sin\theta$ n'est-elle pas compensée ?

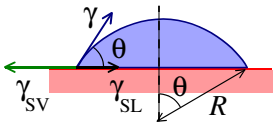


FIGURE 2.1 – Détermination de la relation de Young par l'équilibre des tensions de surface sur la ligne de contact.

L'équilibre mécanique est cependant assuré à l'échelle de la goutte. En effet, l'interface liquide/air étant courbée, la pression à l'intérieur de la goutte est plus élevée qu'à l'extérieur. Cette surpression ΔP est donnée par la loi de Laplace $\Delta P = 2\gamma/R$, où R est le rayon de courbure de la goutte. Intégrée sur la base de la goutte, cette pression conduit à une force $\pi R \sin^2\theta\,\gamma$ qui compense exactement la tension $\gamma \sin\theta$ intégrée sur le périmètre. La goutte exerce cependant un couple sur son support : la ligne de contact est pincée.

Lester et Rusanov semblent être les premiers à tenir compte de ce pincement du substrat [42, 43], mais cet effet demeure généralement ignoré. Pour expliquer cette désaffection, essayons d'estimer la déformation δ induite au voisinage de la ligne de contact (figure 2.2 a). La force élastique associée à cette déformation est de l'ordre de $E\delta$ par unité de longueur périmétrique, où E est le module de Young, ce qui conduit à [44] :

$$\delta \sim \frac{\gamma}{E} \sin\theta. \tag{2.2}$$

Dans le cas typique de l'eau ($\gamma \sim 70\,\mathrm{mN/m}$) sur du verre ($E \sim 70\,\mathrm{GPa}$), le rapport γ/E est de l'ordre de $1\,\mathrm{pm}$ ($10^{-12}\,\mathrm{m}$) et n'est donc pas mesurable. Néanmoins des bourrelets micrométriques ont été observés sur des substrats très mous ($E \sim 100\,\mathrm{kPa}$). Leur forme et amplitude sont en bon accord avec les prédictions théoriques basées sur la composante verticale de la force capillaire [45–48]. Ces petites déformations semblent jouer un rôle dans les problèmes d'hystérésis de l'angle de contact [49] et de dissipations viscoélastiques générées par le déplacement d'une ligne de contact [44, 50]. Elles pourraient également augmenter la densité de sites de nucléation dans les procédés de condensation [51].

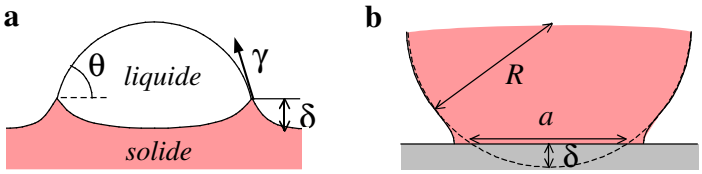


FIGURE 2.2 – (a) Goutte d'eau déposée sur un substrat mou : le solide est pincé au voisinage de la ligne de contact ce qui conduit à la formation d'un bourrelet ; (b) Sphère élastique en contact avec une surface solide sans charge : en présence de forces de surface (adhésion), le contact n'est pas ponctuel mais s'étend sur un disque de diamètre a.

Les déformations induites par des forces de surface sur des volumes n'est cependant pas limitée à des échelles microniques. La géométrie peut en effet jouer un rôle amplificateur. Ainsi une boule élastique posée sur une surface adhésive développe une zone de contact en forme de disque, même sans charge (figure 2.2b). Le rayon typique de cette zone de contact est donné par $a \sim \sqrt{\delta R}$, où δ représente l'enfoncement de la sphère. Le déplacement δ

se retrouve ainsi amplifié d'un facteur $\sqrt{R/\delta}$. Comme la surface est adhésive, étendre la zone de contact contribue à diminuer l'énergie de surface du système d'une quantité d'ordre γa^2, où γ représente l'énergie d'adhésion par unité de surface (équivalent à la tension de surface d'un liquide dans le cas précédent). En étendant la théorie de Hertz, Johnson, Kendall et Roberts ont estimé l'énergie élastique correspondante à $Ea^3(\delta/a)^2$ [52]. L'équilibre entre l'énergie élastique et l'énergie d'adhésion conduit finalement à une estimation du la taille de la zone de contact :

$$a \sim \left(\frac{\gamma}{E}R^2\right)^{1/3}, \tag{2.3}$$

où l'on retrouve la longueur caractéristique γ/E amplifiée par le rayon de la sphère. Cette estimation est à l'origine de la populaire *méthode JKR* utilisée pour mesurer les énergies d'adhésion entre différent matériaux.
Notons enfin que des expériences récentes réalisées par S. Mora mettent en évidence la déformation d'un solide mou par sa propre tension de surface sur une échelle γ/E [53].

En conclusion, il apparaît que le rapport γ/E donne l'échelle typique des déformations engendrées par des forces de surface sur des matériaux volumiques. Cette échelle, en général très petite, peut être amplifiée géométriquement. Intéressons-nous à présent au cas d'objets élancés susceptibles de fléchir.

2.2 Structures élancées : longueur élasto-capillaire

Considérons une feuille élastique recouverte d'un liquide mouillant que l'on met en contact avec un cylindre recouvert du même liquide. La feuille collante va-t-elle spontanément enrober le cylindre ?
Intuitivement, la réponse est positive si le diamètre du cylindre est très large et négative dans le cas opposé. Coller une feuille sur une surface localement quasi-plate coûte en effet peu d'énergie de flexion. Cette flexion est au contraire limitante si la surface est très courbée. Il existe donc un rayon de cylindre au delà duquel l'enrobage est spontané (figure 2.3). En termes quantitatifs, enrober le cylindre induit un gain d'énergie de surface de $2\gamma wL$, où L est la longueur de la feuille, w sa largeur et γ la tension de surface du liquide. Le coût en énergie de flexion est en contrepartie donné par $BwL/2R^2$ où B est le module de flexion de la feuille. Dans le cas d'une feuille d'épaisseur h, de module de Young E et de coefficient de Poisson ν, le module de flexion s'écrit [54, 55] :

$$B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \tag{2.4}$$

L'enrobage est donc spontané si $R > \sqrt{B/\gamma}/2$. Dans le cas contraire, la zone de contact est, en théorie, limitée à une ligne [1]. Il apparaît naturel de définir par *longueur élasto-*

1. En pratique, la zone de contact a une extension finie même dans le cas défavorable $R < \sqrt{B/\gamma}/2$ à cause de l'épaisseur finie du film de liquide.

capillaire, la longueur caractéristique :

$$L_{EC} = \sqrt{\frac{B}{\gamma}} \sim \sqrt{\frac{Eh^3}{\gamma}}, \tag{2.5}$$

qui compare rigidité de flexion et tension de surface. L_{EC} représente le rayon de courbure typique que peut induire la capillarité sur une structure élancée. Une telle structure sera fléchie de manière significative si sa longueur est grande devant L_{EC}. Si nous réduisons de manière homothétique toutes les dimensions d'une structure, la loi d'échelle nous indique que L_{EC} varie comme $h^{3/2}$ et décroît donc plus vite que la longueur de la structure. Si la réduction est trop importante, L_{EC} passe en dessous de L et la structure fléchit sur sa propre taille. Les exemples cités en introduction étaient dans cette situation : à petite échelle, la capillarité est suffisamment importante pour déformer ces structures.

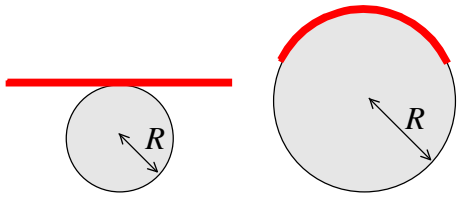


FIGURE 2.3 – Une illustration de la longueur *élasto-capillaire* L_{EC}. Une feuille flexible est déposée sur un cylindre de rayon R enduit de liquide mouillant : la feuille enrobe spontanément le cylindre si $R > L_{EC}/2$.

Mesurer L_{EC} par l'enrobage spontané de cylindres de rayons croissants s'avère peu pratique. Une méthode bien plus efficace consiste à joindre les deux extrémités d'une languette enduite de liquide mouillant de manière à former une raquette. La languette se resserre jusqu'à ce qu'une forme d'équilibre soit atteinte (figure 2.4a) [56]. Cette forme de raquette est indépendante (à une homothétie près) de la longueur de la languette, si elle est suffisamment longue (par rapport à L_{EC}), ainsi que du matériau et du liquide utilisés. La même forme a été observée ou prédite numériquement avec de nanotubes de carbone [57, 58], des couches moléculaires de graphène [59] ou encore des filaments biologiques qui se collent sur eux-mêmes. La forme est dictée par un équilibre entre la tension de surface qui tend à resserrer les extrémités et la rigidité du matériau qui s'oppose à sa flexion. Toutes les dimensions de la raquette sont ainsi proportionnelles à L_{EC} et nous avons trouvé pertinent de déterminer L_{EC} à partir de la largeur d de la raquette. L'intégration numérique de l'*elastica* d'Euler nous indique $d = 0.89L_{EC}$. L'obtention de ce préfacteur demande cependant la détermination des conditions aux limites aux extrémités de la languette qui fait l'objet de la section suivante.

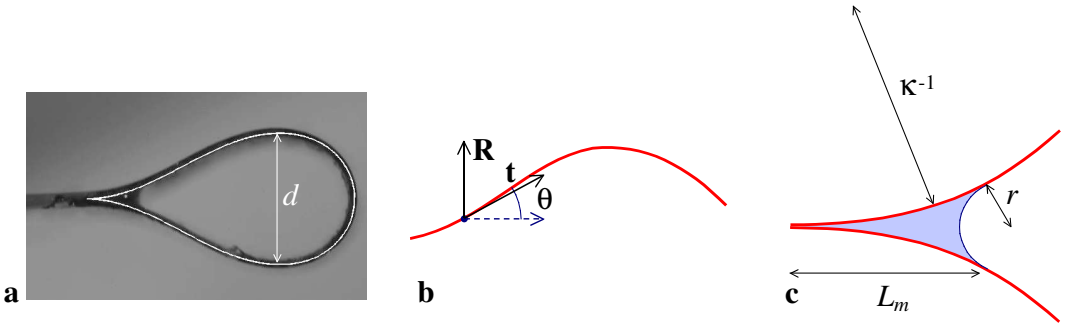


FIGURE 2.4 – (a) Le collage des deux extrémités d'une languette enduite de liquide mouillant conduit à une raquette dont les dimensions sont proportionnelles à L_{EC} (en particulier sa largeur est donnée par $d = 0.89L_{EC}$). (b) Variables utilisées dans l'*elastica* d'Euler (eq.2.6). (c) Agrandissement au voisinage du ménisque illustrant une des conditions aux limites dans les problèmes élasto-capillaires : la courbure initiale κ est proportionnelle à L_{EC}.

2.3 Conditions aux limites élasto-capillaires

Comment obtenir la forme de la raquette ? Il suffit d'intégrer l'équation de l'*elastica* d'Euler qui décrit la simple flexion d'une tige rigidité B [55] :

$$B\frac{d^2\theta}{ds^2}\mathbf{e_z} + \mathbf{t} \times \mathbf{R} = \mathbf{0}, \tag{2.6}$$

où θ est l'angle formé par la tangente $\mathbf{t}$ à la lamelle avec l'horizontale, s l'abscisse curviligne (voir figure 2.4b), $\mathbf{e_z}$ le vecteur normal au plan de la feuille et $\mathbf{R}$ la force appliquée à la tige. Dans le cas particulier de la raquette, la composante horizontale (par rapport à la figure 2.4b) de $\mathbf{R}$ est nulle car les extrémités sont libres de se déplacer horizontalement. Afin de résoudre cette équation, nous devons au préalable déterminer les conditions au limites du problème. Nous avons ainsi les valeurs initiale et finale de θ et des conditions sur les extrémités. Dans la limite où la taille du ménisque est négligeable, l'équilibre entre élasticité et capillarité conduit à une condition sur la courbure au point de contact entre les deux extrémités de la languette. La courbure est en effet donnée par $\kappa = d\theta/ds = \sqrt{2}/L_{EC}$ [60]. À un préfacteur près, cette condition se généralise à tous les problèmes élasto-capillaires où une tige est en contact avec une surface adhésive (pelage spontané d'un film mince possédant une courbure intrinsèque [61], délamination [62, 63], ou clivage [64, 65]).

La détermination rigoureuse de la courbure au point d'adhésion demande des manipulations de fonctionnelles subtiles [66, 67]. Nous pouvons cependant le retrouver au moyen d'un argument simple basé sur les forces. Dans la limite où le volume du ménisque est faible, son rayon de courbure est donné par $r \sim \kappa L_m^2$, où L_m est la longueur du ménisque et κ la courbure de la languette au voisinage au niveau du ménisque (figure 2.4 c). La dépression dans le ménisque est donnée par la loi de Laplace $P = -\gamma/r$. Son intégration

sur L_m conduit à une force (par unité de largeur) $\gamma/\kappa L_m$ qui diverge lorsque le volume de liquide tend à s'annuler. Cependant le couple qui en résulte $PL_m^2 \sim \gamma\kappa^{-1}$ est indépendant du volume du ménisque. Ce couple compense le couple lié à la flexion de la languette $B\kappa$. Le rayon de courbure au point de contact est ainsi donné par :

$$\kappa^{-1} \sim \sqrt{\frac{B}{\gamma}} = L_{EC}. \tag{2.7}$$

La valeur du préfacteur dépend de la configuration. Dans le cas d'une languette qui se colle sur elle-même, nous trouvons $\kappa^{-1} = L_{EC}/\sqrt{2}$. Dans la situation très commune d'une languette en contact avec un substrat rigide (courbé ou non) le saut de courbure vaut $\kappa^{-1} = L_{EC}/2$.



FIGURE 2.5 – Boucle formée avec une languette de feuille de polymère posée sur de l'eau (partiellement mouillante). La boucle a une forme de cercle de rayon $R = L_{EC}/\sqrt{2(1+\cos\theta)}$, où θ est l'angle de contact du liquide sur la languette.

Afin d'illustrer cette condition aux limites, formons une boucle avec une languette de feuille de polymère et posons-la sur de l'eau. L'eau ne mouillant que partiellement la languette, l'édifice (fragile) se maintient en équilibre à sa surface. Déterminons la forme de la boucle. Comme les extrémités de la languette peuvent glisser librement à la surface de l'eau, la composante horizontale de la force $\mathbf{R}$ est nulle. Par symétrie, il en est de même pour la composante verticale (à condition que le poids de la languette soit négligeable). La languette subit ainsi un simple couple et prend une forme circulaire. Le rayon R de ce cercle est facilement déterminé par un argument d'énergie. Si le périmètre de la boucle est réduit d'une quantité dx, du solide mouillé remplace du solide sec et l'interface liquide/air est réduite de la même quantité. La différence d'énergie (par unité de largeur) s'écrit donc : $(\gamma_{SL} - \gamma_{SV} - \gamma_{LV})dx = -\gamma(1+\cos\theta)dx$, où θ est l'angle de contact du liquide sur la surface (relation de Young). La variation de périmètre entraîne une contraction du rayon $dR = -\pi/2\, dx$, ce qui induit une augmentation de l'énergie de flexion de la languette (par unité de largeur) $\frac{1}{2}\frac{B}{R^2}dx$. À l'équilibre, le rayon du cercle est donc donné par :

$$R = \frac{1}{\sqrt{2(1+\cos\theta)}} L_{EC}.$$

En principe, cette méthode permettrait d'estimer la longueur élasto-capillaire. En pratique, elle n'est utilisable que dans le cas où le rayon du cercle est grand devant la taille du ménisque ($L_{EC} \gg L_c$). Cependant la taille du cercle doit en même temps rester modeste afin que le poids de la languette demeure négligeable.

Les différentes situations présentés dans cette section ne mettent en jeu qu'une seule longueur caractéristique, la longueur *élasto-capillaire*. Nous abordons dans le chapitre suivant le problème de *stiction* où d'autres contraintes géométriques sont également présentes.

Chapitre 3

Poils mouillés

Les différentes micro-structures que nous mentionnées dans l'introduction ne sont pas libres mais encastrées dans un substrat, ce qui introduit de nouvelles contraintes géométriques. De nombreuses applications mettent par exemple en œuvre des cantilevers fixés à une distance proche du substrat ou des réseaux de tiges ou de lamelles faiblement espacées (figure 1.4). Des ponts capillaires tendent à se former en milieu humide et peuvent agréger irrémédiablement ces structures entre elles ou sur le substrat. Le but de ce chapitre est de décrire les conditions de collage de structures élancées fixées sur un support. Il s'agit ainsi de comprendre comment des 'poils mouillés' s'associent en mèches.

3.1 Fougères

Les fougères de nos forêts tempérées fournissent un exemple remarquable de structures en ailettes parallèles susceptibles de s'effondrer. Le spores de ces fougères sont en effet stockées dans des capsules (sporanges), qui éclatent dès que l'atmosphère s'assèche, libérant ainsi leur contenu [68, 69]. L'observation des sporanges au microscope révèle la présence de cellules délimitées par des lamelles parallèles. Initialement remplies d'eau, ces cellules tendent à s'effondrer lorsque l'eau interstitielle s'évapore. Le rapprochement des lamelles se traduit ainsi par un couple appliqué sur les coques des sporanges, conduisant finalement à leur éclatement. Ce principe a été récemment mis en œuvre dans des micro-actuateurs biomimétiques sensibles à l'humidité (figure 3.1) [70].

Comment estimer la condition de déploiement ? Les forces capillaires agissent de deux manières additives. D'une part, la tension de surface du liquide tire sur l'extrémité des ailettes et exerce donc un couple typique γL. D'autre part, La pression de Laplace engendrée par la courbure du ménisque qui relie les deux ailettes est de l'ordre de γ/d, où d est la distance entre les lamelles. La force intégrée sur la longueur L des ailettes est proportionnelle à $\gamma L/d$ et donc le couple exercé sur le support est également de l'ordre de γL. Déployer la structure de rayon de courbure initial R_0 demande un couple typique B/R_0. La condition d'ouverture est donc $L \sim B/\gamma R_0$. Dans cet exemple les lamelles courtes (et donc rigides) sont ancrées sur une base

flexible. Cependant de nombreuses applications pratiques mettent en jeu la situation opposée (longues tiges flexibles fixées sur un substrat rigide) que nous explorons à présent.

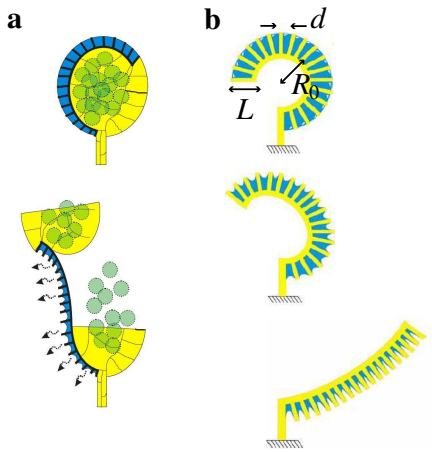


FIGURE 3.1 – (a) Ouverture d'un sporange de fougère induite par l'évaporation de l'eau contenue dans ses cellules superficielles. (b) Déploiement d'une structure en ailettes lorsque le liquide interstitiel s'évapore (d'après [70]).

3.2 Montée capillaire entre lamelles flexibles

Plaçons deux plaques parallèles séparées par une distance d ($d \ll L_c$) en contact avec un liquide mouillant (figure 3.2). Le liquide monte *par capillarité* dans la cellule jusqu'à atteindre une hauteur d'équilibre prescrite par la loi de Jurin [1] :

$$L_J = 2\gamma/\rho g d. \tag{3.1}$$

Dans le cas de parois rigides, l'ascension est d'autant plus élevée que l'espacement entre les plaques est resséré. Qu'en est-il à présent si les plaques sont flexibles ?
Le graphe de la figure 3.2 représente la hauteur de montée du liquide L_{wet} en fonction de la longueur L_{total} des plaques. Deux régimes se démarquent. Lorsque les plaques sont courtes (et donc difficiles à courber) le liquide monte jusqu'à la hauteur de Jurin attendue pour des plaques rigides. En revanche, les plaques se collent et L_{wet} varie de manière affine avec L_{total} lorsque les plaques sont longues (et donc plus faciles à courber). Dans ce cas, la longueur pertinente du problème est la distance L_{stick} séparant le point de contact entre les plaques à leur point d'ancrage. À la taille du ménisque près, le point de contact correspond au niveau d'ascension du liquide.
Ce comportement est naturel : le liquide montant entre les plaques flexibles tend à les rapprocher, et à diminuer leur espacement, ce qui permet au liquide de monter plus haut et de rapprocher d'avantage les plaques... Cependant ces dernières sont encastrées à leurs

extrémités et l'ascension du liquide tend à les courber. Une hauteur d'équilibre est donc atteinte lorsque le gain en énergie de surface compense le prix en énergie de flexion.

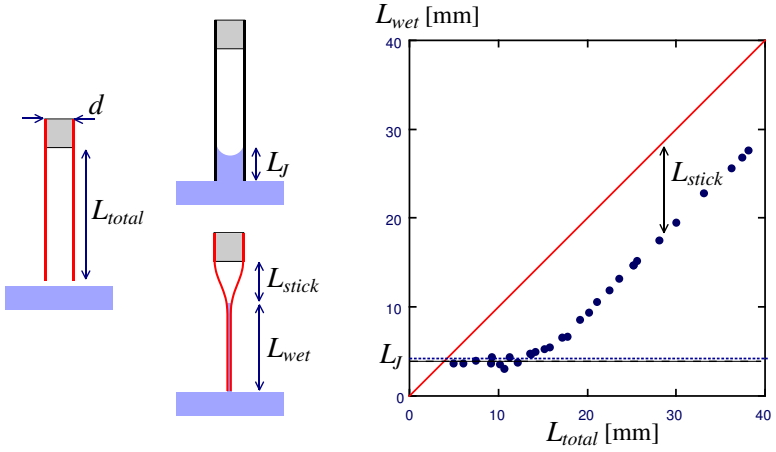


FIGURE 3.2 – Paire de plaques parallèles mises en contact avec un liquide mouillant. Si les plaques sont rigides le liquide monte jusqu'à une hauteur inversement proportionnelle à l'espacement entre le plaques. Si elles sont très flexibles, les plaques se collent jusqu'à une certaine distance L_{stick} de leur point d'ancrage. Expérience réalisée avec des languettes de Mylar et de l'huile de silicone ($h = 100\,\mu$m, $d = 1\,$mm, $\gamma = 20.5\,$mN/m).

Estimons la longueur de collage en loi d'échelle. L'énergie de surface (par unité de largeur) varie comme γL_{stick} et l'énergie de courbure comme BL_{stick}/R^2, où R est le rayon de courbure typique de la plaque. À l'équilibre, R est donc proportionnel à $\sqrt{B/\gamma} = L_{EC}$. La courbure $1/R$ s'écrit comme d/L_{stick}^2, ce qui permet de déterminer :

$$L_{stick} \sim d^{1/2} L_{EC}^{1/2}. \tag{3.2}$$

Un calcul plus complet donne le préfacteur numérique qui vaut $(9/2)^{1/4} \simeq 1.45$ [71–74]. Cette prédiction est confirmée par des expériences réalisées avec des languettes de différentes épaisseurs présentées sur le graphe de la figure 3.3. Du point de vue pratique, il suffit d'assurer $L_{total} < L_{stick}$ pour éviter le collage de micro-cantilevers.

Décoller deux surfaces s'apparente enfin à propager un front de fissure [75]. Notre description pour des 'poils mouillés' est ainsi équivalente au problème de clivage décrit par Obreimoff [64] où une couche de mica est clivée en poussant une lame d'épaisseur d vers le front de fissure (figure 3.4). La longueur séparant la lame du front L_{crack} est donnée par la même relation 3.2 dans laquelle l'énergie de fracture remplace l'énergie de surface. Mesurer L_{crack} permet ainsi de mesurer l'énergie de fracture du matériau [65].

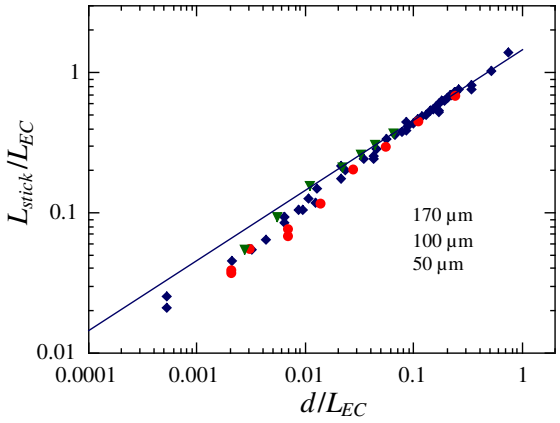


FIGURE 3.3 – Longueur de collage L_{stick}/L_{EC} en fonction de l'écartement d/L_{EC} pour des languettes de Mylar de différentes épaisseurs.

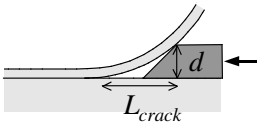


FIGURE 3.4 – (d) Analogie avec le problème du rabot : l'introduction de la lame dans la fissure conduit à une longueur de fissure L_{crack} en aval de la lame dictée par un équilibre entre énergie de fracture et rigidité en flexion du copeau [64].

3.3 Mèches

Lorsque nous retirons une brosse d'un bain, les poils qui la composent se regroupent en mèches. Quels ingrédients physiques fixent la taille de ces mèches ? Afin d'explorer cette question, considérons une expérience modèle sur une brosse unidimensionnelle réalisée en empilant des languettes de Mylar régulièrement espacées par des lames de microscope (la brosse représentée sur la figure 3.5 contient par exemple une centaine de lamelles). Plongeons puis retirons cette brosse d'un bain d'eau savonneuse (qui mouille les 'poils' synthétiques). Une série régulière de mèches se forme. Observons de plus près une de ces mèches : chaque mèche résulte d'une succession de collages deux par deux de mèches plus petites. Chronologiquement les languettes commencent donc par se coller par paires puis des amas de plus en plus gros se constituent, toujours en se collant deux par deux. Il s'agit ainsi d'un véritable processus de coalescence dans lequel la longueur à partir de la racine est équivalent au temps.

Une mèche de taille N se forme lorsque deux mèches plus petites, de taille $N/2$ en moyenne, se collent entre elles. Supposons que ces mèches soient équivalentes à des lamelles distantes de $dN/2$ et de rigidité $BN/2$ [1]. L'extrapolation, à ces lamelles équivalentes, du

1. Additionner ainsi les rigidités des lamelles constituant la mèche suppose qu'elles peuvent glisser le unes par rapport aux autres, ce qui est facilité par la présence de fluide interstitiel lubrifiant. Dans le cas

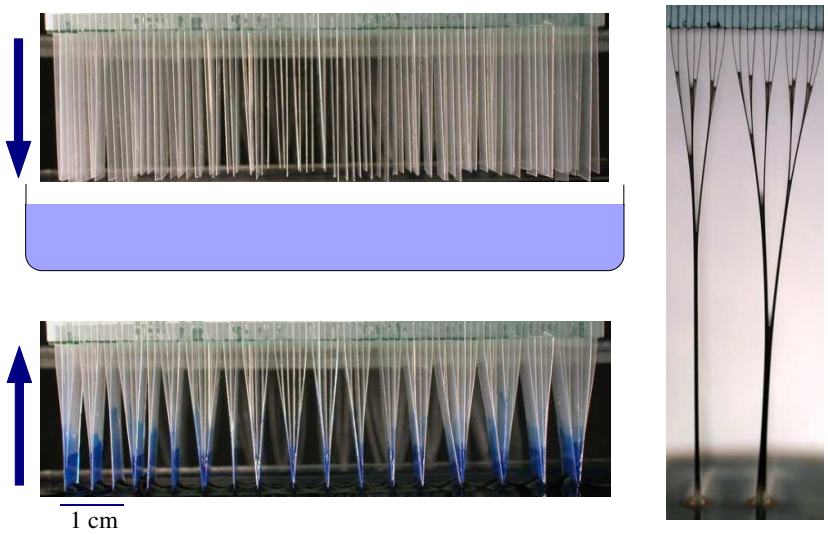


FIGURE 3.5 – Expérience modèle réalisée avec des brosses unidimensionnelles constituées de lamelles de Mylar régulièrement espacées par des lames de microscope. Lorsqu'on retire une brosse d'un bain de liquide mouillant, les lamelles s'agrègent sous forme de mèches de structures hiérarchiques. L'étape élémentaire de l'agrégation est le collage de deux éléments flexibles en un élément plus gros.

résultat obtenu pour des lamelles unitaires conduit ainsi à la longueur de collage d'une mèche de taille N [71] :

$$L_{stick}(N) = (N/2)^{3/4} L_2, \tag{3.3}$$

où L_2 désigne la longueur de collage élémentaire. Cette prédiction est en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus avec des mèches contenant jusqu'à 30 lamelles (figure 3.6).

3.4 Distributions de tailles de mèches

La relation précédente 3.3 nous indique la longueur de collage correspondant à une mèche de taille N. Son inversion prescrit donc la taille de mèche maximale N_{max} que l'on peut obtenir avec des brosses de longueur L :

$$N_{max} = 2\,(L/L_2)^{4/3} \tag{3.4}$$

Cependant des tailles plus petites sont en pratique observées (brosse illustrée sur la figure 3.5, par exemple) conduisant à une distribution en taille assez large. Afin de quantifier ces distributions, nous mesurons, pour une taille maximale N_{max}, le nombre $n(N, N_{max})$ d'amas de taille N. Une normalisation des distributions permet de comparer les différentes brosses entre elles. Nous représentons ainsi $\phi(N/N_{max}) = n(N, N_{max})N_{max}^2/N_{total}$, où

contraire la rigidité varierait comme N^3.

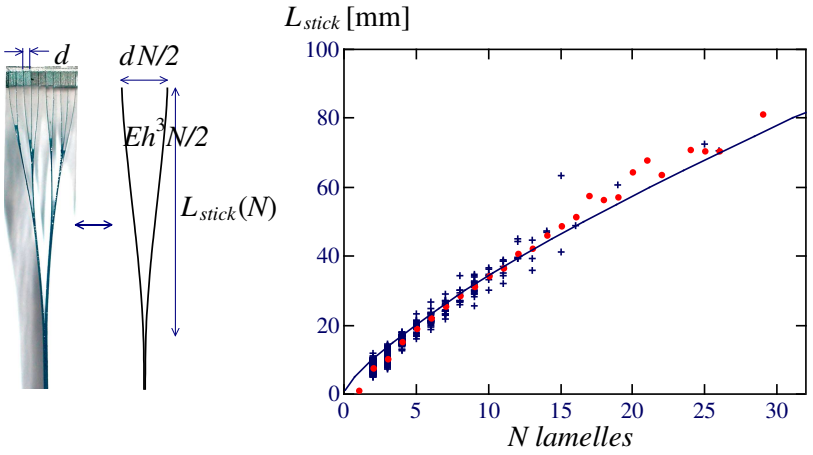


FIGURE 3.6 – Une mèche de taille N résulte du collage de deux mèches de taille moyenne $N/2$ distantes de $dN/2$ et de rigidité $BN/2$. La longueur de collage L_{stick} varie comme $N^{3/4}$.

N_{total} représente le nombre de lamelles initial en fonction de N/N_{max} (figure 3.7). Les tailles de mèches apparaissent ainsi distribuées entre $0.3N_{max}$ et N_{max}. Pourquoi observons-nous une telle distribution ? L'arborescence des mèches ne devrait-elle pas suivre une suite géométrique : formations de paires à la première étape de collage, de quadruplets à la deuxième étape, d'amas de taille 2^k à l'étape k ? Nos brosses sont-elles imparfaites ?

Même avec une brosse parfaitement régulière l'arborescence géométrique serait hautement improbable. En effet, les lamelles tendent à se coller deux par deux à la première étape de collage. Cependant, si deux paires se forment au voisinage d'une lamelle donnée, cette dernière ne peut plus s'apparier à cette étape du processus du collage. Comme statistiquement 1/3 des lamelles de la brosse, cette lamelle reste 'célibataire' à l'issue de cette première étape. Des triplets apparaissent lorsque l'on augmente la longueur de brosse retirée du bain, puis des quadruplets (par appariement de paires voisines), des quintuplets (par appariement de paires avec des triplets)...

Il est possible de modéliser numériquement ce comportement. Prenons N objets régulièrement espacés et perturbons légèrement leurs positions initiales de manière aléatoire. La règle d'agrégation est la suivante : les paires les plus proches s'associent pour former un agrégat localisé au barycentre de la paire initiale. La distribution en taille de ces agrégats suit exactement la même loi que les mèches dans une brosse mouillée (figure 3.7). Une approche théorique de type champ moyen par Arezki Boudaoud permet enfin de décrire ce procédé d'agrégation original (caractérisé par une taille limite) moyennant le bon choix d'une variable d'ajustement [76].

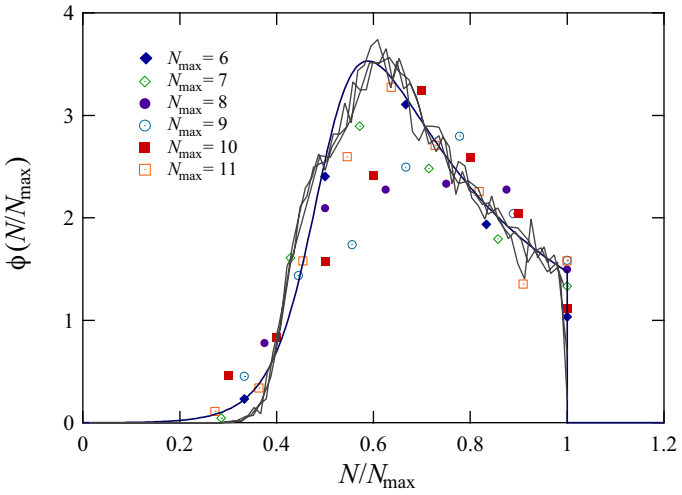


FIGURE 3.7 – Distribution en taille des mèches obtenues par agrégation élasto-capillaire. Contrairement aux situations habituelles de distributions d'agrégats caractérisées par des queues exponentiellement décroissantes, la distribution est ici bornée par N_{max}. Une taille minimale apparaît également au voisinage de $0.3N_{max}$. Cette distribution est comparable aux résultats d'une simulation de type 'toy model' et à une théorie d'agrégation en champ moyen [76].

3.5 Fibres réparties sur une surface

D'un point de vue pratique, les brosses unidimensionnelles sont plutôt rares, les 'poils' étant en général implantés sur des surfaces. Dans ce cas, l'agrégation de mèches continue-t-elle à s'effectuer par paires ? Nous avons réalisé des brosses modèles composées de fibres de polystyrène prélevées sur une lampe 'en boule de fibres' (Vedum par Ikea) et réparties sur un réseau triangulaire régulier (figure 3.8 a). Une tomographie par nappe laser révèle une association par paires successives et non pas par triplets comme le motif triangulaire aurait pu le suggérer.

Extrapoler directement les résultats obtenus pour les lamelles n'est cependant pas immédiat car l'adhésion entre les deux fibres met en jeu un ménisque de forme complexe. En effet, le rayon de courbure local $r(z)$ de ce ménisque doit vérifier la loi de l'hydrostatique $r(z) = 2\gamma/\rho g z$ (figure 3.8 b). En pratique, l'énergie de surface du système apparaît très proche du cas sans gravité où le ménisque serait plat ($r \to \infty$) [60]. L'argument d'échelle décrivant le collage de lamelles reste ainsi valable en adaptant l'énergie de surface, $\mathcal{U}_S \sim \gamma b L_{stick}$. L'énergie de flexion garde la même forme, $\mathcal{U}_b \sim B_{rod} L_{stick}/R^2$, avec une courbure $1/R \sim d/L_{stick}^2$. La rigidité de courbure pour une tige de rayon b s'écrit [54, 55] :

$$B_{rod} = \frac{\pi}{4} E b^4, \tag{3.5}$$

ce qui conduit à une expression analogue à la relation 3.2 pour la longueur de collage. Pour adapter la notion de longueur élasto-capillaire à une tige, il suffit donc de rem-

placer l'épaisseur h de la languette par le rayon b de la fibre dans la définition de L_{EC} (équation 2.5) [77] :

$$L_{EC} = \sqrt{\frac{B_{rod}}{\gamma b}} \sim \sqrt{\frac{Eb^3}{\gamma}}. \tag{3.6}$$

Le passage de 2 fibres à des mèches contenant N fibres est similaire au cas des lamelles. Néanmoins la distance moyenne séparant deux sous-mèches n'est plus proportionnelle à N mais varie comme $\sqrt{N}$ à cause de la répartition en surface des fibres (figure 3.8c). La longueur de collage d'une mèche de taille N s'écrit donc :

$$L_{stick}(N) \sim N^{3/8} L_2, \tag{3.7}$$

en bon accord avec nos résultats expérimentaux [60].

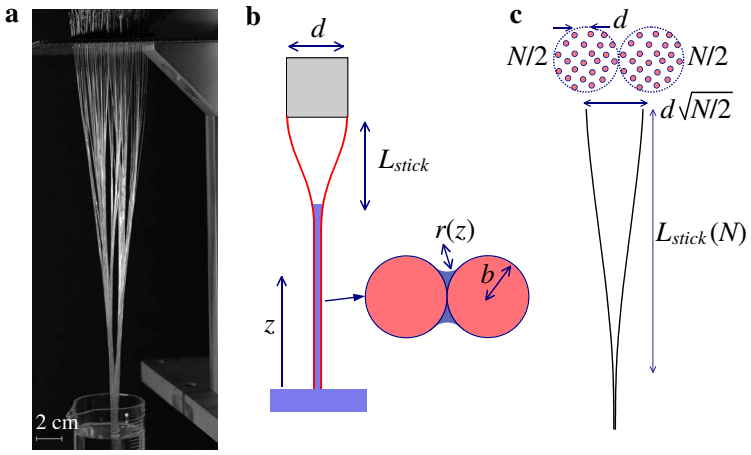


FIGURE 3.8 – (a) Agrégation de fibres mouillées réparties sur un réseau triangulaire régulier : une tomographie de la brosse montre une association des mèches par paires. (b) Collage de deux fibres : le rayon local du ménisque joignant les fibres doit vérifier l'équilibre hydrostatique $r(z) = 2\gamma/\rho g z$. (c) La distribution des fibres sur une surface modifie le nombre de voisins : la distance moyenne entre sous-mèches varie comme $d\sqrt{N/2}$.

Tiges molles

Dans le cas de tiges très molles, en polydimethylsiloxane (PDMS) par exemple, l'aire de contact entre fibres collées dépend de l'énergie d'adhésion (figure 3.9a). En adaptant la theorie JKR (relation 2.3 pour une boule molle sur une surface solide) à une géométrie cylindrique [78], il est cependant possible d'estimer l'énergie de collage. La largeur de la zone de contact est ainsi donnée par :

$$\delta \sim \gamma/E)^{1/3} r^{2/3}. \tag{3.8}$$

L'énergie de collage entre deux tiges vaut dans ces conditions $\gamma(\gamma/E)^{1/3}r^{2/3}$ par unité de longueur de tige. Ceci nous conduit à adapter notre définition de la longueur élasto-capilaire :

$$L_{EC_{JKR}} = \left(\frac{Er^3}{\gamma}\right)^{1/2}\left(\frac{Er}{\gamma}\right)^{1/6}. \tag{3.9}$$

La pertinence de cette échelle de longueur a été validée expérimentalement sur des réseaux de piliers en PDMS [79]. Du point de vue de l'ingénierie biomimétique, l'auto-adhésion de tiges constitue une limite au développement d'adhésifs universels inspirés par les pattes de gecko [80]. L'extrémité de leurs pattes est en effet recouverte de micro-fibres (*seta*) qui peuvent adhérer sur tout type de surface grâce aux interactions de van der Waals [81]. Ces fibres ne se collent cependant pas entre elles. Il est probable que leur structure hiérarchique leur assure une souplesse suffisante pour s'adapter à une surface rugueuse tout en maintenant une certaine rigidité qui prévient leur effondrement, au contraire de leur homologues synthétiques [82].

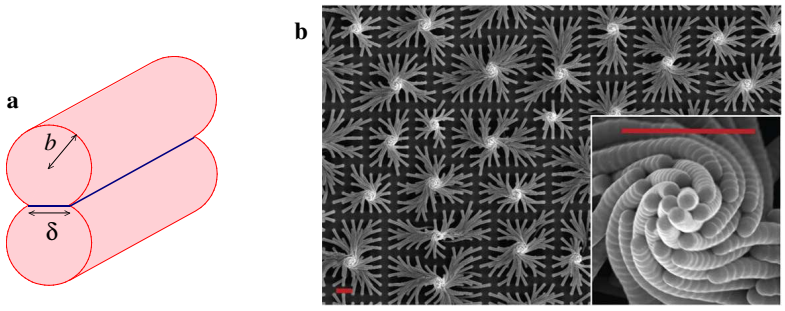


FIGURE 3.9 – (a) Collage de fibres molles : l'aire de contact dépend de l'énergie d'adhésion. (b) Structures hélicoïdales obtenues par agrégation capillaire de fibres polymériques très souples [83].

Enfin, de curieuses structures hélicoïdales ont été obtenues à partir de tapis de fibres longues et souples (figure 3.9b). Ces structures pourraient par exemple être utilisées pour capturer de nano-particules [83]. Nous pensons que la friction joue dans ce cas un rôle majeur en forçant les fibres à poursuivre un désalignement initial.

3.6 Poils liquides

Nous avons vu comment des poils mouillés s'associaient en mèches. Peut-on observer de telles structures sur des systèmes différents ? Motivés par des expériences réalisées dans l'équipe de Laurent Limat [84], nous nous sommes intéressés à l'écoulement de ruisselets entre deux plaques parallèles (géométrie de Hele-Shaw). Deux ruisselets initialement parallèles peuvent-ils coalescer ?
Notre montage expérimental est constitué de deux plaques de verre parallèles séparées

d'une distance t petite devant la longueur capillaire L_c, l'angle d'inclinaison des plaques α étant ajustable (figure 3.10). Deux filets d'huile séparés d'une distance d sont injectés en amont de la cellule à un débit identique Q contrôlé à l'aide d'un pousse-seringue. Dans le cas où la distance séparant les filets est importante, deux ruisselets verticaux sont observés à condition que le débit dépasse un seuil Q_{min} qui permet de former un pont liquide entre les plaques. Le débit est néanmoins maintenu en dessous d'un autre débit critique qui conduit à la formation de méandres [84, 85]. Cependant si la distance de séparation est réduite, les ménisques formés en aval de la cellule tendent à rapprocher les jets qui finissent par coalescer jusqu'à une distance L_{zip} de leur point d'injection (figure 3.10).

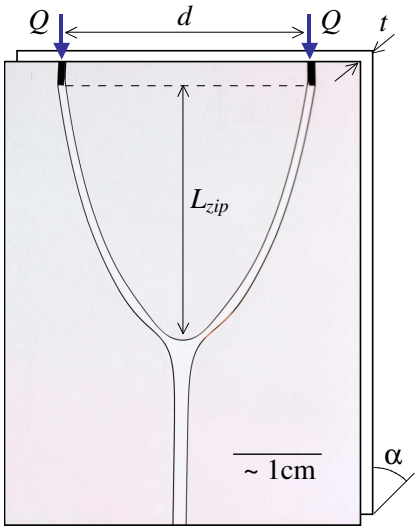


FIGURE 3.10 – Expérience des 'poils liquides' : deux filets d'huile sont injectés avec un débit identique entre deux plaques parallèles. S'il sont suffisamment rapprochés, les deux jets coalescent et forment une fourche stable dont la 'longueur de collage' dépend du débit d'injection.

De quels paramètres expérimentaux dépend L_{zip} ? L'évolution de la forme de la fourche en fonction du débit et de la distance de séparation est présentée sur la figure 3.11. Augmenter le débit conduit à une fourche de plus en plus allongée. Au delà d'un certain débit Q_{max}, la coalescence n'est plus possible : les deux filets d'huile ruissellent verticalement. Écarter les points d'injection ne modifie pas la base de la fourche et les différentes formes se superposent parfaitement. Cependant les deux filets tendent à s'écouler verticalement lorsque d augmente. Au-delà d'une distance critique d_{max} la coalescence n'est plus observée.

Afin de déterminer la forme des fourches, nous avons considéré le cas limite où les ruisselets sont larges (ce qui permet de négliger les effets de bord) et leur rayon de courbure faible, c'est-à-dire : $t \ll w \ll R$, où w est la largeur du ruisselet et R le rayon de courbure de son 'squelette' (le système de coordonnées est schématisé sur la figure 3.12). Nous négligeons également l'inertie du fluide. Dans ces conditions, l'écoulement suit la loi de

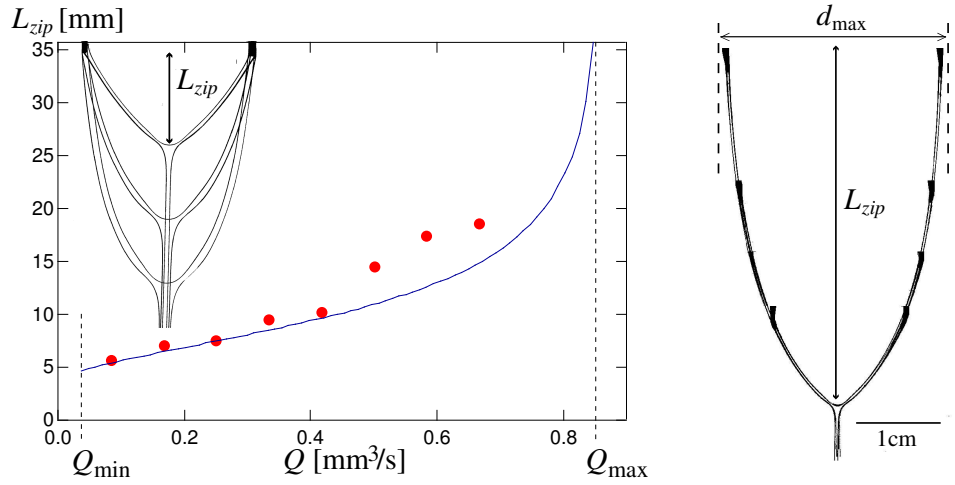


FIGURE 3.11 – Évolution de L_{zip} avec Q et D. La coalescence n'est observée que pour un certaine gamme $Q_{min} < Q < Q_{max}$ et $d < d_{max}$. Augmenter la distance de séparation des ruisselets ne modifie pas la base de la fourche, mais augmente son extension en amont. Ligne continue : modèle développé dans [86].

Darcy :

$$\mathbf{u} = \frac{t^2}{12\eta}\left(\rho \mathbf{g} \sin\alpha - \boldsymbol{\nabla} P\right), \tag{3.10}$$

où $\mathbf{u}$ est la vitesse locale du fluide moyennée sur l'épaisseur du ruisseau et η la viscosité du liquide. Le gradient de pression est donné par la loi de Laplace appliquée aux bords du ruisselet :

$$\Delta P = \gamma\left(\frac{2}{t} \pm \frac{\pi}{4}\frac{1}{R}\right). \tag{3.11}$$

Le prefacteur $\frac{\pi}{4}$ est lié à une interaction subtile entre les rayons de courbure principaux de l'interface liquide/air [87, 88]. L'équation de Darcy s'intègre facilement à condition de négliger le gradient de pression selon l'abscisse curviligne s et, compte tenu de la conservation du volume $Q = tw\,u_t$, conduit à :

$$\frac{\partial\theta}{\partial s} = \frac{\tan\theta}{L_{vc}}, \quad \text{avec} \quad L_{vc} = \frac{\pi}{24}\frac{\gamma t^3}{\eta Q}. \tag{3.12}$$

La longueur caractéristique *visco-capillaire* L_{vc} compare les effets visqueux à la capillarité. Bien que la gravité joue, d'une certaine manière, le rôle de l'élasticité dans le problème des poils mouillée, elle n'apparaît pas directement dans la forme de la fourche. En effet, des expériences menées avec des inclinaisons différentes conduisent à des fourches de squelettes identiques. Les ruisselets sont néanmoins d'autant plus larges que l'inclinaison est faible. Dans la limite des angles faibles, la solution de l'équation 3.12 s'écrit :

$$z \simeq L_{vc} \ln\left(1 + \frac{x}{L_{vc}\theta_i}\right), \tag{3.13}$$

où l'origine des coordonnées est prise à la source du ruisselet de gauche et θ_i est l'angle initial de la fourche. Cette solution conduit à une distance limite, $d_{max} = 2L_{vc}$ ou réciproquement à un débit limite $Q_{max} = \frac{\pi}{12}\frac{\gamma t^3}{\eta d}$. L'intégration numérique de l'équation 3.12 est en bon accord avec les observations expérimentales (figure 3.12), néanmoins l'angle de départ θ_i demeure une variable d'ajustement. Cependant nous avons montré que l'angle final θ_f dépendait peu de l'expérience et était, aux erreurs de mesure près, égal à $\pi/3$ (ce qui correspond à un angle de 120° entre les trois branches) [86].

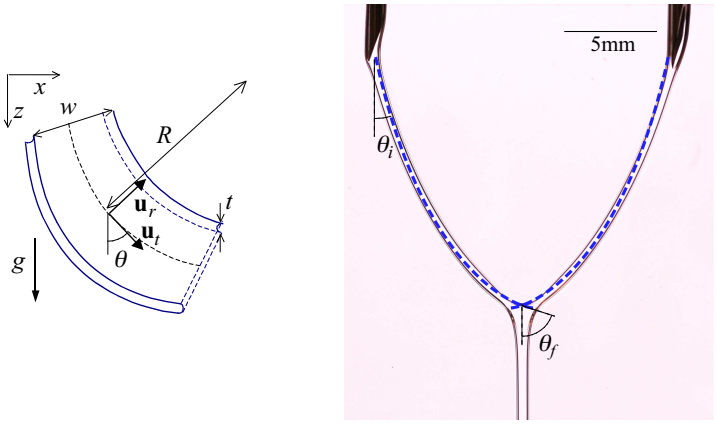


FIGURE 3.12 – Gauche : système de coordonnée utilisés pour résoudre l'équation de Darcy 3.10. Droite : comparaison d'une forme de fourche expérimentale à sa prédiction par l'intégration numérique de l'équation 3.12.

Notons enfin qu'au tout début de l'expérience, l'extrémité du ruisselet (qui n'a pas encore atteint le bas de la cellule) est constitué d'une goutte retenue par le ruisselet lui-même (figure 3.13). La forme de cette goutte 'en laisse' est exactement celle de la raquette élastique que nous utilisons pour mesurer la longueur élastocapillaire. En effet les équations qui décrivent la forme d'une goutte pendante sont formellement les mêmes que l'*elastica* d'Euler qui régit la forme d'une tige flexible [89].

Nous avons décrit dans ce chapitre l'action de forces capillaires (ou plus généralement d'adhésion) entre structures flexibles qui conduisent à la formation de mèches. Cependant ces forces étaient ici latérales. Nous décrivons dans le chapitre suivant la situation complémentaire qui apparaît lorsque l'extrémité d'une structure initialement immergée est forcée à traverser une surface. La force axiale engendrée est alors susceptible de faire flamber la structure.



FIGURE 3.13 – Gauche : raquette formeé en collant une languette élastique sur elle-même. Droite : extrémité libre d'un ruisselet.

Chapitre 4

Flambages capillaires

Peut-on marcher sur l'eau ? Les araignées d'eau [1] semblent maîtriser ce mode de déplacement et peuvent même bondir sur leurs proies ou leurs rivales sans jamais se mouiller les pattes (figure 4.1). En effet ces dernières étant recouvertes de poils hydrophobes, leur immersion est défavorable du point de vue de l'énergie de surface [90]. En termes de forces, la charge nécessaire pour transpercer l'interface avec une tige de longueur L (égale à la longueur cumulée des pattes) enfoncée parallèlement à l'interface est donnée par le produit $F = L\,\gamma\cos\theta$, γ la tension de surface du liquide et θ l'angle de contact du liquide sur le matériau constituant la patte (proche de 180° dans le cas des insectes se sustentant sur l'eau). Cette force dicte ainsi le poids maximal de l'insecte.

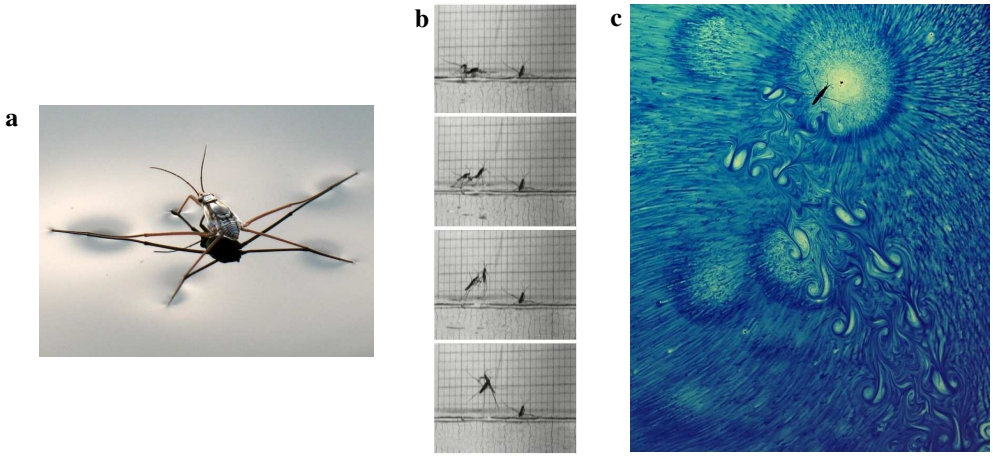


FIGURE 4.1 – (a) Gerris au repos à la surface d'une mare (cliché treknature.com). (b) Combats acrobatiques entre rivaux. (c) Visualisation des tourbillons produits lors de la 'marche' de l'insecte qui s'apparente en réalité à une nage (clichés B. Chen & J. Bush).

1. qui en réalité ne sont pas des *araignées* mais des insectes de la famille des *geridae*.

4.1 Poils perçants

La situation opposée au gerris se présente si l'on force un objet hydrophile à sortir de l'eau. Ainsi lorsque une 'forêt' de nanotubes de carbone initialement immergée dans un solvant est séchée, les forces capillaires tendent à comprimer l'extrémité libre des nanotubes au moment où ces derniers s'apprêtent à traverser l'interface (figure 4.2). Cette charge peut entraîner le flambage des nanotubes et leur effondrement sur le substrat [23]. De même, des nanotubes de carbone piégés dans des microbulles ou des microtubules en croissance dans des vésicules peuvent flamber si leur longueur dépasse le diamètre de la cellule dans laquelle ils sont emprisonnés [57].
Classiquement, une tige flambe lorsqu'elle est soumise à une charge compressive qui dépasse la force critique d'Euler :

$$F_{crit} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{B_{rod}}{L^2} \qquad \text{avec} \qquad B_{rod} = \frac{\pi}{4} E b^4, \tag{4.1}$$

où b est le rayon de la tige et B_{rod} son module de flexion que nous avons introduit dans le chapitre précédent. La force capillaire est donnée par $2\pi b\gamma \cos\theta$ et conduit donc, dans une situation de mouillage total, à une longueur critique de flambage proportionnelle à la longueur élastocapillaire :

$$L_{crit} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{B_{rod}}{\gamma r}} \simeq 0.3\, L_{EC}. \tag{4.2}$$

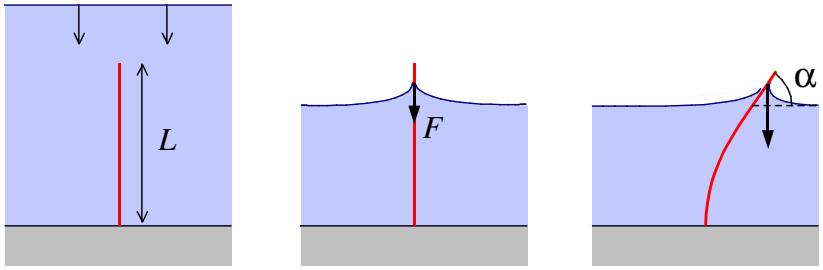


FIGURE 4.2 – Tige flexible perçant une interface : si la force capillaire $2\pi r\gamma$ dépasse le seuil critique d'Euler $(\pi/2)^2 B_{rod}/L^2$ la tige flambe. Le flambage augmente la force capillaire car incliner la tige d'un angle α conduit à une amplification de la force d'un facteur $1/\sin\alpha$.

Le flambage de la tige entraîne une amplification de la force capillaire d'un facteur $1/\sin\alpha$, où α est l'angle d'inclinaison de la tige par rapport à l'horizontale. Ce comportement non-linéaire conduit à des configurations de post-flambage complexes avec de solutions multistables [91]. La figure 4.3 représente ces différent états en fonction de la hauteur de bain H_b et de la longueur de tige L.

Notons enfin qu'un phénomène de flambage analogue se produit lorsqu'un ruban flexible est retiré d'un bain : le ruban flambe en accordéon de manière à réduire sa largeur

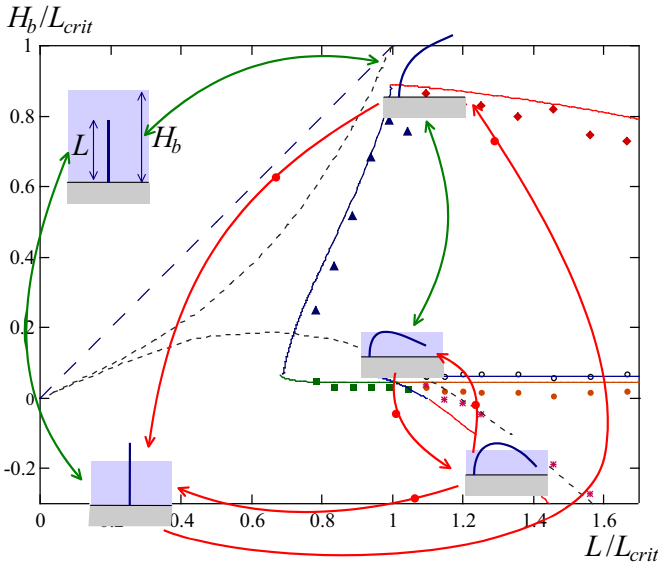


FIGURE 4.3 – Au delà du flambage : plusieurs états métastables sont possibles pour un même jeu de paramètres en fonction du chemin suivi [91]. Flèches rouges, changements de configurations avec transition. Flèches bleues, changements sans transitions.

et diminuer l'extension spatiale du ménisque [92]. Percer des films aqueux est également vital pour pour la reproduction de moisissures qui se développent dans des environnements humides. En effet, lorsque la densité de nutriments décroît, la forme filamenteuse de ces moisissures développe une tige qui transperce la surface pour disséminer ses spores par voie aérienne. Certaines espèces (telles que *Schizophyllum commune*) produisent dans ce but des molécules tensioactives (hydrophobine) afin d'atténuer la force capillaire comprimant la tige. Les espèces mutantes ne produisant pas cette molécule ne parviennent pas à disperser leur spores [93].
Revenons finalement au cas des insectes aquatiques dont les pattes ont une certaine flexibilité. La charge maximale augmente avec la longueur des pattes mais atteint un plateau lorsque cette longueur est de l'ordre de L_{EC} [94, 95]. Il apparaît que la longueur des pattes des gerris est en dessous de L_{EC}, ce qui suggère que la longueur élastocapillaire aurait joué un rôle dans le processus de sélection naturelle : élaborer des pattes plus longues que L_{EC} n'améliorerait pas la sustentation de l'insecte sur l'eau.

4.2 L'union fait la force

Que ce passe-t-il à présent si une assemblée 'velue' essaie de traverser une interface ? Deux phénomènes complémentaires peuvent se produire simultanément : l'association en mèches par attraction latérale des fibres et leur flambage par compression. Dans le chapitre précédent, nous avions analysé une brosse de lamelles (de longueur L, régulièrement espacées d'une distance d) tirée hors d'un bain. Considérons à présent le

cas opposé où la brosse est inversée et le niveau de liquide est progressivement abaissé jusqu'à atteindre l'extrémité libre des lamelles (figure 4.4).

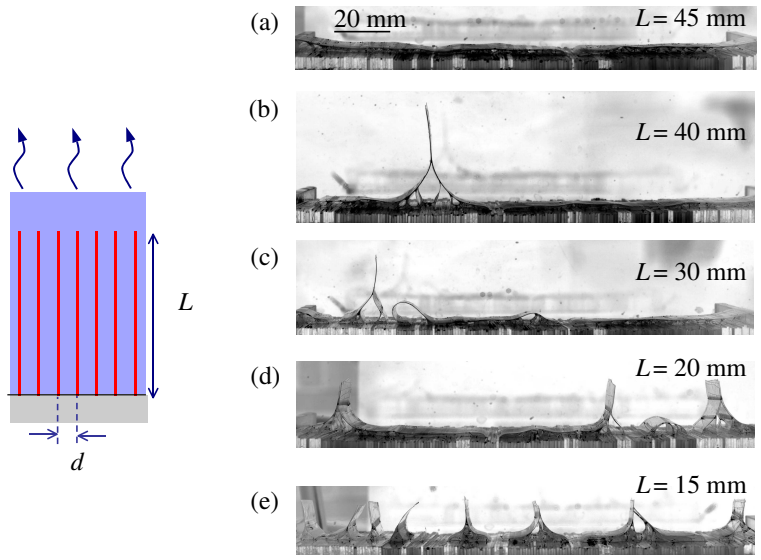


FIGURE 4.4 – Gauche : expérience des brosses perçantes : une brosse de lamelles flexibles est immergée dans un bain avec sa base au fond du bassin. Le niveau de l'eau est progressivement abaissé. Droite : état final de la brosse en fonction de la longueur de des lamelles.

Une fois l'eau retirée, les lamelles de la brosse la plus haute s'effondrent toutes sur la base de la brosse. En diminuant progressivement leur longueur, nous observons quelques mèches formées d'un grand nombre de lamelles qui résistent au flambage. Le nombre de mèches résistantes augmente en diminuant d'avantage L. En revanche, le nombre de lamelles impliquées dans chaque mèche décroît.
Ces différentes morphologies rappellent les structures observées sur des tapis de nanotubes de carbone présentés dans le chapitre d'introduction : motifs cellulaires [23] ou formes en teepees [22].
Comment prédire la formation de ses structures ? Les forces capillaires tendent à regrouper les lamelles en mèches. Intuitivement, une mèche est plus rigide qu'une lamelle unique et résistera ainsi plus facilement au flambage : l'union fait la force ! Comme dans le cas des poils mouillés, nous attendons qu'une brosse composée de N lamelles soit N fois plus rigide qu'une lamelle unique, ce qui conduit à une longueur critique de flambage proportionnelle à $N^{1/2}$. Réciproquement, pour une longueur de lamelle données, la taille critique pour la mèche correspond à :

$$N_0(L) = \frac{8}{\pi^2}\left(\frac{L}{L_{EC}}\right)^2. \tag{4.3}$$

En pratique, la structure spatiale en 'Tour Eiffel' rigidifie les mèches. Nous avons trouvé

empiriquement que cette taille critique pouvait être décrite par l'expression [96] :

$$N_{crit}(d, L) = \frac{N_0(L)}{1 + 16d/L}. \tag{4.4}$$

Dans le chapitre précédent nous avons décrit la coalescence des lamelles en mèches selon une distribution encadrée par N_{max} et N_{min}. Nous pouvons enfin esquisser les différentes configurations limites en fonction des paramètres expérimentaux :

- si $N_{crit} < N_{max}$, toutes les lamelles s'effondrent ;
- si $N_{min} < N_{crit} < N_{max}$, les mèches les plus grosses résistent, les plus faibles s'effondrent (structures cellulaires) ;
- si $N_{crit} < N_{min}$, toutes les mèches résistent (structures en teepees) ;
- si N_{crit} et $N_{max} < 2$, le lamelles restent isolées et résistent (structure hérisson).

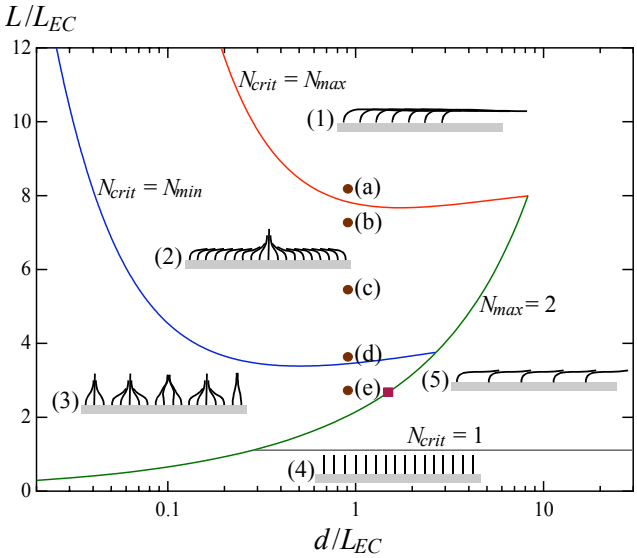


FIGURE 4.5 – Différentes configurations obtenues en fonction de la longueur des lamelles et de leur densité. Les cinq points correspondent aux état représentés figure 4.4.

Ces différentes configurations sont résumées dans la figure 4.5. Ces estimations théoriques sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur des brosses de lamelles. Nous pensons que cette type d'approche est pertinente dans le cas de surfaces recouvertes de fibres à condition de réajuster les lois d'assemblage et de résistance au flambage.

4.3 Enroulement spontané

Revenons au monde des araignées, mais terrestres à présent. De nombreuses espèces utilisent un filet gluant pour capturer leur proies. Les différentes soies utilisées pour la toile ont une résistance mécanique remarquable, souvent bien supérieures aux fibres synthétiques les plus élaborées [97]. Au delà de sa résistance à la rupture, la toile doit aussi

jouer un rôle d'amortisseur : un insecte rebondirait sur une toile parfaitement élastique après son impact ! Vollrath et Edmonds ont suggéré que les filaments orthoradiaux de la toile dépassent en réalité leur longueur apparente, l'excès de longueur étant emmagasiné dans un chapelet de petites gouttes visqueuses régulièrement espacées. L'empaquetage du filament dans la goutte serait induit par la tension de surface et l'amortissement correspondrait à la dissipation visqueuse résultant du débobinage [98]. Ce mécanisme est remarquablement décrit dans le film de la BBC *Life in the Undergrowth* réalisé par D. Attenborough (figure 4.6).

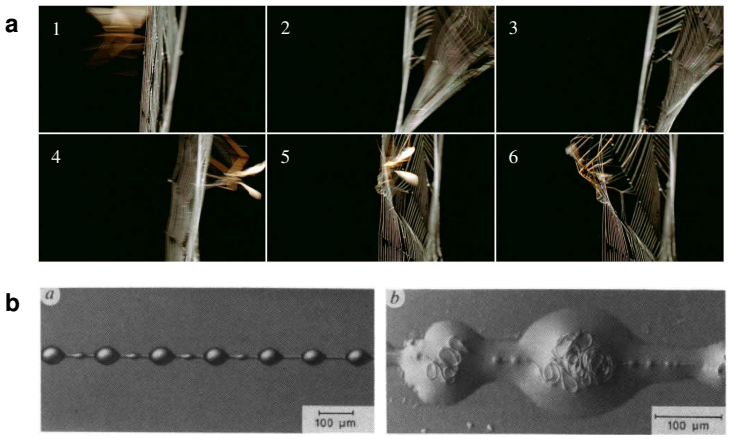


FIGURE 4.6 – (a) Impact amorti d'une abeille sur une toile d'araignée (extrait de *Life in the Undergrowth*, BBC). (b) Empaquetage de l'excès de longueur de soie à l'intérieur de gouttes visqueuses (d'après Vollrath *et al.* [98]).

L'enroulement spontané d'un filament autour d'un chapelet de gouttes peut également rappeler les structures observées à une échelle moléculaire dans les nucléosomes où les molécules d'ADN enrobent spontanément les histones (figure 4.7), ce qui permet de compacter le matériel génétique dans nos cellules [99]. En effet, une forme d'ADN non compactée ne rentrerait pas dans le noyau d'une cellule mais une forme condensée (comme dans les capsides virales) ne permettrait pas l'expression et la réplication complexe des gènes [100].

Considérons à présent le problème simplifié d'un filament élastique mis en contact avec une goutte qui le mouille parfaitement (figure 4.8). À quelle condition le filament enrobe-t-il spontanément la goutte ? Ce problème est très proche de l'enrobage d'un cylindre par une feuille collante décrit au chapitre 2. Si un filament de longueur L, de rayon b et de rigidité B_{rod} s'enroule autour d'une goutte d'un rayon R_0, l'énergie élastique emmagasinée est donnée par $\frac{1}{2}\frac{B_{rod}}{R_0^2}L$, alors que l'énergie de surface vaut $2\pi r\gamma L$. Nous attendons donc un enrobage spontané de la goutte si $R_0 > L_{crit} \sim L_{EC}$.

Dans le cas des toiles d'araignées, le rayon typique des filaments orthoradiaux est de 1 μm avec un module de Young grossièrement estimé à 5 GPa [98], ce qui conduit à une rigidité de la tige de l'ordre de $5.10^{-18}\,\mathrm{N.m^2}$. La longueur élastocapillaire correspondante $L_{EC} \sim 5\,\mu$m est donc inférieure à la taille des gouttelettes observées sur les toiles

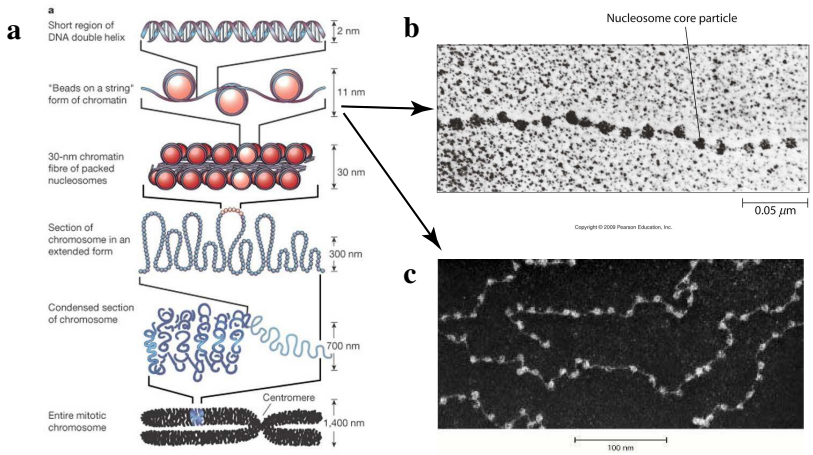


FIGURE 4.7 – (a) Organisation de l'ADN à différentes échelles : double hélice, chromatine, chapelets de nucléosomes, condensats de nucléosomes, chomosomes (image extraite de [101]).(b) et (c) Exemples de structure en chromatine (sources : www.mun.ca et www.ncbi.nlm.nih.gov)

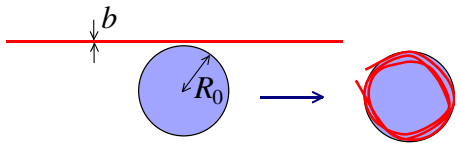


FIGURE 4.8 – Enrobage d'un filament autour d'une goutte.

d'araignées dont le rayon typique est de $10\,\mu$m. Le critère d'enrobage serait ainsi vérifié.

Les biophysiciens ont également développé des modèles à une échelle moléculaire pour l'enroulement de l'ADN autour des histones. Les molécules d'ADN sont assimilées à des tiges de rigidité $B_{rod} = \ell_p k_B T$, où $\ell_p \sim 50\,$nm est la longueur de persistance caractérisant les fluctuations thermiques de la molécule. Les histones sont considérés comme des cylindres de rayon $R_0 \sim 4\,$nm [100]. Ils possèdent 14 sites d'adsorption sur une longueur d'enrobage de l'ordre de 43 nm. L'énergie d'adsorption est estimée à $6\,k_B T$ par site [100], ce qui conduirait à une longueur elastocapillaire de l'ordre de $L_{EC} \sim 5\,$nm compatible avec le critère d'enrobage.

Sans chercher résoudre le problème de la condensation de l'ADN ni même celui des chapelets de gouttes sur les toiles d'araignées, nous avons mis au point une expérience d'enrobage de gouttes macroscopiques par des filament élastiques. Afin de maintenir des gouttes macroscopiques en lévitation, nous avons utilisé des gouttes d'huile silicone un peu plus denses que l'eau (*Rhodorsil 550*, $d \simeq 1.06$) immergées dans un bain d'eau salée avec un gradient de salinité (une technique utilisé par Joseph Plateau pour ses expériences sur les gouttes en rotation). Des gouttes centimétriques sphériques se positionnent ainsi spon-

tanément au niveau où leur densité coïncide avec celle de l'eau (figure 4.9). Les filaments élastiques sont réalisés en moulant des tubes capillaires avec du polyvinylsiloxane, élastomère largement utilisé dans le domaine dentaire pour la réalisation d'empreintes (module de Young de l'ordre de 200 kPa).

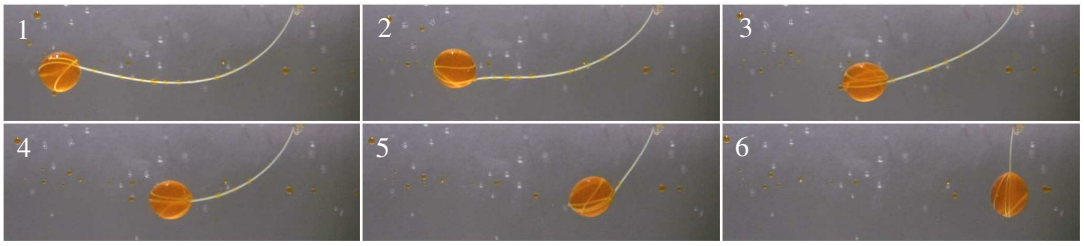


FIGURE 4.9 – Embobinage spontané par un filament flexible d'une goutte d'huile dense maintenue en lévitation dans un bain d'eau salée de densité ajustée.

Nous observons qu'effectivement les filaments enrobent les gouttes si le rayon R_0 de ces dernières est grand devant L_{EC}. Déterminer précisément le critère d'enrobage n'est cependant pas aisé. En effet, une goutte enrobée perd sa sphéricité et prend une forme de lentille dont l'équateur est ceinturé par le filament (insert dans la figure 4.10). La forme de ces lentilles est dictée par un équilibre entre l'élasticité qui tend à augmenter le rayon équatorial afin de diminuer la courbure du filament et la capillarité qui s'oppose à la déformation de la goutte. Il est aisé de déterminer le rayon équatorial R par une minimisation de l'énergie du système $\mathcal{U} = S\gamma + \frac{1}{2}\frac{B_{rod}}{R^2}L$, où S est la surface de la lentille et L la longueur du filament, avec une contrainte de volume constant, $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R_0^3$. Le minimum d'énergie correspond ainsi à :

$$\cos\alpha = \frac{1}{4\pi}\frac{B_{rod}}{\gamma}\frac{L}{R^4}, \tag{4.5}$$

où l'angle α (schématisé dans l'insert de la figure 4.10) est lié géométriquement à R/R_0 par la contrainte de volume. Cette prédiction est en bon accord avec nos expériences macroscopiques (figure 4.10).

Dans notre expérience une extrémité du filament est libre, ce qui permet une torsion libre au cours de l'enroulement. Ceci ne serait pas le cas dans un filament de toile d'araignée. Il serait également intéressant de considérer l'enrobage de plusieurs gouttes. Le gouttes vont-elles alors interagir ? En conclusion, si l'hypothèse de la formation de micro-pelotes dans les toiles d'araignées restent plausibles, nos expériences ne permettent pas encore de mimer fidèlement le mécanisme de leur formation.

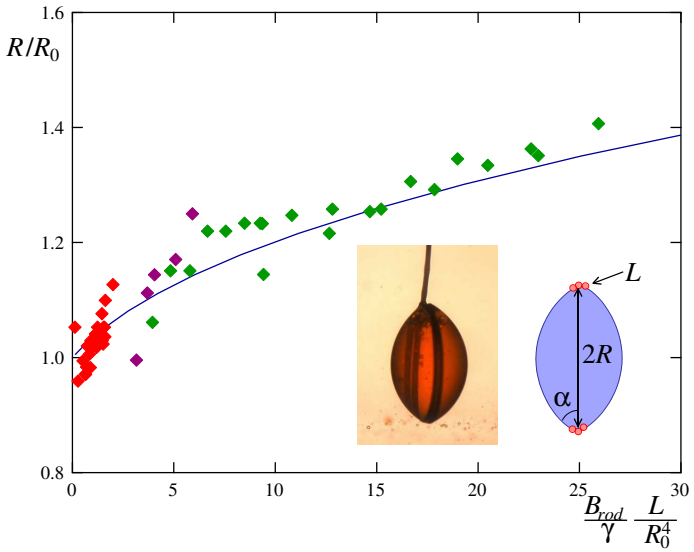


FIGURE 4.10 – La goutte enrobée prend la forme d'une lentille dont le rayon équatorial R dépend de la longueur du filament. Évolution du rapport R/R_0 en fonction de la longueur du filament et comparaison avec la prédiction théorique, équation 4.5 (ligne continue).

4.4 Anneaux flexibles

réalisé avec Aline Delbos, Nicolas Adami & Benoît Roman

Nous avons mentionné dans l'introduction l'écrasement possible des alvéoles des nouveaux nés grands prématurés sous l'effet de la tension de surface. Il s'avère que leurs poumons ne sont pas encore dotés des surfactants pulmonaires présents chez les enfants nés à terme [39]. Ces surfactants permettent d'une part de réduire la tension de surface des alvéoles, mais également d'introduire une forme d'élasticité de surface lors du gonflement des alvéoles, promouvant ainsi le gonflement homogène des alvéoles. L'occlusion des bronches par la tension de surface du mucus est également possible est fait l'objet d'une recherche active [38, 40, 41].

Sans prétendre apporter de solution physiologique, nous nous sommes intéressés à la fermeture d'un tube flexible sous l'effet de la tension de surface. Dans un premier temps considérons la situation simplifiée d'une section de tube : un anneau. Le cas du tube sera repris dans le chapitre Projets.
Nous avons réalisé des anneaux en polyvinylsiloxane en collant les extrémités des filaments utilisés dans l'expérience précédente sur eux-mêmes. Les anneaux étant hydrophobes ils flottent sur l'eau à la manière des gerris. Déposons à présent une goutte d'eau savonneuse à l'extérieur de l'anneau : l'anneau flambe ! Partant d'un cercle, il adopte une forme elliptique, puis une forme de cacahouète si la quantité de savon est plus importante (figure 4.11).

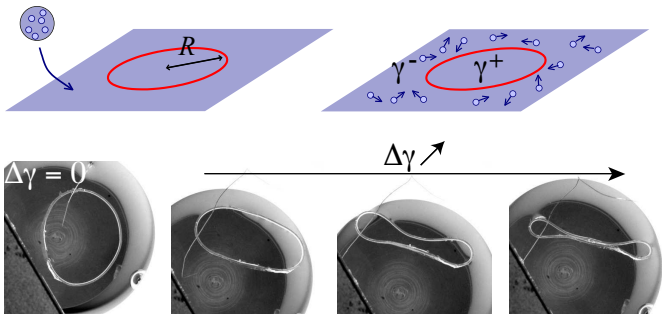


FIGURE 4.11 – Un anneau en élastomère posé à la surface de l'eau prend une forme circulaire. L'ajout de tensio-actif à l'extérieur de l'anneau conduit à son flambage et à sa transformation en ellipse puis en forme de cacahouète.

Pourquoi l'anneau flambe-t-il ? Les molécules de savon sont des molécules amphiphiles dont une partie est hydrophile (la 'tête') et l'autre hydrophobe (la 'queue'). Elles ont une affinité particulière pour les interfaces : la 'tête' reste alors dans l'eau et la 'queue' en sort. Une fois à l'interface, ces molécules se comportent comme un gaz bi-dimensionnel et se dispersent de manière à occuper le plus d'espace possible. Si elles rencontrent une paroi sur leur chemin, elle vont exercer une pression de surface dessus (force par unité de longueur) [2]. L'anneau se retrouve ainsi comprimé de la même manière qu'un pipeline vide au fond de l'océan. Une interprétation équivalente consiste à considérer la différence de tension de surface $\Delta\gamma$ entre l'intérieur et l'extérieur de l'anneau. Le savon diminue la tension de surface à l'extérieur de l'anneau et ce dernier se retrouve contraint comme le cadre d'un tambourin. Le flambage apparaît au delà d'un certain seuil de pression qu'il est possible de déterminer rigoureusement [102].
Déterminons ce seuil en loi d'échelle. Écraser l'anneau conduit à une réduction de l'énergie de surface de l'ordre de $\Delta\gamma R^2$, où R est le rayon initial de l'anneau (figure 4.11). En contrepartie, le coup en énergie élastique s'écrit comme $\frac{B_{rod}}{R^2}R$. Les deux termes se compensent pour :

$$\Delta\gamma \sim \frac{B_{rod}}{R^3} \sim \frac{Eb^4}{R^3}, \tag{4.6}$$

b désignant le rayon de la section du tube. Nous avons mesuré le rapport A/A_0 entre l'aire à l'intérieur de l'anneau et l'aire initiale en fonction de la pression de surface adimensionnée $4\Delta\gamma R^3/\pi Eb^4$ (figure 4.12). Nous obtenons une courbe maîtresse qui est en bon accord avec la résolution numérique des équations de l'élasticité [103]. En particulier, le calcul exact du seuil de flambage prédit une valeur de la pression égale à 3 dans ces unités d'adimensionnement, ce que nous retrouvons expérimentalement.

Ces anneaux flambants pourraient s'avérer utiles pour mesurer des pressions de surface dans des situations où les méthodes conventionnelles ne sont pas adaptées. Il suffit

2. Augmenter l'aire de l'interface est alors moins coûteux en énergie de surface car l'entropie des molécules amphiphiles est plus élevée : la tension de surface diminue (molécules *tensioactives*).

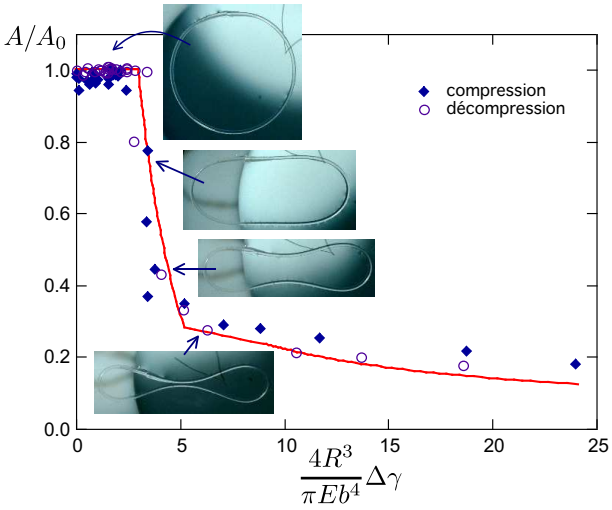


FIGURE 4.12 – Rapport A/A_0 entre l'aire à l'intérieur de l'anneau et l'aire initiale en fonction de la pression de surface adimensionnée $4\Delta\gamma R^3/\pi Eb^4$. Le seuil de flambage apparaît pour une pression égale à 3 dans ces unités.

pour cela d'utiliser des anneaux calibrés et de mesurer le rapport A/A_0 à partir d'une photographie. Cela pourrait par exemple permettre de mesurer le profil de tension de surface dans des films de savon verticaux (figure 4.13) ou d'estimer une anisotropie de la pression de surface sur des couches de nanoparticules très compactées (discussion avec Emmanuelle Rio et Giles Delon). Dans ce dernier cas, le grand axe de l'ellipse devrait indiquer la direction de la plus faible contrainte.

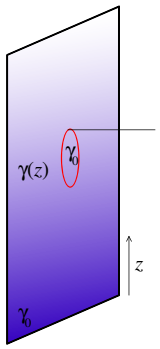


FIGURE 4.13 – Projet de mesure du profil de tension de surface sur un film de savon vertical en déplaçant un anneau calibré (discussion avec Jacopo Seiwert).

Nous nous sommes intéressés à des situations où les structures flexibles se fléchissaient de manière unidimensionnelle. Dans ce cas, La courbure typique engendrée par la capillarité est donnée par la longueur élastocapillaire. Une prolongation naturelle de ce travail est de considérer la flexion de membranes minces qui peuvent fléchir selon plusieurs directions à la fois, mais avec des contraintes géométriques complexes.

Chapitre 5

Origamis capillaires

Dans les chapitres précédents, nous avons décrit comment une structure assimilable à une tige pouvait fléchir sous l'effet des forces capillaires si sa longueur dépassait la longueur élastocapillaire. Ces déformations, souvent néfastes, apparaissent lorsqu'une structure initialement immergée est séchée, ce qui constitue un facteur limitant en micro-fabrication. Nous montrerons dans ce chapitre comment les forces capillaires peuvent au contraire s'avérer utiles pour élaborer des micro-objets complexes. Il est par exemple possible d'auto-assembler une multitude d'éléments qui flottent à la surface de l'eau, le mode d'assemblage étant dicté par les propriétés de mouillage de la surface de ces éléments [104]. D'élégantes structures polyédriques ont également été obtenues par la fusion de gouttes de soudures sur des feuilles métalliques minces pré-pliées [105, 106]. La solidification de la soudure fige alors la structure tridimensionnelle (figure 5.1a). Le repliement des panneaux métalliques est piloté par la tension de surface : la goutte de soudure minimise son interface avec l'air. Cette technique permet d'obtenir des polyèdres de formes variées [107–110], mais également des boîtes creuses obtenues par un dépôt de soudure limité aux charnières [111–113] ou en utilisant une goutte d'eau volatile [114] (figures 5.1b et c). Dans ce dernier cas, le maintien des facettes semble assuré par la soudure des arrêtes par des impuretés dissoutes dans l'eau.

Cette technique est très intéressante car elle permet de réaliser des structures tridimensionnelles, ce qui est délicat avec les techniques traditionnelles employées en micro-fabrication. Il s'agit en effet de procédés de gravures et de dépôts de couches minces issues de la micro-électronique et vouées à produire des structures bidimensionelles. L'utilisation de charnières permet en outre de contrôler la forme finale de la structure. Cependant pré-marquer les articulations relève souvent d'un tour de force technologique et limite ainsi l'utilisation pratique de ce procédé. C'est pourquoi nous nous sommes concentrés sur le cas technologiquement plus simple de la déformation d'une feuille lisse par les forces capillaires.

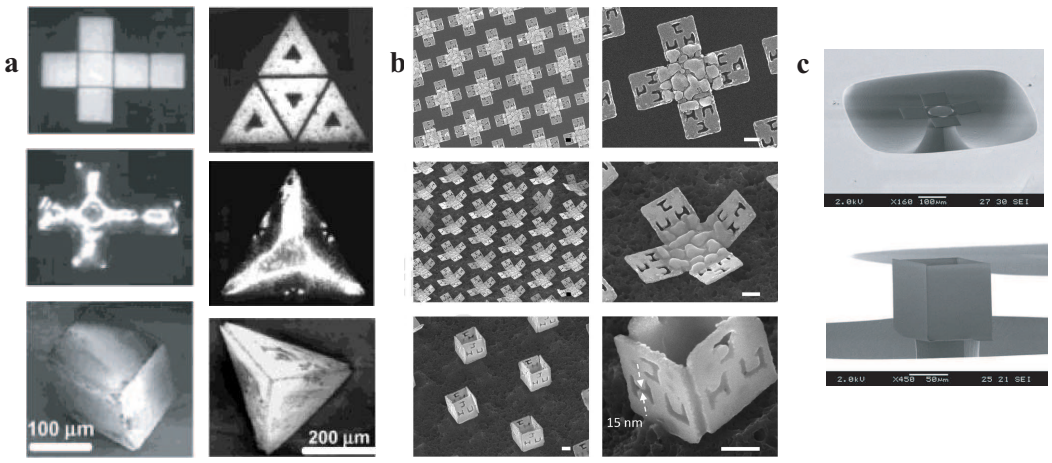


FIGURE 5.1 – (a) Repliement de panneaux pré-marqués autour d'une goutte de soudure (images extraites de [106], (b) boîtes cubiques obtenues après fusion de la soudure déposée sur les charnières du patron initial (images extraites de [111]), (c) boîte obtenue après dépôt puis évaporation d'une goutte d'eau sur le patron (clichés J. van Honschoten).

5.1 Goutte sur une feuille élastique

Posons une grosse goutte d'eau sur un carré millimétrique découpé dans un film d'élastomère silicone d'une épaisseur de l'odre de 50 μm (épaisseur typique d'un ruban adhésif). La goutte d'eau s'étale-t-elle sur la feuille, ou est-ce la feuille flexible qui enrobe la goutte ? La figure 5.2 représente deux expériences réalisées avec des carrés de cotes différentes.
Considérons le carré le plus grand (figure 5.2a) : dans un premier temps les quatre coins tendent à enrober la goutte. Cette dernière s'évapore progressivement, entraînant un repliement plus accentué de la feuille. En dessous d'un certain volume de goutte, la feuille se plie en deux jusqu'à ce que les deux faces opposées se collent et forment une raquette, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2. Cette raquette peut s'avérer éphémère si une forme d'adhésion (interactions de van der Waals, par exemple) ne prend pas le relais de la capillarité une fois l'eau évaporée.
Les coins du carré plus petit commencent également par fléchir (figure 5.2b). Cependant, la feuille ne se replie pas sur la goutte lorsque cette dernière s'évapore. Au contraire, la feuille se rouvre progressivement et finit par retrouver sa forme initiale plane.
Ce comportement n'est pas exclusif aux échantillons de forme carrée, mais est qualitativement observé avec d'autres formes (triangles, rectangles, fleurs...) que nous détaillerons ultérieurement.

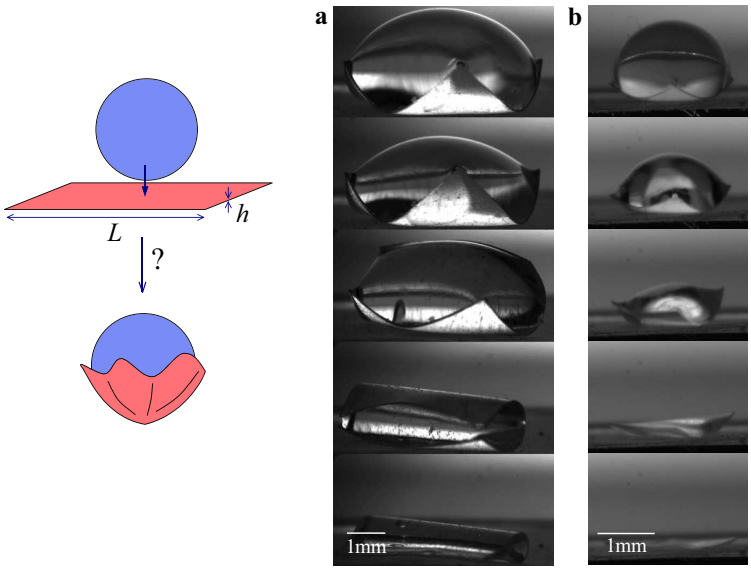


FIGURE 5.2 – Goutte d'eau posée sur des carrés découpés dans un film de PDMS de 50 μm d'épaisseur. (a) 'Grand' carré : la feuille enrobe la goutte et se plie. (b) 'Petit carré' : la feuille commence à fléchir, mais se rouvre s'en avoir été pliée (films disponibles sur le Electronic Physics Auxiliary Publication Service (EPAPS) de la référence [56]).

5.2 Critère de fermeture

À quelle condition la feuille se replie-t-elle autour de la goutte ? Analysons les différentes forces qu'exerce la goutte sur la feuille (figure 5.3). La tension de surface liquide/air tend à tirer les bords de la feuille vers le haut. La surface de la goutte est cependant courbée et la pression dans la goutte dictée par la loi de Laplace est donc plus élevée qu'à l'extérieur. Les forces de pression tendent ainsi à pousser la feuille vers le bas. Nous nous retrouvons donc dans la situation du campeur qui veut casser des branches de bois mort avec son genou pour préparer son feu. La traction des bras est équivalente à la tension de surface et la poussée du genoux à celle des forces de pression. A force donnée, le campeur ne parviendra pas à courber et finalement casser des branches d'une longueur inférieure à un certain seuil. De la même manière, la flexion d'une grande feuille par une goutte est plus prononcée que celle d'un échantillon moins large.

Si $B \sim Eh^3$ est le module de flexion de la feuille (d'épaisseur h et de module de Young E), le couple nécessaire pour la fléchir sur sa propre longueur est d'ordre BL. Nous attendons donc une fermeture complète au delà d'une longueur critique :

$$L_{crit} \sim \sqrt{\frac{Eh^3}{\gamma}} \sim L_{EC}. \tag{5.1}$$

Nous avons réalisé des expériences avec des échantillons découpés dans des feuilles d'épaisseurs (et donc de valeurs de L_{EC}) variées. Pour chaque type de feuille nous avons

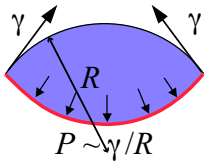


FIGURE 5.3 – Bilan des forces capillaires agissant sur la goutte : la tension de surface 'tire' vers le haut, la pression de Laplace 'pousse' vers le bas. La goutte exerce ainsi un couple sur la feuille.

déterminé à partir de quelle longueur L_{crit} la forme (carrée ou triangulaire) se fermait complètement. L_{crit} apparaît proportionnelle à L_{EC} (figure 5.4), le préfacteur dépendant de la géométrie de la feuille ($L_{crit} \simeq 12 L_{EC}$ pour des triangles et $L_{crit} \simeq 7 L_{EC}$ pour des carrés [56]).

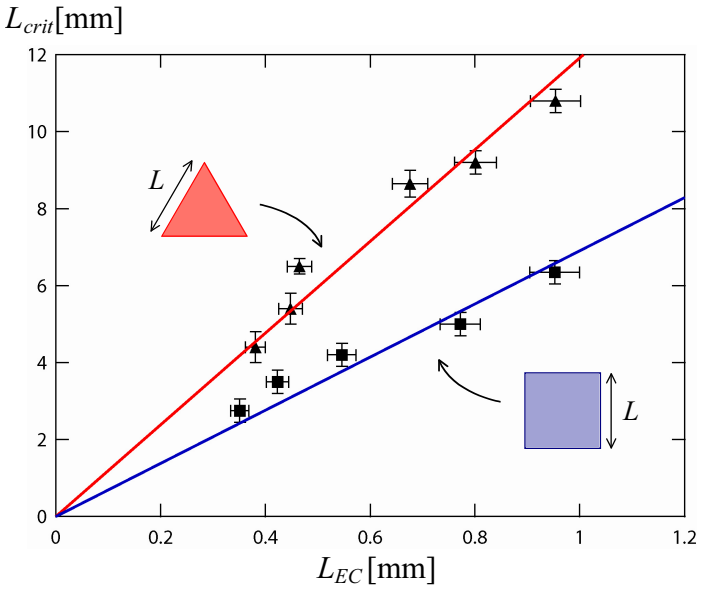


FIGURE 5.4 – Critère de fermeture pour des feuilles carrées ou triangulaires : si leur côté L dépasse une valeur critique L_{crit}, la feuille se replie. En accord avec la loi (5.1), L_{crit} est proportionnelle à L_{EC}, le préfacteur dépendant de la géométrie de la feuille.

Cette loi semble valable jusqu'à une échelle nanométrique comme le montrent des simulations numériques de feuilles de graphène [115]. Aux grandes échelles, nous sommes limités par le poids de la goutte ou celui de la feuille. L'échelle maximale est ainsi dictée par la longueur capillaire L_c qui est en général millimétrique. Notons également que nous avons assimilé la feuille à une tige dans notre description alors que le problème réel est tridimensionnel. Une prédiction quantitative s'avère délicate, même par une approche numérique car il s'agit d'un problème non linéaire aux conditions au limites libres (des états stables peuvent par exemple coexister [56]).

5.3 Formes

Une fois le critère de fermeture déterminé, il est tentant d'explorer ce jeu de pliage : quelle forme tridimensionnelle obtient-on en fonction de la découpe initiale de la feuille ? La figure 5.5 décrit différentes géométries que nous avons obtenues au delà du simple pli d'un rectangle :

- triangle → pyramide,
- fleur → sphère,
- croix → boîte,
- carré rogné → pliage diagonal.

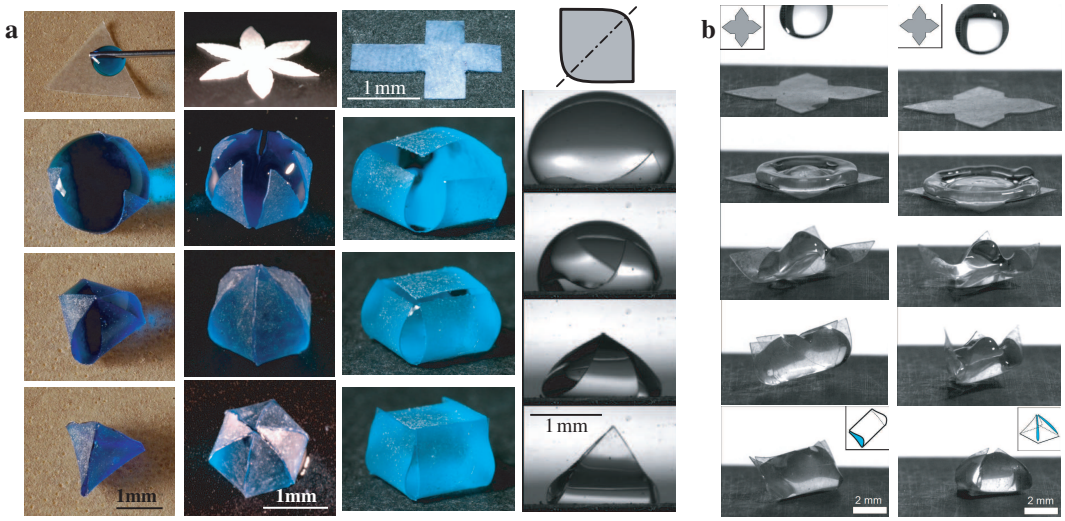


FIGURE 5.5 – (a) Origami capillaire : différentes formes tridimensionnelles peuvent être obtenues en fonction de la découpe initiale de la feuille. (b) Origami dynamique : une même feuille conduit à différents états finaux en fonction de la vitesse d'impact de la goutte (clichés Aranud Antkoviak).

Notre approche est essentiellement statique, cependant des expériences réalisées par Arnaud Antkoviak montrent que la structure finale peut également dépendre de la dynamique. Dans la figure 5.6b la même feuille découpée en étoile subit l'impact d'une goutte d'eau tombant d'une hauteur variable. En fonction de la vitesse d'impact, la feuille se plie en deux ou se referme en pyramide [116].

5.4 Des applications pratiques ?

En dépit de leur versatilité, ces assemblages capillaires sont de prime abord éphémères car les structures s'effondrent ou se rouvrent une fois l'eau évaporée. Il suffit cependant d'ajouter un composé chimique pour figer l'eau au moment voulu (colle photochimique par exemple) et préserver ainsi la structure tridimensionnelle désirée. Du point de

vue des applications concrètes, Guo *et al.* ont développé des cellules photovoltaïques tridimensionnelles en enrobant des billes adhésives avec des films de silicium (figure 5.6a). Du fait des réflexions multiples à l'intérieur des cellules, rendement de ces dernières est supérieur à celui de leur homologue plan [117].

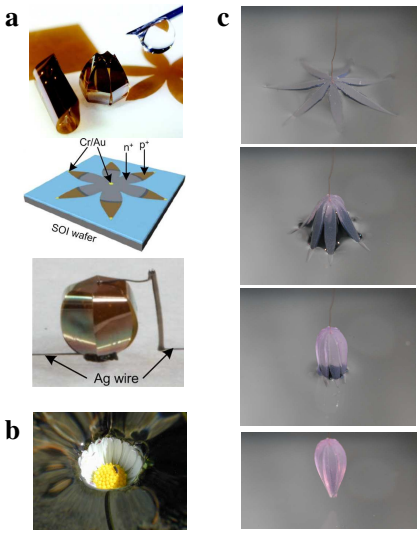


FIGURE 5.6 – (a) Utilisation de la technique d'origami pour réaliser des capteurs solaires tridimmensionnels (clichés X. Guo). (b) Fermeture de la corolle d'une pâquerette lors de l'immersion de la fleur (image Wikipedia). (c) Elastopipette : prélèvement d'une goutte hors d'un bain par une fleur élastique (clichés J. Hure).

Dans le monde botanique, la fermeture des fleurs peut être vitale pour les plantes aquatiques qui dépendent de la pollinisation par des insectes aériens ou par le vent pour se reproduire. Ainsi, la corolle de certaines variétés de nénuphars (*Nymphoides*) se referme hermétiquement en cas d'inondation temporaire et permet aux appareils reproducteurs de la plante de rester au sec [118] (figure 5.6b). La fermeture de la fleur est dictée par un équilibre entre élasticité et pression hydrostatique. Bien que la capillarité n'intervienne pas directement dans ce mécanisme, elle empêche l'eau de s'écouler par les interstices entre les pétales. Inspirés par cet exemple végétal, Sunny Jung *et al.* ont mis au point des 'élasto-pipettes' qui réalisent l'opération inverse [119, 120]. Une fleur découpée dans un film d'élastomère flexible est posée sur de l'eau. Lors de son retrait, la fleur capture un volume d'eau précis qui peut être redéposé sur une autre surface (figure 5.6c).

5.5 Actuation électrique

Nous avons vu comment une feuille flexible pouvait enrober une goutte d'eau. Une fois l'origami fermé serait-il possible d'actionner sa réouverture ? Un champ électrique apparaît comme un bon candidat. L'origami peut en effet se comporter comme un condensateur :

immergeons une électrode dans la goutte et relions une contre-électrode au substrat, la feuille flexible pouvant jouer le rôle d'un diélectrique. L'application d'un champ électrique induit une attraction mutuelle des armatures du condensateur. La goutte d'eau devrait ainsi s'étaler pour épouser au mieux le substrat opposé (figure 5.7).

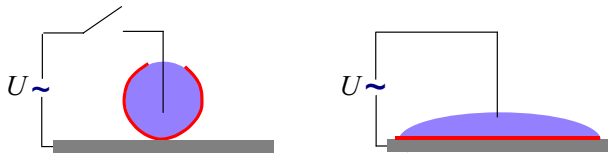


FIGURE 5.7 – Actuation de l'origami par un champ électrique. Une tension électrique appliquée entre la goutte d'eau et le substrat induit la réouverture de la structure.

Estimons l'ordre de grandeur de la tension nécessaire à rouvrir l'origami. Trois ingrédients physiques entrent en jeu :

- l'énergie de courbure de l'ordre du module de flexion B, lorsque la feuille est courbée sur sa propre longueur,
- l'énergie de surface d'ordre γL^2, lorsque l'origami de longueur L est ouvert,
- l'énergie électrique d'ordre $\varepsilon L^2 U^2/h$, lorsque une tension U est appliquée à travers un diélectrique d'épaisseur h et de permitivité ε.

La comparaison des deux premiers termes conduit à la longueur élastocapillaire L_{EC} (le cas présent vérifie le critère de fermeture spontané $L > L_{crit} \sim L_{EC}$), celle des deux derniers permet de définir une tension électrique caractéristique [121, 122] :

$$U_0 = \sqrt{\frac{\gamma h}{\varepsilon}}. \tag{5.2}$$

L'origami étant maintenu par la tension de surface, appliquer une tension élevée devant U_0 devrait donc permettre de le rouvrir. Nos expériences sont réalisées avec de l'eau de tension de surface $\gamma \simeq 70\,\mathrm{mN/m}$, des membranes d'épaisseur $h \simeq 50\,\mu\mathrm{m}$ et de permitivité diélectrique $\varepsilon \simeq 4.10^{-11}\,\mathrm{F/m}$, ce qui conduit à une valeur de U_0 de l'ordre de 300 V. L'utilisation de feuilles plus fines peut néanmoins réduire considérablement cette valeur élevée.

La figure 5.8 représente une expérience typique conduite avec une feuille triangulaire, l'origami pyramidal étant particulièrement robuste. Une fine électrode en argent est plongée dans la goutte d'eau (salée pour augmenter sa conductivité). Le substrat est une plaque de laiton recouverte d'un film diélectrique supplémentaire afin d'éviter des courts circuits en cas de débordement accidentel de la goutte (cette épaisseur additionnelle doit être prise en compte dans la valeur effective de h). Le diélectrique est en outre rugueux, ce qui limite l'adhésion de la feuille flexible par interaction de van der Waals. L'augmentation progressive de la tension conduit à l'ouverture successive des trois faces de la pyramide. Nous notons U_{open} le seuil au delà duquel la structure est complètement ouverte. À l'inverse la structure commence à se refermer en dessous d'une tension U_{close}

plus faible que U_{open} : le cycle possède une hystérèse.

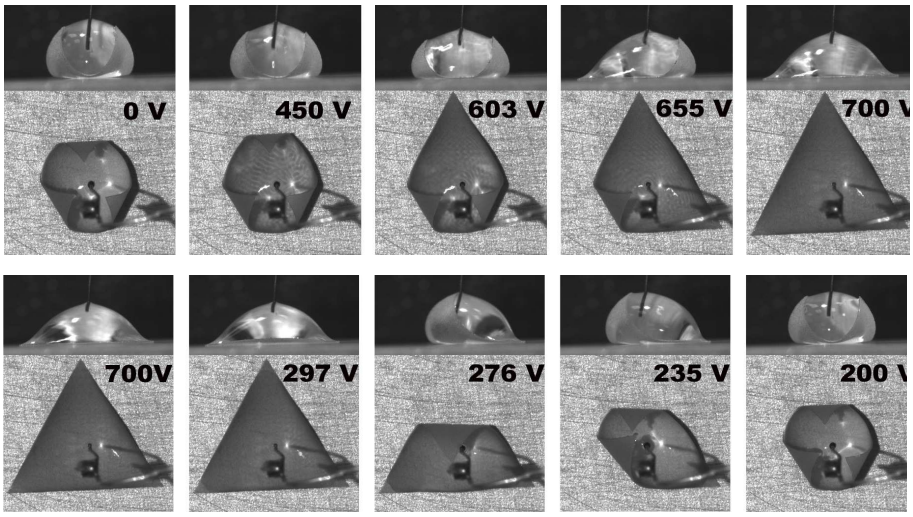


FIGURE 5.8 – Actuation de l'origami par un champ électrique. La structure s'ouvre complètement au delà d'un certain seuil U_{open} et commence à se refermer en dessous d'une tension plus faible U_{close} (clichés M.Piñeirua).

Nous avons étudié en détail la dépendance des tensions critiques U_{open} et U_{close} en fonction des paramètres expérimentaux. Comme l'argument d'échelle le suggère, U_0 et L_{EC} constituent des grandeurs d'adimentionnement pertinentes (figure 5.9). Le modèle développé dans la référence [121] décrit de manière satisfaisante le comportement hystérétique observé (lignes continues sur le graphe).

Notons enfin que l'hystérèse entre U_{open} et U_{close} peut qualitativement s'expliquer par un modèle très simplifié. Deux électrodes planes sont séparées par une distance variable x qui dépend d'un équilibre entre une force électrique attractive $f_{elec} \sim 1/x^2$ et un rappel élastique $f_{elas} = k(x_0 - x)$. Au delà d'une certaine tension, trois positions d'équilibre coexistent : deux sont stables et une instable, l'une des positions stables correspondant au contact (figure 5.10).

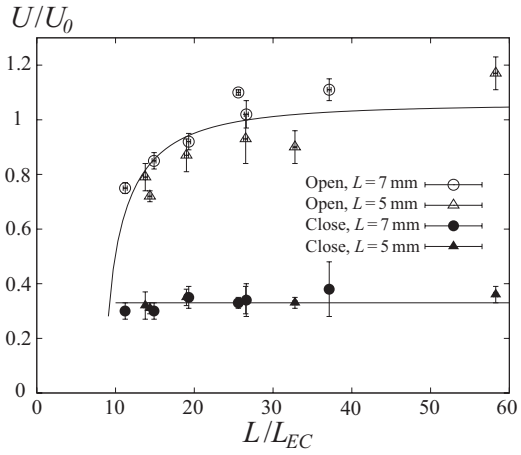


FIGURE 5.9 – Valeurs critiques U_{open} et U_{close} adimensionnées par U_0 en fonction du rapport L/L_{EC} pour des échantillons de différentes longueurs et rigidités. Lignes continues : modèle développé dans [121]

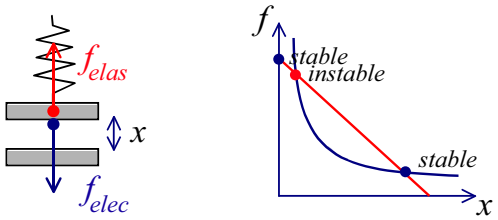


FIGURE 5.10 – Modèle simplifié : deux électrodes sont séparées par une distance variable qui dépend d'un équilibre entre une force électrique et un rappel élastique.

Les différentes expériences présentées dans ce chapitre apparaissent de bon augure pour une utilisation pratique de l'enrobage de gouttes d'eau par des feuilles flexibles. L'actuation par un champ électrique permet en outre d'imaginer des applications dans des systèmes d'affichage (faces de la feuille flexible de couleurs différentes) ou dans des dispositifs d'aiguillage de faisceaux lumineux (micro-miroirs orientables). Ces expériences ont été interprétées comme un couplage entre flexion et capillarité ($L_{crit} \sim L_{EC}$). Cette description ne permet néanmoins pas d'expliquer les singularités observées lorsque la feuille est courbée sur plusieurs axes à la fois. Ainsi les arrêtes d'origami en pyramide ne se scellent pas parfaitement afin d'éviter une telle singularité (figure 5.11). La petite ouverture résultante permet à l'eau de continuer à s'évaporer et limite la durée de vie de la structure. Dans son *theorema egregium* Gauss a montré que les transformations isométriques (qui conservent les distances) ne sont possibles que si la courbure de Gauss (produit des rayons de courbure principaux) est conservée [123]. Il est ainsi impossible de représenter le globe terrestre (courbure positive) en une mappemonde plane (courbure nulle) sans étirer les continents. Le repliement de feuilles autour d'une goutte d'eau

engendre ainsi des contraintes d'étirement ou de compression, probablement négligeables dans le régime exploré, mais décelables dans des simulations numériques [124]. Du point de vue expérimental, les arrêtes de la base semblent légèrement courbées, ce qui pourrait être la signature d'un étirement local de la feuille [125]. En toute rigueur, la longueur élasto-capillaire ne constitue donc pas l'unique paramètre caractéristique du problème.

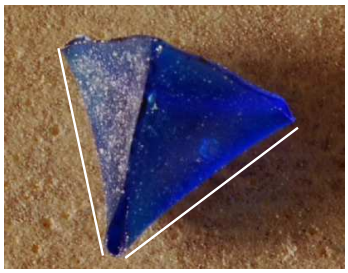


FIGURE 5.11 – Les arrêtes de la pyramide ne se scellent pas parfaitement car cela conduirait à une singularité des contraintes élastiques.

Le chapitre suivant est consacré à l'étude des cloques de délaminage qui prolonge notre travail sur l'élasto-capillarité à de systèmes secs (mais adhésifs). Nous y serons davantage exposés aux problèmes de contraintes géométriques, ce qui nous conduira progressivement vers le chapitre Projets.

Chapitre 6

Cloques

De multiples applications pratiques mettent en jeu des dépôts de films minces sur des substrats [126]. Ces films peuvent par exemple protéger chimiquement, isoler électriquement, limiter l'amorce de fractures ou encore filtrer la lumière. La stabilité de ces films n'est cependant pas toujours assurée et des rides, craquelures ou cloques sont fréquemment observées [127]. L'apparition de ces défauts est souvent induite par des gradients thermiques ou par gonflement chimique. Une contraction de la couche produit ainsi des craquelures (figure 6.1a) alors qu'une dilatation conduit à l'apparition de rides, suivies de cloques de délaminage (figure 6.1b).

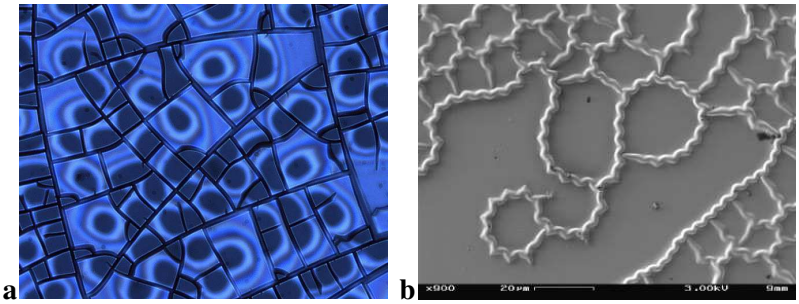


FIGURE 6.1 – (a) Craquelures obtenues par le séchage d'un film de gel colloïdal (image Ludovic Pauchard). (b) Cloques de délaminage en "fil de téléphone" observées sur un film de carbone déposé sur du silicium (image Myoung-Woon Moon).

De nombreuses études ont été récemment conduites dans le but de développer des circuits électroniques flexibles ("stretchable electronics", papier électronique). Il s'agit dans ce cas de déposer des films minces métalliques sur un élastomère flexible (figure 6.2a). Une flexion de l'élastomère peut cependant engendrer la rupture ou le délaminage du circuit métallique. Nous pouvons illustrer ces effets d'étirement ou de compression à une échelle macroscopique en collant un morceau de ruban adhésif sur un barreau en élastomère. La flexion du barreau conduit à la formation de rides fugaces, puis de cloques régulières sur la face intérieure comprimée de l'élastomère (figure 6.2b).

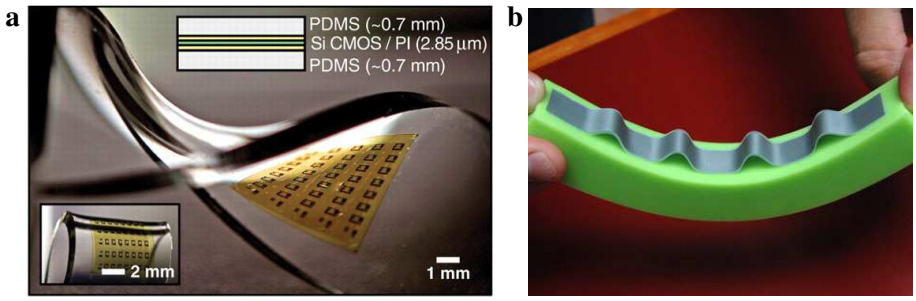


FIGURE 6.2 – (a) Exemple de circuit électronique flexible [128], (b) Illustration macroscopique du délaminage d'un tel circuit lors de sa flexion (cliché Pedro Reis, MIT).

Comment éviter une déformation trop importante de la couche conductrice ? Une solution consiste à utiliser une structure pré-ondulée. En effet, une extension ou une compression modérée du matériau ne modifie que légèrement la courbure du film ondulé (figure 6.3a). L'élaboration de micro-rubans pré-ondulés de manière contrôlée demeure cependant compliquée à mettre en œuvre (figure 6.3b). L'expérience de démonstration avec le ruban adhésif et la poutre en élastomère nous suggère néanmoins que ces rubans ondulés pourraient être plus simplement réalisés par délaminage. Nous nous intéressons dans ce chapitre à la formation de cloques de délaminage et considérerons dans un premier temps à un système modèle où l'adhésion est assurée par un liquide (cloques "mouillées"). Nous développerons par la suite le cas 'sec' de couches minces déposées sur une matrice élastomérique molle.

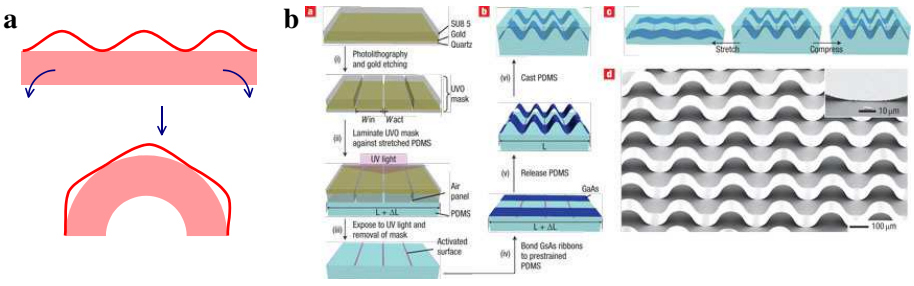


FIGURE 6.3 – (a) principe du circuit pré-ondulé : les ondulations peuvent accommoder les déformations engendrées par la flexion du matériau ; (b) mise en œuvre technologique de ces pré-ondulations [129].

6.1 Cloques mouillées

réalisé avec Sébastien Réau et Benoît Roman

Considérons la situation modèle d'une languette flexible déposée sur un substrat rigide préalablement enduit de liquide (figure 6.4). Le liquide est ici de l'huile de silicone non

volatile d'une épaisseur de l'ordre de 10 μm et mouillant parfaitement la languette et le substrat. Une cloque apparaît sous l'effet d'une compression de la languette. Nous décrirons tout d'abord la forme statique d'une telle cloque puis considérerons le déplacement spontané de cloques dissymétriques.

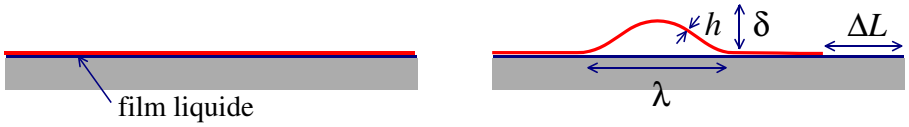


FIGURE 6.4 – Cloque "mouillée" : un film flexible déposé sur un substrat préalablement enduit d'une couche de liquide est comprimé uniaxialement ce qui conduit à la formation d'une cloque.

6.1.1 Forme statique

Les ingrédients physiques du problème sont identiques à ceux des "poils mouillés" : l'énergie élastique due à la flexion de la languette s'équilibre avec l'énergie d'adhésion. Dans le cas de cloques de petite amplitude, l'énergie de flexion par unité de largeur est donnée en loi d'échelle par : $B\left(\frac{\delta}{\lambda^2}\right)^2\lambda$, où B est le module de flexion de la languette, λ l'extension de la cloque et δ son amplitude. L'élasticité favorise donc les cloques étendues et de faible amplitude. L'énergie d'adhésion est simplement proportionnelle à la surface décollée et s'écrit : $\gamma\lambda$, où γ est la tension de surface du liquide (nous supposons que ce dernier est parfaitement mouillant).
La géométrie nous impose la conservation de la longueur de la languette, ce qui se traduit par la relation : $\Delta L \sim \delta^2/\lambda$. L'équilibre entre élasticité et adhésion conduit finalement à l'évolution suivante de la taille des cloques [62] :

$$\lambda \sim L_{EC}^{2/3}\Delta L^{1/3}, \tag{6.1}$$

le rayon courbure typique du sommet étant donné par $\lambda^2/\delta \sim L_{EC}$. Cette relation est bien vérifiée expérimentalement par les étudiants de l'ESPCI lors de leurs travaux pratiques. L'hypothèse de faibles déformations n'est cependant plus vérifiée lorsque $\Delta L/L_{EC}$ dépasse quelques pourcents. Il est néanmoins aisé de résoudre numériquement l'équation de l'*elastica* d'Euler pour une compression plus importante (la courbure de départ étant donnée par L_{EC} comme nous l'avons vu au chapitre 2).

6.1.2 Cloques mobiles

Les cloques décrites précédemment étaient symétriques et demeuraient donc statiques. Que se passe-t-il si une dissymétrie est introduite ? Les cloques peuvent-elles avancer spontanément comme une chenille ?

D'un point de vue expérimental, des cloques réalisées avec des languettes de forme trapézoïdale ne restent pas statiques. D'une manière naturelle, celles-ce se déplacent

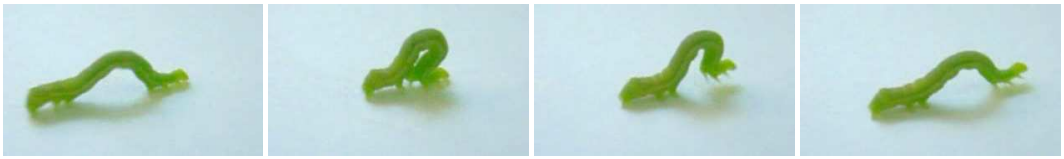


FIGURE 6.5 – Déplacement d'une chenille (source : www.seea.es).

spontanément de manière à coller le bord le plus large. Le module de flexion n'étant pas constant le long d'une languette trapézoïdale, nous avons choisi d'étudier un système plus simple : une languette rectangulaire de largeur w posée sur un substrat plus collant sur un bord de la cloque que sur l'autre. Pour cela, nous avons réalisé sur le substrat une rainure de largeur Δw réglable, le long de laquelle la languette ne colle pas (figure 6.6). L'épaisseur du film d'huile h_{oil} est fixée grâce à des bandes de ruban adhésif collées le long du substrat. Cette épaisseur est ainsi un multiple de l'épaisseur du ruban adhésif (environ 50 μm). Nous observons par exemple qu'une cloque réalisée avec une languette en Mylar de 200 μm d'épaisseur, de largeur $w = 6$ cm, posée sur un film d'huile de silicone de viscosité $\eta = 16$ mPa.s avance à une vitesse de l'ordre de 2 mm/s pour une largeur de rainure $\Delta w = 3$ cm. Cette vitesse est stationnaire jusqu'à l'arrêt du mouvement, lorsque le bord arrière de la cloque atteint la rainure.

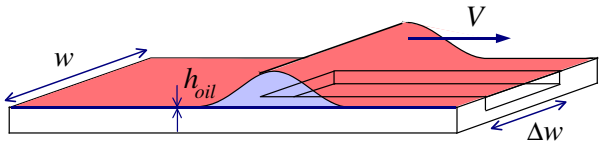


FIGURE 6.6 – Montage expérimental permettant d'assurer un collage dissymétrique. La cloque se déplace spontanément de manière à maximiser le collage de la languette.

À quelle vitesse cette cloque se déplace-t-elle ? Le terme moteur de ce système est évident : lorsque la cloque se déplace sur une distance dx, une zone collée de surface wdx remplace une zone moins collée $(w-\Delta w)dx$. Le gain en énergie de surface est ainsi $2\gamma\Delta w$. Le frein est lié à la dissipation visqueuse et des expériences conduites avec des huiles de viscosité variées montrent que la vitesse est effectivement inversement proportionnelle à la viscosité de l'huile. Le mouvement du liquide est limité aux ménisques : à l'arrière de la cloque, la feuille flexible entre en contact avec le film collant et à l'avant le ménisque se sépare en deux. Intuitivement, nous nous attendons à ce que la dissipation soit bien plus importante lors du décollement de la cloque à l'avant que lors de son collage à l'arrière. Comment estimer la dissipation visqueuse liée au décollage ? Le liquide confiné entre la cloque et le substrat rigide est transformé en deux films. Plaçons-nous dans le référentiel de la cloque. L'écoulement du liquide visqueux est essentiellement élongationnel dans une région de largeur et de hauteur caractéristiques x et z (figure 6.7). Un film est cependant

entraîné en amont de la cloque et du substrat, ce qui correspond plutôt à un écoulement en cisaillement. Cet écoulement est néanmoins limité à la partie *dynamique* du ménisque, d'extension a définie par Bretherton ou Landau-Levich [1]. En loi d'échelle, la puissance dissipée par viscosité $\mathcal{P} = \int_{\mathcal{V}} (\nabla V)^2 d\mathcal{V}$ vaut donc par unité de largeur :
- dans la partie étirée :

$$\mathcal{P} \sim \eta \left(\frac{V}{y}\right)^2 xy, \tag{6.2}$$

- dans la partie cisaillée :

$$\mathcal{P} \sim \eta \left(\frac{V}{h}\right)^2 ah, \tag{6.3}$$

où h désigne l'épaisseur de liquide déposée sur le substrat ou la cloque. En régime stationnaire, nous attendons $h \sim h_{oil}/2$. Reste à estimer les dimensions caractéristiques a, x et y.

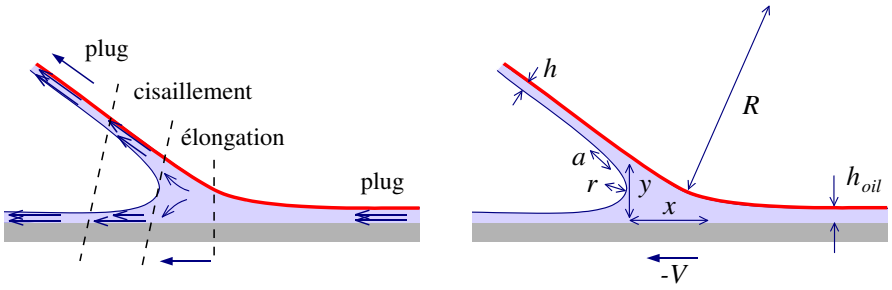


FIGURE 6.7 – Dissipation visqueuse dans la région de décollement : le liquide est étiré sur une longueur et hauteur caractéristiques x et y, et cisaillé dans un ménisque dynamique le longueur typique a.

Reprenons en loi d'échelle l'argument de Landau-Levich utilisé en mouillage dynamique : le ménisque *dynamique* connecte un ménisque *statique* et un film uniforme. La pression caractéristique est donnée par γ/r, où r est le rayon de courbure du ménisque statique, et le gradient de pression γ/ar compense $\eta V/h^2$. La continuité de la courbure du film liquide permet de raccorder le ménisque dynamique avec le ménisque statique : $1/r \sim h/a^2$, ce qui nous conduit à :

$$h \sim r\, Ca^{2/3} \quad \text{et} \quad a \sim r\, Ca^{1/3}, \tag{6.4}$$

où $Ca = \eta V/\gamma$ désigne le *nombre capillaire* (qui compare viscosité et tension de surface). Dans la limite d'un ménisque d'extension modeste par rapport au rayon de courbure R au pied de la cloque, la géométrie nous impose :

$$y \sim r \sim x^2/R. \tag{6.5}$$

La forme de la cloque étant donnée par la résolution de l'*elastica* d'Euler, les rayons de courbure à l'avant et à l'arrière de la cloque sont identiques. Négliger la dissipation

visqueuse à l'arrière de la cloque revient à considérer une situation statique pour laquelle R est donné par L_{EC}. Les dissipations visqueuses par unité de largeur dans les deux régions sont finalement données par :
- dans la partie cisaillée :

$$\mathcal{P} \sim \eta V^2 Ca^{-1/3}, \tag{6.6}$$

- dans la partie étirée :

$$\mathcal{P} \sim \eta V^2 \left(\frac{L_{EC}}{h_{oil}}\right)^{1/2} Ca^{1/3}. \tag{6.7}$$

Le rapport entre extension et étirement s'écrit ainsi $(L_{EC}/h_{oil})^{1/2} Ca^{2/3}$. Dans nos expériences, L_{EC} est plus élevée que h_{oil} de plusieurs ordres de grandeur. La région en extension domine ainsi la dissipation visqueuse. Cette puissance dissipée, compense finalement la puissance fournie par le moteur capillaire :

$$\gamma V \Delta w \sim \eta V^2 (L_{EC}/h_{oil})^{1/2} Ca^{1/3} (w - \Delta w),$$

c'est à dire :

$$Ca \sim \left(\frac{h_{oil}}{L_{EC}}\right)^{3/8} \left(\frac{\Delta w}{w - \Delta w}\right)^{3/4} \tag{6.8}$$

Malgré leur grande dispersion liée probablement à une mauvaise maîtrise de l'épaisseur réelle du fluide visqueux, nos résultats expérimentaux sont en assez bon accord avec cette prédiction (figure 6.8). Une campagne de mesures plus précises est prévue.

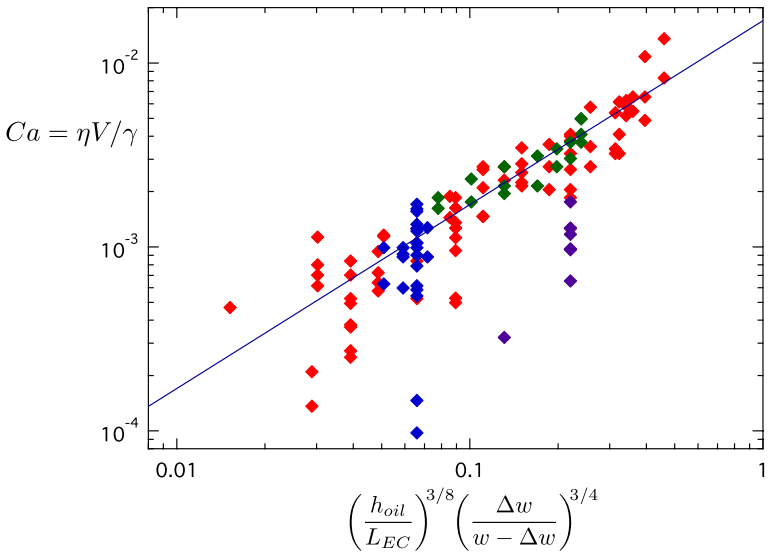


FIGURE 6.8 – Vitesse d'avancée de la cloque en fonction de la valeur prédite par la relation 6.8 pour différentes valeurs de η, w, Δw et h_{oil}. Le préfacteur numérique est de 0.017.

6.2 Cloques sèches

D'une manière générale, des rides apparaissent lorsqu'une membrane rigide déposée sur un substrat mou est comprimée [130–133]. Nous pouvons en faire facilement l'expérience sur notre propre peau, l'épiderme jouant le rôle de la membrane rigide et le derme celui du substrat mou [134, 135]. Si l'adhésion de la membrane sur la feuille n'est pas assez forte, des cloques se forment [1]. Les géométries des rides et des cloques sont-elles comparables ?

Décrivons tout d'abord le cas des rides (figure 6.9). La géométrie de ces dernières est dictée par un équilibre entre l'énergie de flexion de la membrane qui favorise des rides de grande longueur d'onde et le rappel élastique du substrat qui favorise au contraire les petites longueurs d'onde.

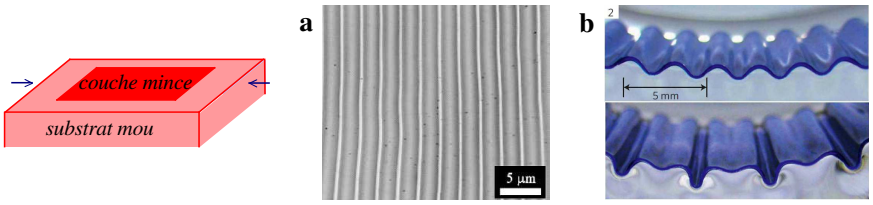


FIGURE 6.9 – (a) La compression d'une membrane déposée sur un substrat mou entraîne la formation de rides régulières (qui précédent l'apparition de cloques si la membrane adhère mal sur le substrat). La géométrie des rides est dictée par un équilibre entre l'énergie de flexion de la membrane et le rappel élastique du substrat. (b) Une compression importante conduit à une localisation de la déformation [136].

Afin d'estimer les longueurs d'onde observées, considérons une déformation sinusoïdale de la membrane rigide de longueur d'onde λ et de faible amplitude $A \ll \lambda$ (figure 6.10). La courbure typique vaut alors A/λ^2 et conduit à une énergie de flexion par unité de surface :

$$u_b \sim Eh^3 \frac{A^2}{\lambda^4}, \tag{6.9}$$

où E est le module de Young de la couche mince et h son épaisseur. La flexion de la membrane entraîne à son tour un étirement/compression du substrat sur une profondeur de l'ordre de λ, ce qui engendre une déformation typique $\varepsilon \sim A/\lambda$. L'énergie élastique d'étirement s'écrit donc, par unité de surface :

$$u_s \sim E_s \lambda \frac{A^2}{\lambda^2}, \tag{6.10}$$

où E_s désigne le module de Young du substrat. L'équilibre des deux ingrédients conduit ainsi à la longueur d'onde :

$$\lambda_s \sim h(E/E_s)^{1/3}. \tag{6.11}$$

1. Dans le cas de la peau, l'adhésion entre épiderme et derme est heureusement suffisante pour éviter le délaminage !

Notons que λ ne dépend pas de l'amplitude à ce degré de description. Cependant une compression plus importante induit des modes non-linéaires et une localisation de la déformation (figure 6.9b), si la membrane n'a pas délaminé avant.

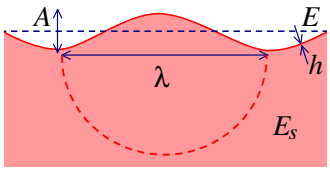


FIGURE 6.10 – Déformation de la membrane selon un mode de longueur d'onde λ et de faible amplitude A.

Focalisons-nous à présent sur notre problème de délaminage. Étirons par exemple une membrane élastique puis collons dessus un morceau de ruban adhésif dans le sens de l'étirement. Relâchons progressivement la membrane : des rides fugaces se forment, puis disparaissent au moment où des cloques de délaminage surgissent successivement (figure 6.11). Les mêmes phénomènes se produisent si la feuille adhésive est appliquée sur un bloc élastique sans contrainte initiale puis progressivement comprimé. Quelle est la géométrie de ces cloques ? À partir de quel relâchement (ou compression relative) apparaissent-elles ?

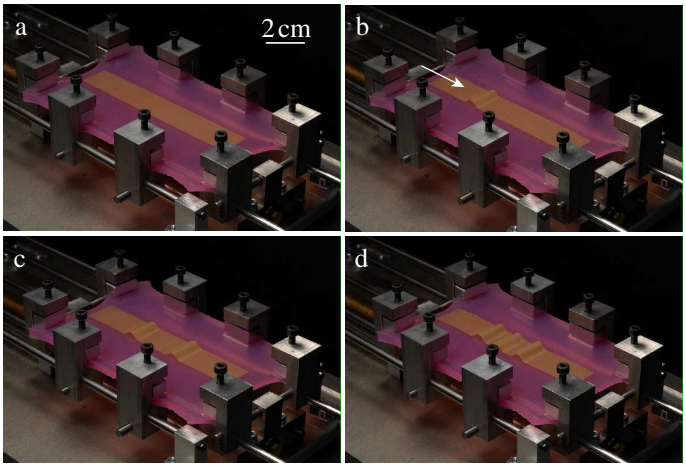


FIGURE 6.11 – Une bande de ruban adhésif est posée sur une membrane élastique préétirée. Le relâchement progressif de la bande conduit à l'apparition de cloques régulières.

La forme statique des cloques est identique à celle des cloques mouillées étudiés précédemment. L'énergie de surface du liquide γ est simplement remplacée par l'énergie d'adhésion, $\Delta\gamma \equiv 2\gamma$. La compression globale ΔL de la feuille adhésive se répartit sur les N cloques. L'équilibre entre l'énergie de courbure (qui favorise des cloques allongées)

et l'énergie d'adhésion (qui favorise des cloques courtes) conduit ainsi à [63] :

$$\lambda \sim L_{EC}^{2/3} \left(\frac{\Delta L}{N} \right)^{1/3}, \tag{6.12}$$

Cette relation ne nous indique cependant pas à quelle condition une nouvelle cloque se forme. Expérimentalement une cloque apparaît avec une largeur définie puis grandit, en accord avec la relation 6.12, jusqu'à ce que la prochaine cloque surgisse (figure 6.12). Peut-on estimer la condition d'apparition de ces cloques ? L'élasticité du substrat ne doit-elle pas intervenir dans le problème ?

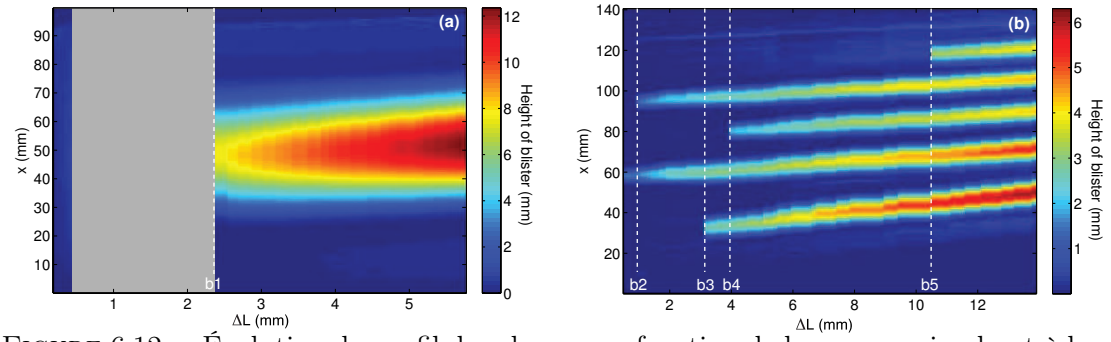


FIGURE 6.12 – Évolution du profil des cloques en fonction de la compression bout à bout ΔL de la bande adhésive. L'échelle des couleurs représente le profil en hauteur sur une ligne passant par le milieu de la bande. Les traits en pointillés indiquent l'apparition d'une nouvelle cloque. La zone grise sur la figure de gauche correspond à une discontinuité de ΔL au moment où la cloque apparaît (expérimentalement ΔL n'est pas imposé directement mais résulte du relâchement de la membrane élastique).

6.2.1 Seuil d'apparition

Considérons un substrat sans contrainte initiale de module de Young E_s et d'épaisseur t sur lequel une feuille plus rigide de module de flexion B et de largeur w a été déposée. L'énergie d'adhésion de la feuille sur le substrat vaut $\Delta\gamma$. La compression du substrat conduit à la formation de cloques de délaminage d'amplitude δ et d'extension λ. Nous pouvons décrire facilement l'énergie de compression stockée dans le substrat dans deux cas limites présentés en inserts de la figure 6.13 : (a) larges cloques ($\lambda \gg w, t$), (b) petites cloques ($\lambda \ll w, t$). En effet le volume de substrat déformé lors de la formation d'une cloque est d'ordre $\lambda^2 t$ dans le cas des larges cloques et $\lambda^2 w$ pour les petites cloques. L'énergie élastique correspondante est donc donnée par $E_s \alpha \lambda^2 \varepsilon^2$ avec $\alpha \sim t$ pour les cloques larges et $\alpha \sim w$ pour les petites. La compression ε est répartie sur les N cloques présentes : $\varepsilon = \Delta L / N\lambda$. En oubliant les préfacteurs numériques, l'énergie totale du système feuille/substrat est finalement donnée par la somme respective des énergies de compression

du substrat, de flexion de la feuille et d'adhésion de la feuille sur le substrat [2] :

$$\mathcal{U} \sim N\left(E_s\alpha\lambda^2\varepsilon^2 + B\frac{\delta^2}{\lambda^3}w + w\Delta\gamma\right). \tag{6.13}$$

La préservation de la longueur de la feuille impose en outre :

$$\Delta L \sim N\delta^2/\lambda. \tag{6.14}$$

La minimisation de $\mathcal{U}$ à N fixé conduit à la relation (6.12). Reste cependant à déterminer combien de cloques sont présentes. Minimisons à présent l'énergie élastique par rapport à N. Nous obtenons ainsi la valeur de ΔL_c requise pour l'apparition d'une n-ième cloque :

$$\Delta L_c \sim N\left(\frac{B\Delta\gamma^2\, w^3}{\alpha^3 E_s^3}\right)^{1/5}. \tag{6.15}$$

En introduisant ΔL_c dans la relation 6.12 nous obtenons finalement la taille des cloques au moment où elles surgissent. Dans le cas des larges cloques (a), nous trouvons :

$$\lambda_c \sim \left(\frac{B^2\, w}{E_s t\Delta\gamma}\right)^{1/5}, \tag{6.16}$$

alors que dans le cas des petites cloques (b), nous attendons :

$$\lambda_c \sim \left(\frac{B^2}{E_s\Delta\gamma}\right)^{1/5}. \tag{6.17}$$

Ces lois d'échelle sont en bon accord avec nos observations expérimentales réalisées avec des feuilles et des substrats de propriétés mécaniques variées (figure 6.13).

6.2.2 Application en électronique flexible

Quelles sont les conséquences de ces résultats pour des applications en électronique flexible ? La formation soudaine de cloques de délaminage peut conduire à la rupture du film mince si la courbure de la cloque est trop importante (figure 6.14). La contrainte engendrée au sommet de la cloque est en effet d'ordre :

$$\sigma \sim Eh\frac{\delta}{\lambda^2} \sim E\frac{h}{L_{EC}}.$$

Cette relation nous permet de prédire l'épaisseur critique en dessous de laquelle la feuille mince risque de rompre :

$$h_c \sim \frac{E\Delta\gamma}{\sigma_{max}}, \tag{6.18}$$

où σ_{max} est la contrainte maximale que peut subir le film.

2. Des expériences récentes réalisées très récemment par Damien Bortolotti au laboratoire semblent cependant remettre en cause ce bilan d'énergie : la friction solide jouerait en effet un rôle primordial.

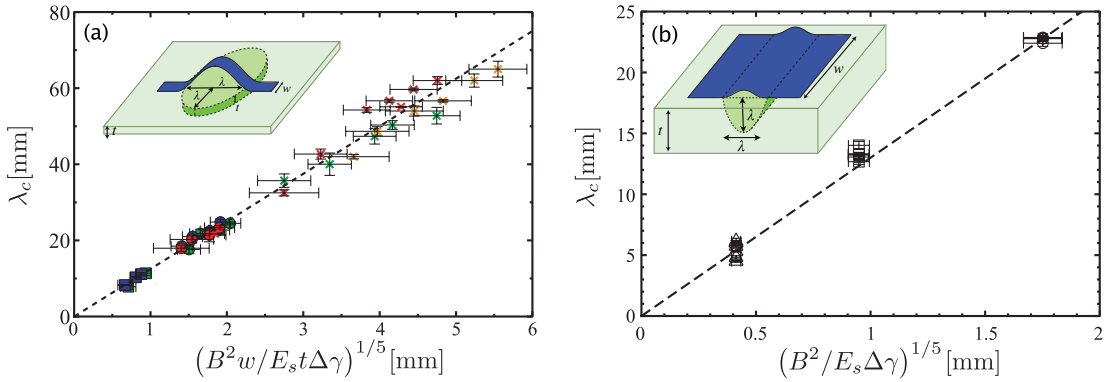


FIGURE 6.13 – Taille des cloques au moment de leur apparition dans les deux cas limites shématisés en inserts : (a) larges cloques ($\lambda \gg w, t$) (b) cloques étroites ($\lambda \ll w, t$). Les différents symboles correspondent à des bandes collantes substrats de caractéristiques différentes [63].

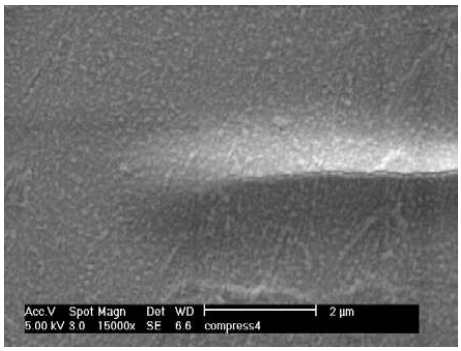


FIGURE 6.14 – Rupture d'un film mince d'ITO ($h \sim 100\,\text{nm}$) déposé sur une couche de PET ($t \sim 200\,\mu\text{m}$) suite à la formation d'une cloque de délaminage [137].

6.2.3 Réversibilité

Que se passe-t-il si nous décomprimons notre substrat cloqué (ou d'une manière équivalente, si nous le ré-étirons) ? Les cloques disparaissent-elles une à une ? L'expérience montre qu'au contraire les cloques se referment progressivement. La figure 6.15 met en évidence cette non-réversibilité dans le cas d'une cloque unique. Les sources de cette hystérèse peuvent être multiples : irréversibilité de l'adhésion liée, par exemple, à des effets visco-élastiques, problèmes de nucléation. Ce dernier point nous paraît particulièrement intéressant. En effet, nous ne savons pas prédire le lieu d'apparition d'une cloque. Les positions des cloques successives sont-elles corrélées ? Peut-on imposer des sites de nucléation localisés grâce à des défauts contrôlés sur le substrat ?
Nous avons très qualitativement observé qu'une nouvelle cloque ne se forme pas à moins d'une certaine distance d'une cloque précédente. L'ordre de grandeur de cette longueur

de persistance serait typiquement λ. Il serait cependant intéressant d'approfondir ces différents points. En particulier, l'utilisation de surfaces de topographie contrôlée par lithographie paraît prometteuse.

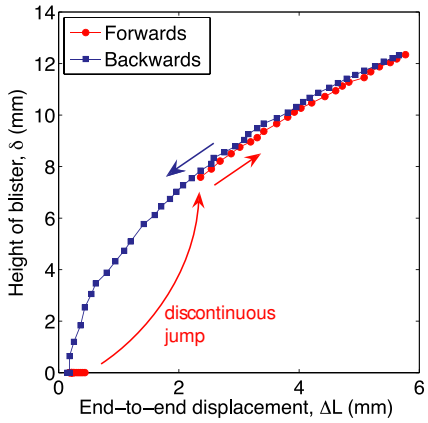


FIGURE 6.15 – Non-réversibilité du délaminage : la compression du substrat entraîne l'apparition soudaine d'une succession de cloques alors que sa décompression mène à une fermeture très progressive (et simultanée) des cloques.

6.3 Cloques aléatoires

Appliquer un autocollant sur une vitre peut s'avérer une tâche délicate. En effet des bulles d'air ou plus généralement des cloques se forment très facilement. Ceci est particulièrement vrai à l'échelle microscopique lorsque l'on essaie de déposer un film de graphène sur un substrat [138–141]. Pouvons-nous cependant extraire quelque donnée pertinente à partir de l'observation des cloques formées lorsque une feuille mince est négligemment déposée sur un substrat collant ? Avant d'essayer de décrire une situation aussi complexe que celle illustrée figure 6.16, nous proposons de nous intéresser à une situation modèle de cloques angulaires.

6.3.1 Cloque angulaire modèle

Collons une feuille mince (en polypropylène bi-orienté) sur une plaque rigide grâce à un film de liquide mouillant (éthanol) qui permet néanmoins à la feuille de glisser. Si nous comprimons un des bords de la feuille d'une quantité $\Delta L_0/2$ de chaque côté, une cloque angulaire se forme à la manière des *cloques mouillées* décrites dans le premier chapitre (figure 6.17). La mesure du déplacement imposé à la feuille est réalisé par corrélation d'images : la feuille est mouchetée de peinture et des clichés de la feuille avant et après déformation sont corrélés. Cette mesure indique que la feuille subit essentiellement une

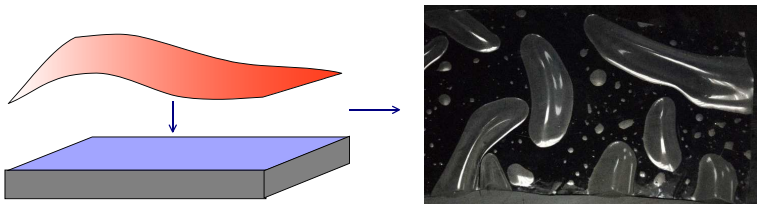


FIGURE 6.16 – Cloques formées lors du dépôt d'un film mince sur un substrat collant. Pouvons-nous extraire une information pertinente à partir de l'observation de la morphologie de ces cloques ?

rotation centrée au bout de la cloque [142]. La compression relative le long de la cloque est ainsi quasiment linéaire :

$$\Delta L(x) = x\Delta L_0/W, \tag{6.19}$$

où ΔL_0 est la compression imposée au bord de la feuille et W la longueur de la cloque. Quel est le profil de la cloque ? Intuitivement, nous attendrions une forme conique qui permettrait de conserver une courbure de Gauss nulle et éviterait d'étirer ou de comprimer la feuille. Gauss a en effet démontré dans son *theorema egregium* que la transformation isométrique (qui conserve les longueurs) d'une surface n'est possible que si la courbure de Gauss (produit des courbures principales) était conservé [123]. D'une manière générale, si h est l'épaisseur d'une feuille mince, son module de flexion varie comme h^3 et son module d'extension comme h. C'est pourquoi il est ainsi bien plus facile de courber une feuille mince que de l'étirer. Des cloques de forme conique sont ainsi observées dans l'expérience de *liquid blister test*, très voisine de la notre, menée par Julien Chopin [143].

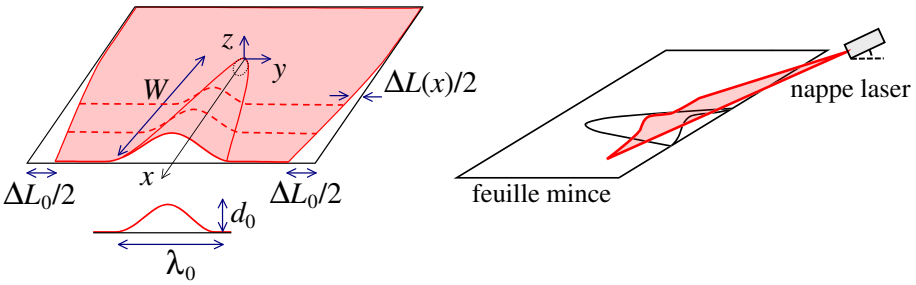


FIGURE 6.17 – Cloque angulaire formée en comprimant le bord d'une feuille collée (mais glissante) sur un substrat rigide. Le profil de la cloque est déterminé au moyen d'une nappe laser.

Nous avons déterminé le profil de nos cloques angulaires grâce à une nappe laser : leur forme n'est pas conique ! Leur amplitude est en effet proportionnelle à $x^{2/3}$, où x est la distance à la pointe et leur largeur varie comme $x^{1/3}$. Les différentes coupes d'une cloque se superposent ainsi sur une même courbe maîtresse lorsque l'altitude relative z/d_0 est normalisée par $(x/W)^{2/3}$ et la largeur relative y/λ_0 est normalisée par $(x/W)^{1/3}$, d_0 et λ_0

étant l'amplitude et la largeur de cloque au bord de la feuille (figure 6.18). Contrairement au cas d'un cône, le rayon de courbure dans le plan (x, y) est constant et vaut typiquement λ_0^2/d_0. Le profil apparaît donc identique à celui cloques unidimensionnelles que nous avons étudiées précédemment. Tout ce passe comme si la cloque angulaire était constituée d'une série de languettes juxtaposées les unes après les autres, le rayon de courbure à leur sommet étant fixé par L_{EC} et leur compression étant fixée par $\Delta L(x) = x\Delta L_0/W$. Ceci nous conduit ainsi à :

$$d(x) \sim \Delta L_0^{2/3} L_{EC}^{1/3} (x/W)^{2/3}, \tag{6.20a}$$

$$\lambda \sim \Delta L_0^{1/3} L_{EC}^{2/3} (x/W)^{1/3}, \tag{6.20b}$$

en bon accord avec nos observations expérimentales (figure 6.18a et b).

La forme de ces cloques angulaires, ne dépend donc t-elle que d'un équilibre entre flexion et adhésion ? Leur forme non conique impose un certain degré d'étirement ou de compression. Nous pouvons estimer l'énergie élastique correspondante en comparant la longueur réelle de la crête à la longueur qu'elle aurait s'il s'agissait d'un cône (figure 6.18a). Dans la limite de cloques de faibles amplitudes, l'extension typique est d'ordre $\varepsilon \sim (d_0/W)^2$ et se répartit sur une surface typique $W\lambda_0$. L'énergie élastique d'extension est donc donnée par :

$$\mathcal{U}_S \sim EhW\lambda_0\varepsilon^2 \sim EhW\lambda_0(d_0/W)^2 \tag{6.21}$$

Notre description en terme d'adhésion contre flexion est donc valable si cette énergie est négligeable devant l'énergie de flexion ou d'adhésion. Cette dernière étant proportionnelle à $\gamma W\lambda_0$, le critère de validité s'écrit donc :

$$d_0 \ll W \left(\frac{\gamma}{Eh}\right)^{1/4}, \tag{6.22}$$

où le nombre sans dimension Eh/γ compare l'énergie d'extension à l'énergie d'adhésion et nous indique donc la propension d'une feuille à s'étirer sous l'effet de forces adhésives. Nous nous attendons observer des cloques à courbure de crête constante uniquement dans la limite des faibles amplitudes. Des cloques plus amples prennent en effet la forme conique étudié par Julien Chopin [143].

6.3.2 Champ de cloques

Pouvons-nous généraliser nos résultats au cas présenté en introduction d'une feuille négligemment posée sur un substrat collant (figure 6.16) ? Nous avons déposé une feuille de polypropylène sur une plaque rigide préalablement recouverte d'un film mince de polyvinylsiloxane qui a des propriétés adhésives par interaction de van der Waals. Des cloques de faible amplitude sont ainsi produites de manière aléatoire. La topographie de la surface est déterminée grâce à une technique de profilométrie optique, fruit d'une collaboration entre Philippe Petitjeans, Vincent Pagneux et Agnès Maurel, et mise en œuvre au laboratoire par Pablo Cobelli. Cette technique est basée sur la déformation d'un réseau de lignes

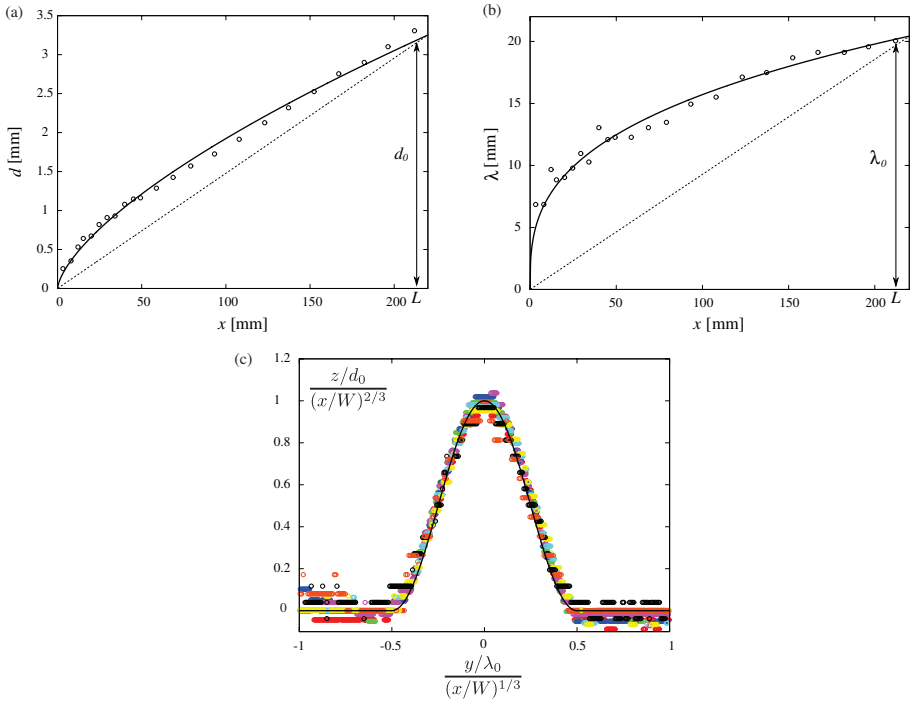


FIGURE 6.18 – Profil non conique des cloques angulaires. (a) et (b) Courbes continues : ajustements $d \sim x^{2/3}$ et $\lambda \sim x^{1/3}$; droites en pointillés : forme conique. (c) superposition des différents profils grâce à la renormalisation : $(z/d_0)/(x/W)^{2/3}$ et $(y/\lambda_0)/(x/W)^{1/3}$.

projetées sur la surface et donne accès à la topographie de la surface d'un seul cliché avec une très bonne résolution [144, 145].
La figure 6.19 nous montre un exemple des lignes de niveaux d'une surface cloquée et du champ de courbure moyenne ($C_m = 1/2(1/R_1 + 1/R_2)$, où R_1 et R_2 sont les rayons de courbure principaux de la surface). Nous observons que la courbure de la crête des cloques est bien constante tant que les cloques sont droites. Cette courbure nous permet donc de mesurer $L_{EC} \sim \sqrt{Eh^3/\Delta\gamma}$. Les cloques courbées ont en revanche une courbure non constante et globalement plus faible. Cette différence est liée à une énergie d'extension supplémentaire engendrée par la courbure de la cloque [142].

6.3.3 Tête de cloque

Le profil de cloque décrit précédemment conduit à une divergence de la courbure en tête de la cloque, $d''(x) \sim x^{-4/3}$, et n'a donc pas de signification physique. L'amplitude relative locale $d(x)/x$ diverge également et ne nous permet plus de négliger l'extension de la feuille (eq. 6.22). Ces remarques nous conduisent à considérer que les trois ingrédients physiques (adhésion, flexion et extension) ont une importance comparable. Si la pointe de la cloque est caractérisée par une ligne de contact circulaire de rayon R, l'extension typique de la feuille à son voisinage est donnée par $\varepsilon \sim (d/R)^2$. L'énergie d'extension correspondante est ainsi proportionnelle à $EhR^2(d/R)^2$. L'énergie de courbure typique

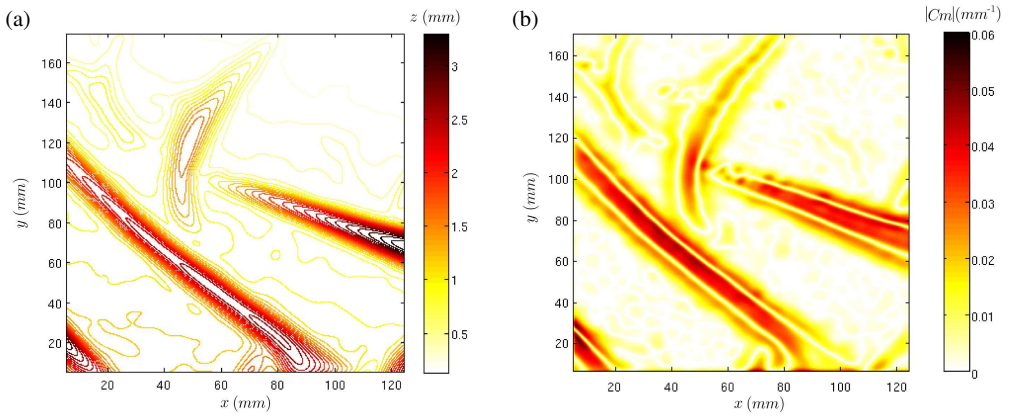


FIGURE 6.19 – (a) Lignes de niveaux et (b) champ de courbure moyenne d'une surface aléatoirement cloquée.

variant comme $Eh^3R^2d^2/R^4$ au voisinage de la pointe, l'équilibre entre ces deux ingrédients impose $d \sim h$. L'épaisseur de la feuille apparaît donc comme une longueur de coupure naturelle du problème. La prolongation du profil de cloque (eq. 6.20a) jusqu'à $x \sim R$ conduit finalement à :

$$R \sim \sqrt{hL_{EC}}, \tag{6.23}$$

qui semble bien vérifié expérimentalement (figure 6.20).

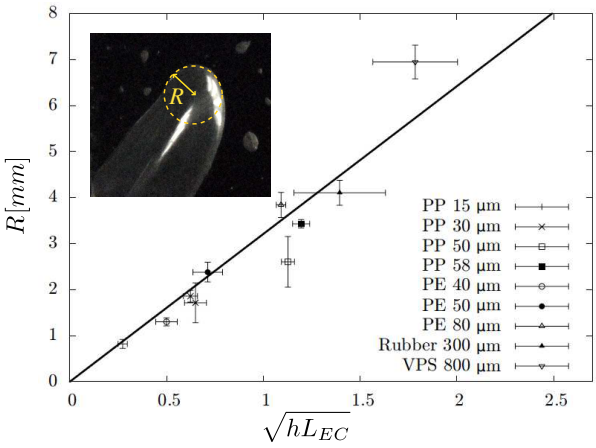


FIGURE 6.20 – Rayon R de la pointe de la cloque pour différents couples feuille-substrat. Ligne continue : ajustement $R = 3.2\sqrt{hL_{EC}}$.

L'observation des cloques de faible amplitude formées lors du dépôt mal contrôlé d'une feuille sur un substrat collant donne donc accès à deux paramètres indépendants. La courbure de la crête est donnée par la longueur élastocapillaire $L_{EC} \sim Eh^3/\Delta\gamma$ alors que le rayon de la tête de cloque est proportionnel comme $\sqrt{hL_{EC}}$. La combinaison de ces deux informations, nous permet ainsi d'estimer l'épaisseur h de la feuille et le rapport entre le module de Young E et l'énergie d'adhésion $\Delta\gamma$.

En conclusion nous avons vu comment l'équilibre entre la flexion d'une feuille mince et son adhésion au sens large était caractérisée par la *longueur élastocapillaire* que nous avons décrite dans les chapitres précédents. Le rayon de courbure typique de ces cloques est en effet proportionnel à L_{EC}. Les propriétés élastiques du substrat interviennent néanmoins dans le critère d'apparition des cloques. Le passage de systèmes unidimensionnels (feuille comprimée uniaxialement) à des structures bidimensionelles nous a conduit à un nouvel ingrédient physique : l'extension (ou compression) de la feuille. Ceci est en effet une conséquence directe du *theorema egregium* de Gauss : nous ne pouvons pas courber une feuille initialement plane dans plusieurs directions à la fois sans l'étirer. L'équilibre entre énergies d'extension et de surface se traduit par le nombre sans dimension Eh/γ qui devrait intervenir dans les problèmes *élastocapillaires* mettant en jeu des feuilles minces. Nous présenterons dans le chapitre suivant des expériences en cours, ou en projet, sur ce couplage entre flexion et étirement et le prolongerons à des systèmes purement mécanique (sans adhésion).

Chapitre 7

Expériences actuelles et projets

Toutes les situations que nous avons décrites sont essentiellement statiques : à chaque instant le fluide et le solide sont à l'équilibre. Cependant un fluide est généralement mené à s'écouler et il semble pertinent de s'intéresser à la dynamique d'un écoulement élastocapillaire. Comment peut-on par exemple caractériser l'imprégnation d'un tube déformable ?

Jusqu'à présent nous nous sommes également principalement intéressés à des systèmes couplant la flexion d'une feuille mince à une énergie de surface. En particulier, nous avons montré que la courbure typique engendrée par ce couplage était donnée par la longueur élastocapillaire. Cependant, courber localement une feuille s'accompagne généralement de son extension (ou compression) pour des raisons géométriques. Nous proposons d'illustrer ce dernier point par des expériences menées actuellement au laboratoire.

Enfin, nous avons mentionné l'analogie de l'énergie de fracture d'un matériau avec l'énergie de surface ou d'adhésion. Notre description des "poils mouillés" est ainsi complètement similaire à l'étude du clivage d'une lame de mica par Obreimoff en 1930 [64]. La prolongation de notre travail vers des problèmes de fracture de couches minces apparaît d'autant plus stimulante qu'elle met en jeu une problématique importante du point de vue industriel. Nous décrirons en particulier la progression, pour l'instant mystérieuse, de fissures oscillantes ou spiralées.

7.1 Dynamique

réalisé avec Thomas Cambau & Étienne Reyssat

L'ascension par capillarité d'un liquide dans un milieu poreux est un phénomène que l'on retrouve aussi bien dans la banale imprégnation d'une éponge, que dans l'extraction industrielle du pétrole ou l'élaboration par lithographie de micro-systèmes mécaniques. Une manière simplifiée de décrire l'imprégnation d'un milieu poreux consiste à assimiler ce dernier à une série de tubes capillaires dont le rayon est donné par une moyenne complexe de la taille des pores [146]. Si nous mettons en contact un tube capillaire de rayon r avec un liquide mouillant de tension γ et densité ρ, le liquide pénètre à l'intérieur du tube jusqu'à atteindre une hauteur d'équilibre décrite par la loi de Jurin [1] :

$$L_J = \frac{2\gamma}{\rho g r}. \tag{7.1}$$

Loin de la hauteur d'équilibre, la compétition entre la tension de surface motrice et la dissipation visqueuse sur les parois du tube dicte la dynamique de l'ascension. Dans cette limite, le liquide progresse selon une loi pseudo-diffusive, dite loi de Washburn [146] :

$$h(t) = \sqrt{\mathcal{D}t}\ ,\ \mathcal{D} = \frac{2\gamma r}{\eta}, \tag{7.2}$$

où η désigne la viscosité du liquide. Les élèves de l'ESPCI vérifient cette loi (en général avec succès !) en mesurant l'imprégnation d'un papier buvard avec de l'eau. Notons toutefois que la loi n'est pas valable au tout début de l'expérience car elle prédirait une vitesse infinie. L'équilibre entre l'inertie du liquide et les forces capillaires conduit en réalité à une vitesse constante ($V \sim (\gamma/\rho r)^{1/2}$) pendant cet éphémère régime [147]. Le liquide atteint finalement sa hauteur d'équilibre au bout d'un temps caractéristique :

$$\tau \sim \frac{\eta\rho g}{\gamma^2} L_J^3. \tag{7.3}$$

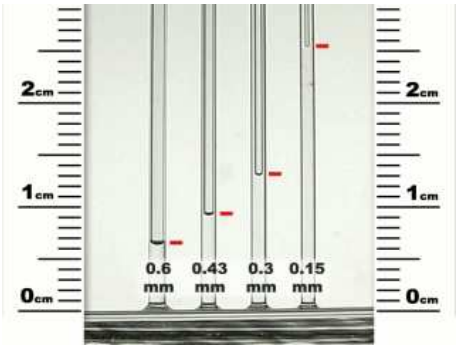


FIGURE 7.1 – Montée d'un liquide mouillant dans tube capillaire (D. Quéré, M. Fermigier & C. Clanet, *Interfaces Mobiles*).

La pression dans le liquide ascendant est plus faible que la pression atmosphérique ($\Delta P = 2\gamma/r$). Si le tube est rigide, cette dépression n'a pas de conséquence sur sa

structure. Que se passe-t-il cependant si le capillaire est flexible ?

Nous avons vu dans le chapitre Introduction (figure 1.4f) que les parois de circuits microfluidiques pouvaient fléchir lors de la pénétration d'un liquide si celles-ci étaient particulièrement fines [34–36]. Des simulations numériques prédisent également l'écrasement de nanotubes partiellement remplis de liquide [148]. Plus dramatiquement, les voies aériennes des bébés prématurés peuvent s'effondrer sous l'effet des forces capillaires (un bébé né à terme a développé les surfactants pulmonaires qui évitent cet effondrement) [38, 40, 41]. Des expériences modèles pourraient permettre de mettre en évidence certains des ingrédients qui interviennent dans ces systèmes biologiques ou nanotechnologiques complexes. Camille Duprat, Jeff Aristoff et Howard Stone se sont récemment intéressés à la dynamique de la montée d'un liquide entre deux lames flexibles [149, 150]. Nous proposons ici une situation complémentaire qui illustre l'effondrement d'un canal sous l'effet de son imprégnation par un liquide.

Considérons un canal modèle constitué d'une longue paroi rigide délimité par deux espaceurs d'épaisseur d et fermé par une paroi souple en film de polymère, juste posée sur les espaceurs (figure 7.2a). Lorsque le canal est mis en contact avec un liquide mouillant, ce dernier tend à l'envahir.
Si le canal est suffisamment rigide, la montée est analogue à l'imprégnation d'un tube : le front uniforme de liquide atteint rapidement sa hauteur d'équilibre, $L_e = \gamma/\rho g d$. Si le canal est souple, un doigt de liquide imprègne le centre de la cellule alors que les voisinages des espaceurs demeurent secs (figure 7.2b). Sur le suivi de la hauteur d'ascension au cours du temps (figure 7.3), rien ne semble limiter la progression de ce doigt.

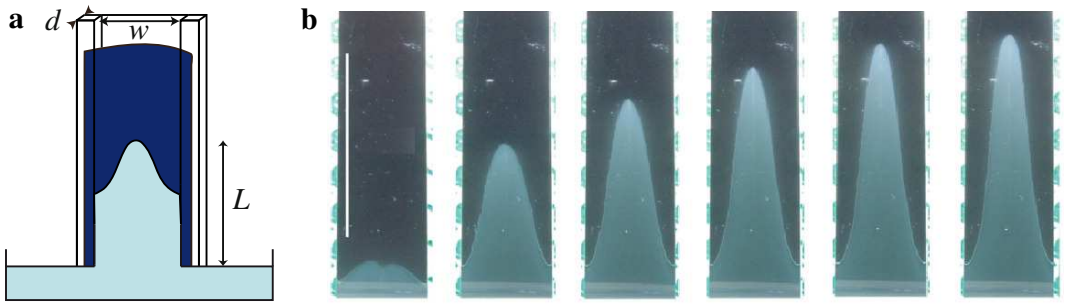


FIGURE 7.2 – (a) Cellule expérimentale : une paroi rigide délimitée par deux espaceurs est fermée par une feuille souple. (b) Imprégnation d'un doigt au centre d'une cellule de 5 cm de large et 330 μm d'épaisseur (les clichés sont espacés de 70s).

Aux temps longs, les bord du doigt sont quasiment parallèles. Une analyse du profil de la paroi souple avec une nappe laser laser indique que cette paroi est en contact avec la paroi rigide sur pratiquement toute sa largeur à l'exception des bords, remplis par un ménisque (figure 7.4a). Nous nous retrouvons ainsi, loin de l'extrémité du doigt, dans une

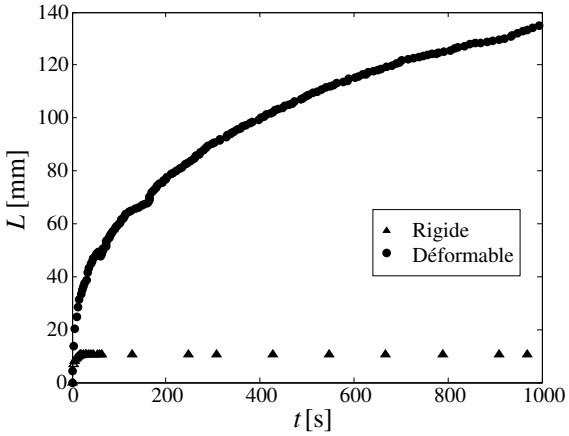


FIGURE 7.3 – Ascension dans des cellules rigides ou souples d'épaisseur $d = 330\,\mu$m par de l'huile de viscosité $\eta = 16\,$mPa.s.

situation similaire à celle des "poils mouillés" (Chapitres 3). La longueur de collage qui sépare les bords du doigt des espaceurs résulte donc d'un équilibre entre la capillarité qui tend à augmenter la largeur du doigt et la rigidité de la paroi qui s'oppose à sa déformation. En termes de loi d'échelle, cette longueur est donc donnée par :

$$L_{stick} \sim d^{1/2} L_{EC}^{1/2}, \tag{7.4}$$

où nous retrouvons la longueur élastocapillaire $L_{EC} \sim (Eh^3/\gamma)^{1/2}$, E et h étant respectivement le module de Young et l'épaisseur de la feuille. Un critère naturel d'effondrement du canal est donc que sa largeur w dépasse $2L_{stick}$.
Cette condition est vérifiée expérimentalement (figure 7.4b), avec cependant une petite subtilité : l'effondrement du canal n'est pas toujours spontané mais persiste s'il est déclenché par l'opérateur. En effet, notre critère ne tient pas compte de la pointe du doigt d'imprégnation qui doit concilier une paroi courbée en amont et plane en aval. Ce changement de courbure met en jeu une extension de la paroi flexible qui se traduit par une énergie élastique supplémentaire. Nous affinerons cette problématique au cours des chapitres suivants.

L'effondrement de la paroi confine le liquide dans un coin entre les deux parois. Jusqu'à quelle hauteur le liquide va-t-il monter et avec quelle dynamique ? À une altitude z donnée, l'équilibre hydrostatique est régi la loi : $\rho g z = \gamma / r(z)$ ou r est la courbure locale du ménisque reliant les deux plaques. Dans le cas d'un coin parfait, r pourrait devenir infiniment petit et le liquide monterait à l'infini, comme l'a décrit Brook Taylor [1] [151]. En pratique, la rugosité des surfaces impose néanmoins un espacement minimal, typiquement de l'ordre du micron.
Du point de vue de la dynamique, le front suit-il une loi de type Washburn ? L'expérience

1. le Taylor des séries

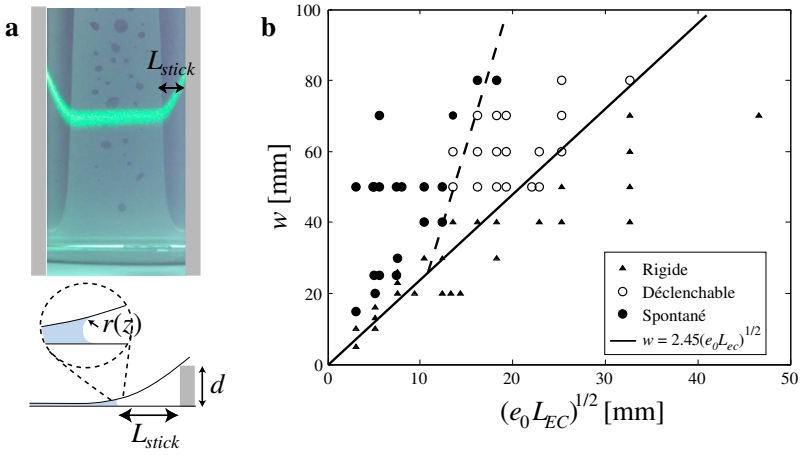


FIGURE 7.4 – (a) Visualisation du profil de la paroi flexible par une nappe laser : la paroi souple est en contact intime avec la paroi rigide sur l'essentiel de la largeur du doigt. Une longueur de collage L_{stick} sépare les bords du doigt de l'espaceur. (b) L'effondrement de la cellule n'est possible que si $w > 2L_{stick}$. Néanmoins cet effondrement n'est pas toujours spontané et l'opérateur doit alors le déclencher pour l'observer.

nous montre que non : l'ascension suit une loi en $L \propto t^{1/3}$ (figure 7.5a). Ce résultat confirme les calculs théoriques de Tang & Tang [152] et les expériences modèles d'Alexandre Ponomarenko réalisées avec des coins de géométries variées [153]. Afin d'interpréter cette dynamique, remarquons que l'équation (7.3) prédit que le temps d'ascension jusqu'à une hauteur d'équilibre L_J varie comme L_J^3. Tout se passe donc comme si à chaque instant le liquide atteignait la hauteur d'équilibre correspondant à ce moment. Cet "équilibre dynamique" nous conduit à la loi d'ascension :

$$L(t) \sim \left(\frac{\gamma^2}{\eta\rho g}\right)^{1/3} t^{1/3}, \tag{7.5}$$

qui permet de regrouper les résultats expérimentaux obtenus avec des différents liquides sur la même courbe maîtresse (figure 7.5b).

En conclusion, notre expérience modèle de poreux déformable conduit à un résultat original : l'effondrement du canal permet au liquide de monter bien plus haut que dans un canal rigide. Bien qu'un simple critère élasto-capillaire permette de prédire l'effondrement potentiel du canal, de multiples questions demeurent ouvertes. En particulier, cet effondrement n'est pas nécessairement spontané, mais doit parfois être déclenché par l'opérateur pour être observé. Notre critère ne met en effet en jeu qu'un équilibre entre adhésion et énergie de courbure. La paroi n'étant pas courbée en aval du front, la transition entre amont et aval implique une région où la paroi est étirée. Cette énergie d'extension supplémentaire conduit à une barrière énergétique que nous n'avons pas prise en compte. Nous développerons ce thème courbure-extension à travers différentes expériences présentées

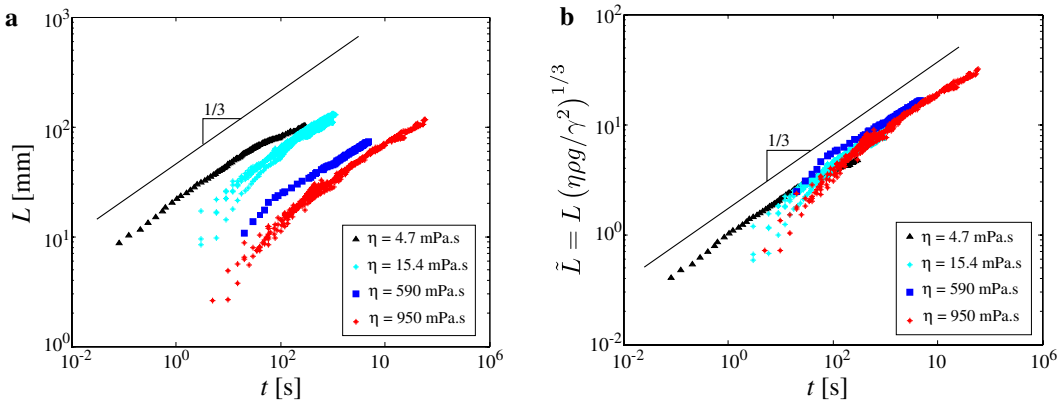


FIGURE 7.5 – Dynamique de l'ascension du front. (a) Données brutes pour des liquides de différentes viscosités. (b) Hauteur renormalisée : $\tilde{L} = L\left(\eta\rho g/\gamma^2\right)^{1/3}$ en fonction du temps.

dans le chapitre suivant.

Il serait également intéressant de vérifier la validité de notre approche sur des structures plus complexes telles que des tubes de section circulaire ou des matrices poreuses très déformables. Au-delà des déformations induites par capillarité, il serait enfin intéressant d'étudier l'imprégnation d'un matériau qui se déforme par effet chimique : gonflement ou dissolution par le liquide qui l'imprègne. Saurons-nous décrire l'ascension de l'eau dans une éponge séchée ou dans un morceau de sucre ?

7.2 Flexion et étirement

7.2.1 Enrobage d'une boule

réalisé avec Jérémy Hure & Benoît Roman

Nous avons décrit dans le chapitre 5 l'enrobage d'une goutte d'eau par une feuille flexible. Une modélisation complète de l'origami capillaire est cependant ardue : la forme de la goutte d'eau dépend de conditions aux limites fixées par la géométrie adoptée par la feuille qui elle-même dépend des forces capillaires exercées par la goutte. Pouvons-nous simplifier le problème en considérant une goutte "solide" ?
Posons une mince feuille de polymère sur une sphère adhésive (une grosse boule de Noël préalablement recouverte de liquide mouillant fait très bien l'affaire). La feuille recouvre-t-elle la boule ? Si la feuille est suffisamment fine nous observons un phénomène curieux : la feuille tend bien à recouvrir la sphère mais la morphologie de la zone de contact suit des allées oscillantes qui se ramifient (figure 7.6). À cause de la friction, la forme exacte de ses ramifications dépend de la manière dont la feuille a été posée. Cependant la largeur caractéristique de ces allées demeure inchangée pour un système donné. Nous observons qualitativement que ces allées sont d'autant plus larges que le rayon de la sphère est grand.

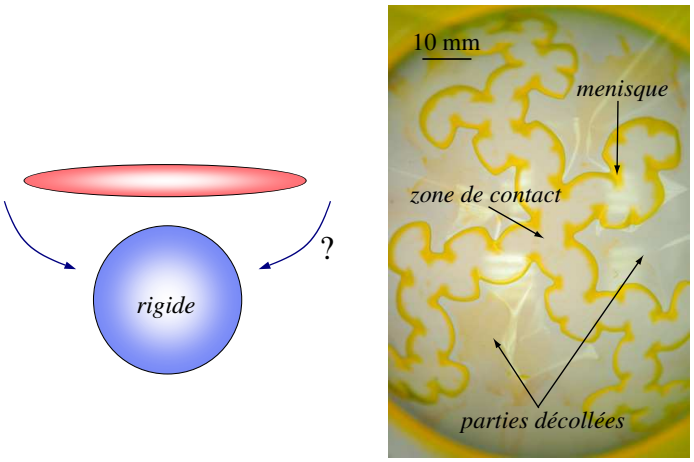


FIGURE 7.6 – Enrobage d'une sphère adhésive par une feuille. L'adhésion est assurée par un film de liquide mouillant coloré. Si la feuille est suffisamment flexible, elle tend à enrober le sphère mais la zone de contact suit des allées oscillantes qui se ramifient. Les bords colorés correspondent au ménisque qui sépare les parties collées des parties décollées.

Quels ingrédients physiques peuvent gouverner cette géométrie complexe ? L'adhésion par le liquide mouillant joue évidemment un rôle moteur en favorisant une surface de collage la plus étendue possible. Enrober la sphère entraîne également la flexion de la feuille. Cependant un autre élément est ici primordial : l'extension de la feuille.

Les cartographes ont compris depuis Mercator qu'il était vain de chercher une représentation plane du globe terrestre qui ne déforme pas les continents (figure 7.7). De même il est impossible d'aplanir une écorce d'orange sans la déchirer. Le mathématicien Gauss a en effet montré dans son *theorema egregium* que la transformation isométrique (qui préserve les distances) d'une surface n'était possible que si le produit des rayons de courbure principaux (ou courbure de Gauss) était préservé en tous points [123]. La feuille plane a une courbure de Gauss nulle et nous devons donc l'étirer (ou la comprimer) localement pour la forcer à épouser la forme d'une sphère de courbure de Gauss strictement positive. Les formes développables (à courbure de Gauss nulle) sont ainsi limitées à des cônes généralisés. Les parties de la feuille collées à la sphère sont donc étirées.



FIGURE 7.7 – Geradus Mercator et sa mappemonde, dans *Atlas Sive Cosmographicae Meditationes De Fabrica Mundi Et Fabricati Figura* (Duisburg, 1595).

Reste à estimer l'extension typique engendrée par le collage complet d'une portion de la feuille sur la sphère et l'énergie élastique correspondante. Considérons pour cela un disque de rayon a et forçons-le à épouser la surface d'une sphère de rayon R selon une latitude de rayon ξ (figure 7.8). Un cas limite correspond à préserver le périmètre du disque mais à distendre radialement ce dernier avec un allongement typique $\varepsilon \sim (\xi/R)^2$ (déterminé par un argument du type "Pythagore"). L'énergie élastique engendrée lors du collage est donc donnée par :

$$\mathcal{U}_{stretch} \sim Eh\xi^2\varepsilon^2 \sim Eh\xi^2 \left(\frac{\xi}{R}\right)^4, \tag{7.6}$$

où E est le module de Young de la feuille et h son épaisseur. Cette énergie est cependant compensée par l'énergie d'adhésion :

$$\mathcal{U}_{\xi dh} \sim \gamma\xi^2. \tag{7.7}$$

Ces deux termes sont donc du même ordre de grandeur pour un taille de contact typique :

$$\xi \sim R\left(\frac{\gamma}{Eh}\right)^{1/4}. \tag{7.8}$$

Nous retrouvons ainsi le nombre sans dimensions $(Eh)/\gamma$ que nous avions rencontré lors de l'étude des cloques angulaires (non coniques).

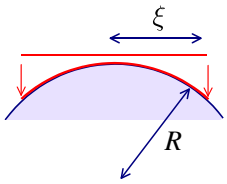


FIGURE 7.8 – Le collage complet d'un disque de rayon ξ sur une sphère de rayon R selon une latitude de rayon a engendre une extension radiale du disque typique $\varepsilon \sim (\xi/R)^2$.

Cette taille caractéristique rend-elle compte de la largeur des zones de contact observées expérimentalement ? Nous pouvons pour cela mesurer le rayon du plus grand disque inscriptible dans une région collée pour différentes morphologies de collage (cercle noir sur les images de la figure 7.9b). Expérimentalement, nous observons bien une dépendance linéaire entre cette largeur et le rayon de la sphère renormalisé par le facteur $(Eh/\gamma)^{1/4}$ pour toute une gamme d'épaisseurs de feuilles et de rayons de sphères (figure 7.9b) [154].

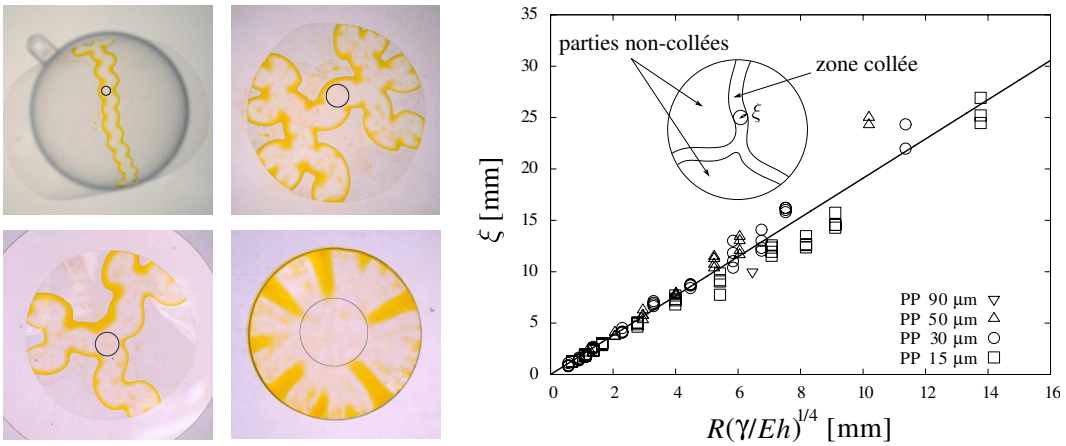


FIGURE 7.9 – (a) Estimation de la largeur typique de la zone de contact en sélectionnant le plus grand disque inscriptible dans la région collé (cercle noir sur les images). Différentes morphologies sont observées en fonction de la souplesse de la feuille, de son rayon et du rayon de la sphère. (b) Comparaison de cette largeur ξ avec le produit $R(Eh/\gamma)^{1/4}$.

Nous maîtrisons à présent tous les ingrédients physiques pour décrire les différentes morphologies observées [154]. Pour se coller sur la sphère, la feuille doit tout d'abord se courber. Comme nous l'avons vu dans la chapitre 2, ceci n'est possible que si le rapport R/L_{EC} est supérieur à 1. Si le rayon de courbure de la sphère est trop petit, le contact est donc ponctuel (cas 1 dans le diagramme représenté figure 7.10).
En augmentant progressivement R/L_{EC} nous commençons donc par former une zone de

contact de largeur typique ξ. Néanmoins si la taille L de la feuille est inférieure à ξ, la feuille se colle complètement (cas 2). Dans le cas contraire, la zone de contact à la forme d'un disque de rayon ξ (cas 3).
Cependant, si nous permettons à la feuille de se courber d'avantage (en augmentant le rapport R/L_{EC}), nous favorisons une zone de contact en forme de bande "équatoriale" (cas 4). Dans cette situation, l'énergie de courbure engendrée sur toute la feuille est donnée par $(Eh^3/R^2)L^2$ alors que le gain en énergie d'adhésion vaut typiquement $\gamma L\xi$. Nous attendons donc que le passage du disque à la bande suive le critère $L/\xi < c_1(R/L_{EC})^2$, où c_1 est un facteur numérique.
Nous observons expérimentalement que la bande prend une forme oscillante pour des valeurs plus élevées de R/L_{EC} (cas 5). En effet, coller la feuille sur une bande entraîne une extension relative le long de la ligne médiane et une compression au niveau des bords de la bande. Une forme oscillante permet néanmoins de relâcher une partie de ces contraintes au prix d'une courbure de la feuille hors du plan. Le détail de cette instabilité a été étudié par Jérémy Hure et Basile Audoly [155]. Elle apparaît lorsque l'extension de la feuille devient comparable à sa courbure. En termes de lois d'échelle, la densité d'énergie d'extension dans la bande est proportionnelle à $Eh(\xi/R)^4$ et compense l'énergie d'adhésion γ comme nous l'avons vu. Les bandes oscillantes devraient se former lorsque cette densité d'énergie devient du même ordre de grandeur que la densité d'énergie de courbure engendrée par la déformation de la feuille hors du plan, Eh^3/R^2. Nous attendons donc une transition entre une bande droite et une bande oscillante au delà d'une valeur critique du rapport R/L_{EC}.
Des formes branchées sont enfin observées pour des valeurs encore plus élevées de R/L_{EC} (cas 6). Passer d'une bande équatoriale à des bandes ramifiées qui englobent la sphère revient grossièrement à doubler l'énergie de flexion. Nous attendons donc que la transition de la bande aux formes ramifiées soit décrite par un argument similaire à celui du passage du disque à la bande : $L/\xi < c_2(R/L_{EC})^2$, où c_2 est un facteur numérique inférieur à c_1.
Ces différentes transitions apparaissent en bon accord avec le diagramme expérimental représenté figure 7.10.

En conclusion, si nous voulons nous coller un pansement plan sur le nez sans faire de plis, la largeur du pansement doit être inférieure à la taille typique $\xi \sim R(\gamma/Eh)^{1/4}$. Recouvrir une surface plus courbée est cependant possible si le pansement est découpé en bandelettes de largeur inférieures à ξ. D'un point de vue technologique la même condition s'applique à une surface que l'on voudrait par exemple recouvrir d'une couche de graphène. Dans le cas d'une monocouche de module $E \sim 1\,\mathrm{TPa}$ et d'épaisseur $h \sim 0.34\,\mathrm{nm}$ [59], adhérant sur une bille de silice avec une énergie de van der Waals typique $\gamma \sim 500\,\mathrm{mJ.m^{-2}}$ [139] nous obtenons ainsi $\xi \sim (\gamma/Eh)^{1/4}R \sim 0.2R$ et $L_{EC} \sim 1\,\mathrm{nm}$.

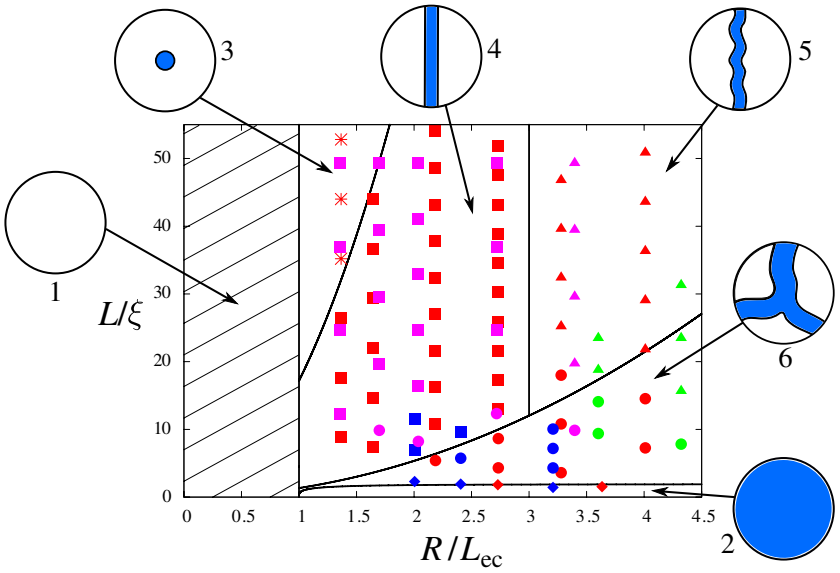


FIGURE 7.10 – Différentes morphologies de la zone de contact en fonction des rapports R/L_{EC} et L/ξ, où L désigne le rayon de la feuille [154]. Les losanges correspondent à un contact parfait (cas 2), les étoiles à un contact en forme de disque (cas 3), les carrés à un enveloppage selon une bande régulière (cas 4), les triangles à des bandes oscillantes (cas 5) et les cercles à formes ramifiées (cas 6). Les différentes couleurs représentent des matériaux différents.

7.2.2 Compression d'une couronne

réalisé avec Miguel Piñeirua & Benoît Roman

Nous avons vu lors de l'étude des cloques de délamination (chapitre 6) que des rides apparaissaient lors de la compression d'un substrat mou recouvert d'un solide. Le même phénomène se produit si la membrane est supportée, non pas par un substrat solide, mais par un liquide (figure 7.11) [156, 157]. Dans les deux situations, la géométrie des rides est dictée par un équilibre entre l'énergie de flexion de la membrane qui favorise des rides de grande longueur d'onde et le rappel du substrat, élastique, gravitaire ou capillaire selon les cas, qui favorise au contraire les petites longueurs d'onde.

Considérons, comme dans le cas solide, une déformation sinusoïdale de la membrane rigide de longueur d'onde λ et de faible amplitude $A \ll \lambda$ (figure 7.12). La courbure typique vaut alors A/λ^2 et conduit à une énergie de flexion par unité de surface :

$$u_b \sim Eh^3 \frac{A^2}{\lambda^4}, \tag{7.9}$$

où E est le module de Young de la couche mince et h son épaisseur. Former des rides coûte néanmoins une énergie de pesanteur qui vaut par, par unité de surface :

$$u_g \sim \rho g A^2, \tag{7.10}$$

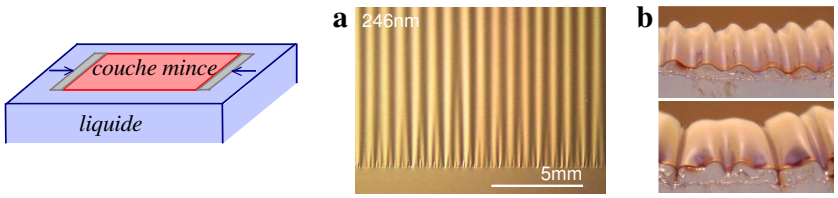


FIGURE 7.11 – (a) La compression d'une membrane déposée sur un liquide entraîne la formation de rides régulières [157]. La géométrie de ces rides est dictée par un équilibre entre l'énergie de flexion de la membrane et le rappel du substrat, gravitaire loin des bords et capillaire sur les bords. (b) Une grande amplitude de compression conduit à une localisation des rides [156].

où ρ est la densité du liquide soulevé. L'équilibre de la flexion avec la pesanteur nous donne finalement :

$$\lambda_g \sim (Eh^3/\rho g)^{1/4}, \tag{7.11}$$

en bon accord avec des expériences réalisées avec des membranes macroscopiques [156]. Cependant, les forces capillaires s'opposent également à la formation de rides car la déformation du bord de la feuille entraîne une augmentation de la surface du liquide. Cette énergie supplémentaire tend à diminuer la longueur d'onde des rides au voisinage du bord dans le cas de feuilles très flexibles (figure 7.11b). Huang *et al.* ont montré qu'une cascade de petites vers de plus grandes longueurs d'onde ne se produisait que pour une faible valeur du paramètre $(\rho g E h^3)^{1/2}/\gamma$ et conduisait à une zone de transition étendue sur la longueur capillaire $L_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$ [157]. Nous approfondirons dans le chapitre suivant la transition de modes flexion de faibles longueurs d'onde vers des modes de plus grandes longueurs d'onde. Notons également que λ ne dépend pas de l'amplitude à ce degré de description. Cependant une compression plus intense entraîne l'apparition de modes non-linéaires et conduit finalement à une localisation des rides illustrée figure 7.11 [156].

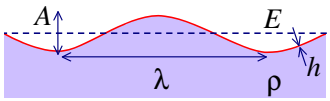


FIGURE 7.12 – Déformation de la membrane selon un mode de longueur d'onde λ et de faible amplitude A.

Cessons de comprimer latéralement le film mince et posons une petite goutte en son centre. Huang *et al.* et Bodiguel [158, 159] ont montré indépendamment que des rides radiales se formaient autour de la gouttelette (figure 7.13a). Cette expérience résume parfaitement notre problématique. En effet, ces auteurs ont d'une part montré que le nombre N de rides formées autour de la goutte était dicté par un équilibre entre la tension de surface de la goutte et la flexibilité de la feuille : la tension de surface de la goutte exerce

une tension centripète sur la feuille et conduit à une compression orthoradiale responsable de la formation des rides. D'un point de vue quantitatif, le nombre de rides suit la loi [158] :

$$N \sim (a\, L_{EC})^{1/2}. \tag{7.12}$$

Une telle expérience permet de mesurer directement la longueur élastocapillaire. La tension de surface γ étant connue, il est ainsi possible de mesurer le module de flexion ($\sim Eh^3$) de la feuille.
D'autre part, ces rides s'estompent sur une distance typique ℓ qui résulte d'un équilibre entre la flexion et l'extension de la feuille mince. Former de très longues rides coûte en effet une grande énergie de flexion. Atténuer l'amplitude de ces rides contribue donc à diminuer l'énergie élastique de la feuille, au prix toutefois d'une certaine extension de la feuille. Huang *et al.* ont montré expérimentalement que la longueur d'atténuation résultante était donnée par :

$$\ell \sim a\, (Eh/\gamma)^{1/2}, \tag{7.13}$$

ce qui donne accès à une mesure indépendante du produit Eh.

En conclusion, une petite goutte d'eau posée sur un film nanométrique de polymère permet d'estimer à la fois son épaisseur h et son module de Young E sans appareillage sophistiqué [2] !

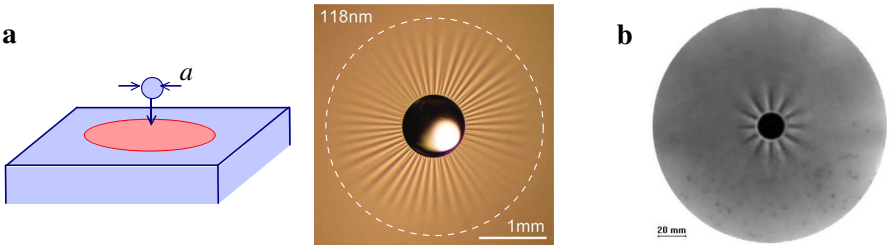


FIGURE 7.13 – (a) Gouttelette d'eau de rayon a déposée sur un film de polystyrène ($h \sim 100\,\text{nm}$) flottant sur un bain d'eau. Le nombre de rides est donné par $N \sim \sqrt{a/L_{EC}}$ alors que l'extension de ces dernières est de l'ordre de $\ell \sim a\sqrt{Eh/\gamma}$ [158]. (b) Système purement mécanique : une membrane est soumise à une tension centripète par aspiration sur le pourtour d'un cercle [160].

Sans chercher à atténuer la pertinence de l'expérience de la goutte d'eau, de nombreux points apparaissent flous dans ce problème : la gravité ne devrait-elle pas jouer un rôle ? quelles-sont les conditions aux limites au niveau de la ligne de contact ? l'angle de contact et la tension de surface de la goutte ont-ils une influence ? (l'angle de contact était de l'ordre de 90° dans l'expérience précédente). J.-C. Géminard, R. Bernal et F. Melo ont proposé une élégante expérience modèle, purement mécanique, dans laquelle des plis

2. Les auteurs ont néanmoins vérifié avec un appareillage sophistiqué la concordance des deux mesures.

radiaux sont engendrés par une tension centripète [160]. Il s'agit d'aspirer une membrane pré-étirée autour d'un tube central (figure 7.13b). La tension initialement présente dans la membrane est élevée, ce qui permet de s'affranchir des effets de la gravité. Le nombre de rides apparaît proportionnel au rayon du tube central et tend à augmenter lorsque la tension de la membrane augmente. La résolution numérique d'une perturbation hors du plan de la solution de Lamé (compression 2D axisymétrique) perturbé est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Nous proposons de développer une expérience complémentaire, plus proche de la situation de la membrane flottante. Remplaçons la goutte par un trou circulaire au centre de la membrane et ajoutons des tensio-actifs dans le bain à l'extérieur de la membrane, comme dans notre expérience de l'anneau flambé (chapitre 4). Le contraste de tension de surface entre les bords intérieur et extérieur du film mince ne devraient-ils pas engendrer une compression centripète et orthoradiale et conduire à la formation de rides ? Nos expériences préliminaires montrent que des rides se forment effectivement à partir d'une certaine différence de tension de surface (figure 7.14). Au delà du seuil d'apparition, l'amplitude des rides augmente, mais leur longueur d'onde demeure quasiment inchangée, comme dans le cas de la membrane comprimée.

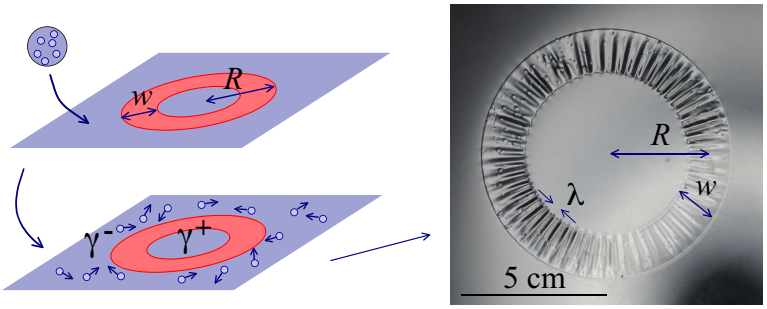


FIGURE 7.14 – Couronne flexible soumise à un contraste de tension $\Delta\gamma$ (engendré par une différence de tension de surface du liquide sur lequel la membrane flotte). Des rides apparaissent au-delà d'un certain seuil.

Déterminons en loi d'échelle le seuil de contraste de tension de surface $\Delta\gamma$ et la longueur d'onde d'onde λ correspondante dans le cas simplifié d'une couronne de section w étroite devant son rayon R (figure 7.14). La surpression engendrée par les tensioactifs tend à comprimer la couronne et à diminuer son périmètre. Cependant, si nous supposons que la membrane est incompressible, l'excès de périmètre sort du plan et se retrouve donc transformé en rides.
Si le rayon de la couronne est raccourci de ΔR, périmètre diminue de $2\pi\Delta R$ et la surface correspondante varie de $2\pi R\,\Delta R$ (figure 7.15). Au premier ordre, l'énergie de surface se retrouve donc abaissée de $2\pi R\,\Delta R\,\Delta\gamma$. La conservation du périmètre réel de la couronne

imposant $\Delta R/R \sim (A/\lambda)^2$, la variation d'énergie de surface devient :

$$\mathcal{U}_s \sim \Delta\gamma \frac{A^2}{\lambda^2} R^2. \tag{7.14}$$

Cependant la formation des rides se traduit par un prix en énergie de flexion de la membrane, en énergie de gravité du liquide et en énergie capillaire générée par les ménisques sur les bords de la membrane. D'après notre introduction sur les membranes flottantes, les énergies de flexion et de gravité s'écrivent respectivement :

$$\mathcal{U}_b \sim Eh^3 \frac{A^2}{\lambda^4} Rw, \tag{7.15}$$

et

$$\mathcal{U}_g \sim \rho g A^2 Rw. \tag{7.16}$$

Autour de la membrane, le ménisque est surélevé d'une hauteur typique A. Ce ménisque s'étale latéralement sur une distance de l'ordre de $L_c = (\gamma/\rho g)^{1/2}$ [1], ce qui correspond à une augmentation de la longueur de l'interface liquide-air de l'ordre de A^2/L_c. L'énergie de surface intégrée sur les contours intérieur et extérieur s'écrit donc :

$$\mathcal{U}_m \sim (\gamma_+^{1/2} + \gamma_-^{1/2})(\rho g)^{1/2} A^2 R, \tag{7.17}$$

où γ_+ et γ_- désignent la tension de surface respectivement à l'intérieur et l'extérieur de la couronne.

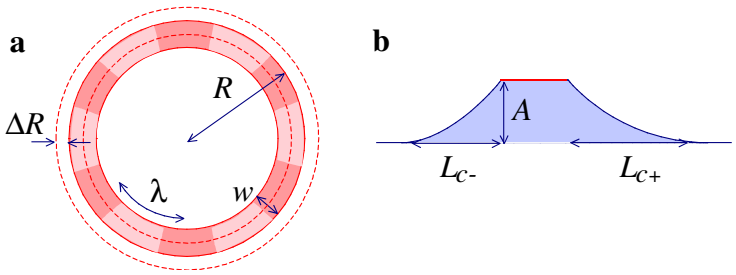


FIGURE 7.15 – (a) Compression radiale de la couronne. (b) Ménisque connectant le bord de la membrane surélevé au bain de liquide.

Le travail des tensioactifs $\mathcal{U}_s$ compense la somme $\mathcal{U}_b + \mathcal{U}_g + \mathcal{U}_m$. Dans le cas du simple flambage d'une tige, cette somme est équivalente à l'énergie de courbure de la tige. Pour chaque amplitude de déformation de la tige celle-ci sélectionne le mode de déformation qui minimise son énergie (solution de l'*élastica* d'Euler). Il en est de même ici. Pour chaque valeur de A, le système sélectionne la valeur de λ qui minimise la somme des 3 énergies. Nous obtenons ainsi deux cas limites :

$$\lambda \sim \left(\frac{Eh^3 w}{\rho g}\right)^{1/4}, \quad \text{si} \quad w \gg (L_{c+} + L_{c-}), \tag{7.18}$$

et

$$\lambda \sim \left(\frac{Eh^3 w}{\rho g}\right)^{1/4} \left(\frac{w}{L_{c+} + L_{c-}}\right)^{1/4}, \quad \text{si} \quad w \ll (L_{c+} + L_{c-}). \tag{7.19}$$

Le second régime apparaît cependant difficile à observer car une couronne trop fine tend à s'ovaliser à la manière des anneaux étudiés dans le chapitre 4. Nous ne considérerons que le premier régime caractérisé par une longueur d'onde élasto-gravitaire.
Compte-tenu du mode sélectionné, l'énergie des tensioactifs vérifie $\mathcal{U}_s \sim \rho g A^2 R w$, ce qui permet de déterminer le seuil de flambage :

$$\Delta\gamma_c \sim \frac{w}{R} \left(\rho g E h^3\right)^{1/2}. \tag{7.20}$$

Nos expériences préliminaires montrent que l'amplitude augmente progressivement au-delà du seuil alors que la longueur d'onde demeure quasiment inchangée. En particulier, la prédiction sur λ est vérifiée dans des expériences menées avec des couronnes d'épaisseurs différentes (figure 7.16).

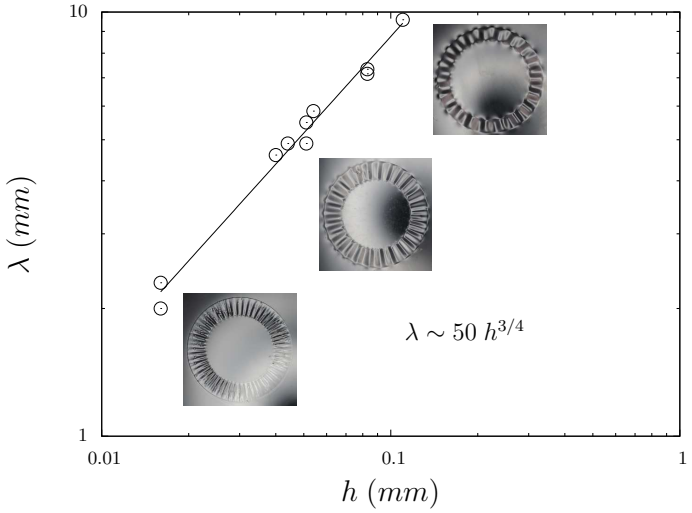


FIGURE 7.16 – En accord avec l'équation 7.18, la longueur d'onde est proportionnelle à $h^{3/4}$.

En conclusion, ces expériences préliminaires sont très encourageantes. Il serait particulièrement intéressant de prolonger cette étude vers des couronnes plus larges. Dans ce cas, la description du problème est plus complexe, mais beaucoup plus riche : les rides n'atteignent pas le bord extérieur de la couronne car l'extension de la membrane entre en jeu. Contrairement à l'expérience de la goutte posée, la gravité joue un rôle prédominant dans nos expériences. Il serait donc intéressant d'étudier le passage entre les régimes gravitaire et capillaire. Dans ce but, des expériences complémentaires sont développées dans le groupe de N. Menon à l'Université du Massachusetts à Amherst.

7.2.3 Rideaux

réalisé avec Miguel Piñeirua, Benoît Roman, Pedro Reis, Cyprien Gay, Fabian Brau & Pascal Damman

Jusqu'à présent nous nous sommes intéressés à des systèmes "mouillés". Les forces capillaires, et plus généralement les forces d'adhésion, étaient responsables de la flexion de nos tiges ou feuilles minces. Dans le cas des feuilles, de fortes contraintes géométriques limitent les possibilités de flexion pure. Aussi, courber une feuille implique souvent son extension (ou sa compression). Ce compromis entre flexion et extension ne se borne cependant pas aux systèmes adhésifs. Nous proposons ici de décrire une situation purement mécanique mettant en jeu ces deux ingrédients : les rideaux.

Observons un rideau suspendu au-dessus d'une fenêtre. Les attaches du rideau produisent en général de multiples plis relativement réguliers. Cependant si nous suivons l'évolution des ces plis sur la hauteur du rideau, nous constatons que leur nombre diminue progressivement (figure 7.17a). Des plis similaires sont également présents, à bien plus petite échelle, sur des films de graphène tendus au-dessus d'une rainure (figure 7.17b). Le nombre de ces plis diminue également lorsque l'on s'éloigne du bord.

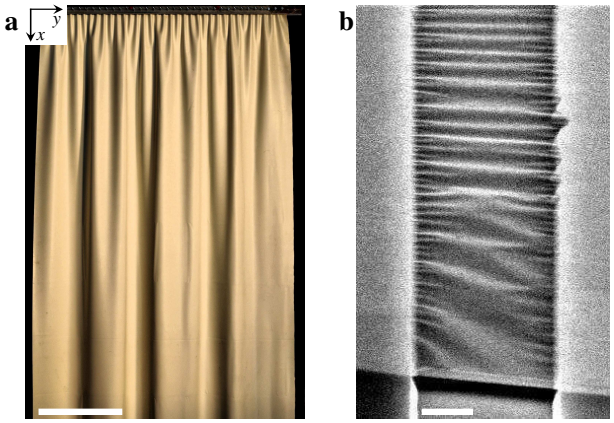


FIGURE 7.17 – Cascade de plis le long d'un rideau : les plis imposés nombreux aux bords se raréfient progressivement. (a) Rideau macroscopique en latex (barre d'échelle : 25 cm) ; (b) Bicouche de graphène tendue au dessus d'une rainure (barre d'échelle : 1 μm).

La dilution du nombre de plis est naturelle. En effet si un long rideau était courbé sur toute sa longueur, l'énergie de courbure serait très élevée. Une manière de diminuer cette énergie consiste à réunir progressivement les plis, au prix toutefois d'une extension de la feuille. La même situation se produit avec un pli unique. Si nous courbons une longue feuille de papier en un bord, nous observons sa courbure diminuer progressivement. Au-delà d'une certaine longueur la feuille semble avoir "oublié" que son extrémité était courbée (figure 7.18). Comment estimer cette longueur de persistance ?

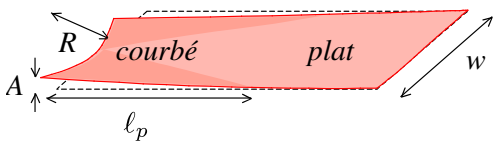


FIGURE 7.18 – Longue feuille, initialement plane courbée à son bout : la courbure du bord se fait sentir sur une longueur de persistance ℓ_p.

La courbure $1/R$ du bord de la feuille impose une surélévation des coins sur une hauteur typique $A \sim w^2/R$, où w est la largeur de la feuille. L'étirement de la feuille est distribué sur une longueur de l'ordre de ℓ_p. L'incrément de longueur induit par la courbure est donc de l'ordre de A^2/ℓ_p. Cet incrément correspond à la déformation $\varepsilon \sim (A/\ell_p)^2$, ce qui conduit à l'énergie d'extension :

$$\mathcal{U}_s \sim Ehw\ell_p\varepsilon^2 \sim Ehw\ell_p \left(\frac{w^2}{R\ell_p}\right)^4. \tag{7.21}$$

Cette dernière favorise donc les grandes valeurs de ℓ_p et compense l'énergie de courbure :

$$\mathcal{U}_b \sim Eh^3 \frac{w\ell_p}{R^2}, \tag{7.22}$$

qui favorise au contraire une courte longueur de persistance. Le compromis entre ces deux termes nous donne finalement :

$$\ell_p \sim \frac{w^2}{(Rh)^{1/2}} \sim w\left(\frac{A}{h}\right)^{1/2}. \tag{7.23}$$

Cette longueur de persistance se retrouve dans la plupart de des problèmes de feuilles minces couplant flexion et extension [161, 162].

Pouvons-nous généraliser notre pli unique au cas des rideaux ? Tout le long d'un rideau, nous observons des plis s'apparier deux par deux pour former des plis de moins en moins courbés. Il apparaît donc naturel de s'intéresser à un élément unique de cette cascade : la coalescence de deux plis en un pli unique. Dans ce but, nous avons mis au point une expérience modèle qui consiste à fixer une feuille de polymère sur des mords de forme sinusoïdale qui imposent des plis indépendants en amont et en aval de la feuille (figure 7.19a). Afin de mimer le doublement de longueur d'onde tout en préservant la largeur de la feuille, si le mord amont est usiné avec une longueur d'onde λ et une amplitude A, une longueur d'onde 2λ et une amplitude $2A$ sont sélectionnées pour le mord aval. Nous observons que le doublement de longueur d'onde se produit à une distance caractéristique ℓ_p du bord (l'espacement L entre les deux mords est choisi suffisamment grand pour qu'il n'influe plus sur la valeur de ℓ_p).

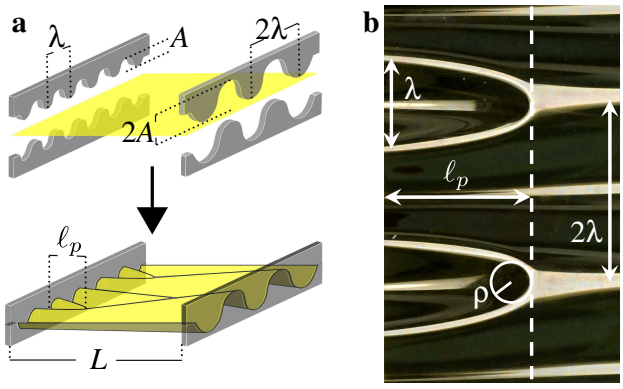


FIGURE 7.19 – (a) Expérience modèle permettant d'isoler le doublement de longueur d'onde des plis. En amont une longueur d'onde λ et une amplitude A sont imposées, alors qu'en aval les mords ont une longueur d'onde 2λ et une amplitude $2A$ (qui permet de préserver la largeur de la feuille). (b) Plis vus du dessus, le doublement de longueur d'onde s'effectue à une distance ℓ_p des bords.

Il est tentant s'estimer la valeur de ℓ_p par l'argument présenté précédemment. En effet, la courbure typique de la feuille passe de A/λ^2 à $A/2\lambda^2$, ce qui revient à un gain en énergie de courbure proportionnel à $Eh^3(A/\lambda^2)^2$ par unité de surface. Après intégration sur la surface typique du pli $\lambda\ell_p$, nous obtenons pour l'énergie de courbure :

$$\mathcal{U}_b \sim Eh^3\frac{A^2}{\lambda^3}\ell_p, \tag{7.24}$$

Afin d'estimer l'énergie d'extension engendrée par le doublement de longueur d'onde, considérons la longueur de feuille entre deux points en vis à vis et distants à vol d'oiseau de ℓ_p. Les coordonnées de ces points sont (selon les axes indiqués figure 7.17) :

$$\begin{pmatrix} \ell_p \\ y \\ A\cos(2\pi y/\lambda) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \ell_p \\ y \\ 2A\cos(\pi y/\lambda) \end{pmatrix}$$

Dans la limite des faibles amplitudes ($A \ll \lambda$), cette longueur a la forme $\ell_p\left(1+(A/\ell_p)^2 f(y)\right)$, où f est une fonction bornée. L'incrément de longueur est donc proportionnel à A^2/ℓ_p et conduit à l'étirement typique $\varepsilon \sim (A/\ell_p)^2$, tout comme dans le cas du pli unique. L'énergie d'extension intégrée sur le pli s'écrit finalement :

$$\mathcal{U}_s \sim Eh\lambda\ell_p\varepsilon^2 \sim Eh\lambda\frac{A^4}{\ell_p^3}. \tag{7.25}$$

Nous observons cependant que la zone de raccord entre une paire de plis en amont et le pli final en aval et fortement courbée le long d'une pointe de forme hémicirculaire de rayon $\rho \sim \lambda^2/\ell_p$ (figure 7.19). Ce type de singularité (que nous retrouvons dans une balle

de ping-pong cabossée) a été étudiée par Pogorelov [163]. L'énergie correspondante est donnée par :

$$\mathcal{U}_{Pog} \sim Eh^{5/2}\alpha^{5/2}\rho^{1/2}, \text{ avec } \alpha \sim A/\ell_p \tag{7.26}$$

Le rapport $\mathcal{U}_{Pog}/\mathcal{U}_s$ étant proportionnel à $(h/A)^{3/2}$, nous pouvons donc négliger l'énergie de la zone de raccord dans nos expériences ($h/A \sim 100$). Pour déterminer ℓ_p il nous reste finalement à minimiser la somme $\mathcal{U}_b + \mathcal{U}_s$, ce qui conduit à :

$$\ell_p \sim \lambda \left(\frac{A}{h}\right)^{1/2}. \tag{7.27}$$

Nous retrouvons donc la longueur de persistance d'un pli unique (équation 7.23) dans laquelle λ remplace la largeur w de la feuille. Cette expression est en bon accord avec nos expériences réalisées avec des feuilles de différentes épaisseurs.

Pouvons-nous passer de notre expérience modèle à des rideaux réels caractérisés par une évolution progressive de la longueur d'onde des plis avec la distance au bord ? Nous avons vu que nous passons de λ à 2λ sur une distance ℓ_p. Nous en déduisons donc :

$$\frac{d\lambda}{dx} \sim \frac{\lambda}{\ell_p} \sim \left(\frac{h}{A}\right)^{1/2}. \tag{7.28}$$

Le rapport $\beta = A/\lambda$ étant constant sur toute la longueur du rideau (conservation de la largeur), nous obtenons après intégration :

$$\lambda(x) \sim \beta^{-1/3}h^{1/3}x^{2/3}. \tag{7.29}$$

Cette prédiction est en bon accord avec des résultats expérimentaux obtenus avec des feuilles de nature et d'épaisseurs variées, mais légères (figure 7.20a). Des rideaux plus lourds conduisent néanmoins à un résultat différent : $\lambda(x) \propto x^{1/2}$. Comment expliquer cette différence ?

Tout comme pour un tambourin, tendre un rideau le rigidifie. En effet, le travail de la tension T fourni pour appliquer une déformation $\varepsilon \sim (A/\ell_p)^2$ sur un pli est donné par :

$$\mathcal{U}_t \sim T\lambda\ell_p\,\varepsilon \sim T\lambda\frac{A^2}{\ell_p}. \tag{7.30}$$

Le terme $\mathcal{U}_t$ devient dominant par rapport à $\mathcal{U}_s$ pour $T \gg Eh^2\beta^2/A$. Dans ce cas, la minimisation de la somme $\mathcal{U}_b + \mathcal{U}_t$ conduit à :

$$\ell_p \sim \frac{\lambda^2}{h}\left(\frac{T}{Eh}\right)^{1/2}. \tag{7.31}$$

En injectant cette longueur de plis dans la loi d'évolution $d\lambda/dx \sim \lambda/\ell_p$, nous obtenons finalement :

$$\lambda(x) \sim (hx)^{1/2}\left(\frac{Eh}{T}\right)^{1/4}. \tag{7.32}$$

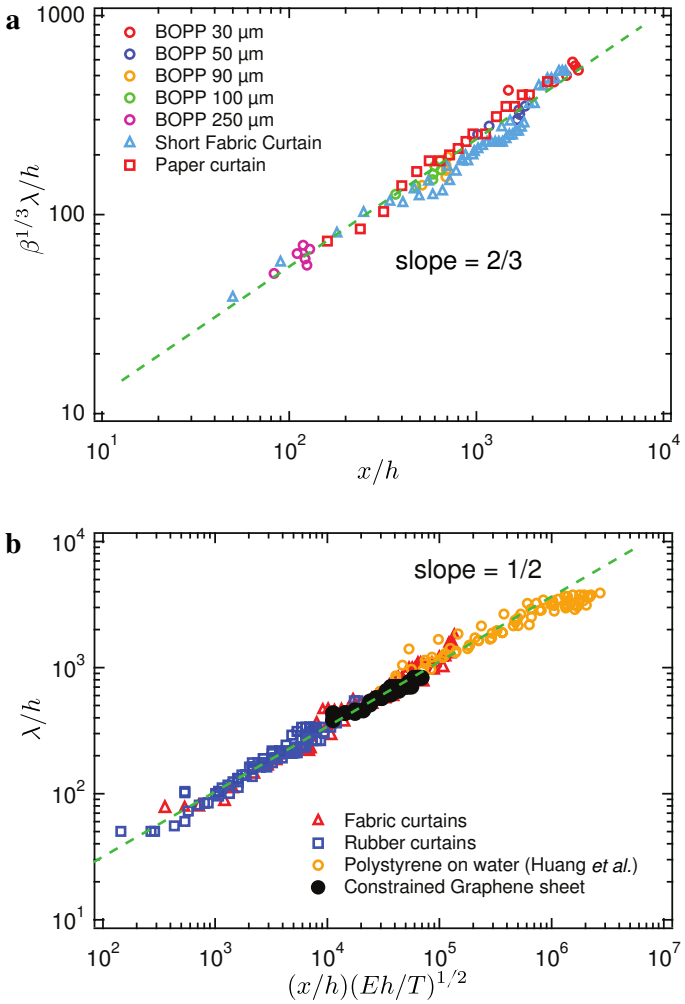


FIGURE 7.20 – Courbes maîtresses décrivant les deux cas limite : (a) rideaux "légers", $\beta^{1/3}\lambda/h \simeq 2.9(x/h)^{2/3}$; (b) rideaux pesants, films microscopiques de graphène et de polystyrène sous tension, $\lambda/h \simeq (x/h)^{1/2}(Eh/T)^{1/4}$.

Cette loi est en très bon accord avec des expériences réalisées au laboratoire sur des rideaux lestés, et d'autres expériences réalisées dans l'équipe de N. Menon sur les membranes de polystyrène illustrées dans le chapitre précédent et dans l'équipe de C.N. Lau sur des films de graphène suspendus (figure 7.20b).

Nous pouvons finalement nous demander à partir de quelle longueur un rideau devient pesant. L'intersection entre les deux régimes correspond à : $x^* \sim h\,\beta^2\,(Eh/T)^{3/2}$. Loin du bord libre, la tension dans le rideau vaut $\rho g h H$, où H est la hauteur totale du rideau. Nous en déduisons finalement la longueur critique au-delà de laquelle nous devons considérer le

poids du rideau :

$$H_c \sim h\,\beta^{4/5}\left(\frac{E}{\rho g h}\right)^{3/5}. \tag{7.33}$$

Dans le cas d'un rideau en tissus, les ordres de grandeur des différents paramètres sont : $h \sim 200\,\mu$m, $E \sim 1\,$MPa, $\rho \sim 10^3\,$kg/m^3. La longueur critique est de l'ordre de $0,5\,$m pour un rapport d'aspect $\beta \sim 1$.

En conclusion, notre approche rudimentaire en lois d'échelle nous a permis de définir la longueur de persistance d'un pli imposé au bord d'une membrane sans tension. L'extrapolation de cette longueur au cas d'un rideau aux plis multiples permet de décrire l'évolution de la longueur d'onde des plis en fonction de la distance au bord. Enfin, l'addition d'une tension sur la membrane la rigidifie et conduit à une loi d'évolution différente. Le suivi des plis le long d'un rideau nous renseigne ainsi directement sur la tension éventuelle que ce dernier subit.

7.2.4 Rides d'extension

réalisé avec Atsushi Takei & Benoît Roman

Nous avons vu dans le chapitre précédent comment une courbure imposée au bord d'une feuille s'atténue progressivement au prix d'une légère extension de cette dernière. Nous proposons ici d'étudier une situation opposée : la formation de plis induite par l'extension d'une feuille initialement plane.

Si nous étirons de manière uni-axiale une membrane élastique, celle-ci tend à se cintrer par effet Poisson (figure 7.21a). En effet, une extension ε dans une direction entraîne une contraction $\nu\varepsilon$ dans les directions orthogonales. Renforçons la membrane par une bande de ruban adhésif placée perpendiculairement à la direction de l'étirement : des rides régulières apparaissent lors de l'étirement (figure 7.21b). Des rides analogues se forment lorsqu'un ballon cerclé par une bande adhésive est progressivement dégonflé (figure 7.21c). À petite échelle le même type de rides est observé sur des films renforcés par des bandes de nanoparticules ou des bandes de silicium déposées sur du PDMS (figures 7.21d et 7.21e). Des rides peuvent également se former lorsqu'un film de polyéthylène non renforcé est étiré [164] (figure 7.21f). Enfin, des rides d'aspect similaire peuvent se développer sur notre peau le long de cicatrices [135] (figure 7.21g).

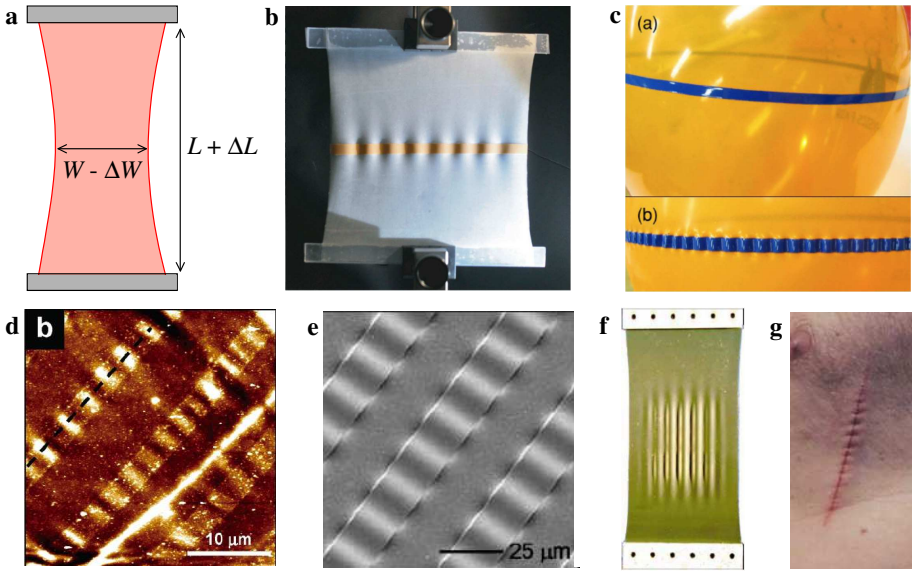


FIGURE 7.21 – (a) Contraction par effet Poisson d'une membrane uniforme étirée. (b) Membrane renforcée par une bande plus rigide. (c) Ballon de baudruche cerclé d'une bande rigide. (d) Nanoparticules d'or incorporées en bandes dans un film de polymère [165]. (e) Bandes de silicium posées sur du PDMS [166]. (f) Membranes non renforcées mais vraisemblablement plastiques [164]. (e) Rides formées le long d'une cicatrice [135].

Comment expliquer la formation des ces rides ? La compression induite par effet

Poisson tend à faire flamber la membrane : courber une feuille mince coûte moins cher en énergie élastique que la comprimer. Tout comme dans le cas du flambage d'une poutre simple, la bande renforçante tend à favoriser les modes de grande longueur d'onde qui minimisent l'énergie de flexion. Cependant, cette bande est solidaire de la membrane et la courber contribue à déformer (courber et étirer) la membrane sur une certaine distance. L'extension de cette déformation est de l'ordre de la longueur d'onde des rides. L'énergie élastique correspondante est donc favorable aux petites longueurs d'onde. Le mode observé résulte ainsi d'un compromis entre les déformations de la bande et celles de la membrane.
Dans le cas des membranes non renforcées, les auteurs argumentent un équilibre entre flexion et étirement [164]. Sans remettre en cause la pertinence de ces ingrédients, notons que ses expériences ont été réalisées avec des films de polyéthylène fortement étirés (jusqu'à 20%). Or les propriétés plastiques de ce matériau en font un candidat de choix pour l'élaboration d'emballages résistants. Il est donc vraisemblable que la plasticité joue un rôle important dans ces expériences. En tout cas, nous n'observons pas de rides en étirant nos membranes élastomériques non renforcées.

Afin d'estimer les différentes énergies élastiques mises en jeu, décomposons la membrane en deux régions schématisées figure 7.22. R_1 délimite la bande renforçante et la partie de la membrane qui se trouve dessous. R_2 correspond à la partie de la membrane déformée de part et d'autre de la bande.

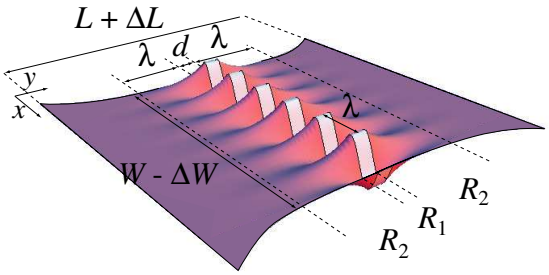


FIGURE 7.22 – Décomposition des parties déformées en deux région complémentaires : R_1 au niveau de la bande renforçante et R_2 de part est d'autre de la bande sur une distance caractéristique λ.

La partie R_1 est essentiellement courbée par une onde d'amplitude A et de longueur d'onde λ. L'énergie correspondante vaut donc :

$$\mathcal{U}_1 \sim B \left(\frac{A}{\lambda^2}\right)^2 W d, \tag{7.34}$$

où B est la rigidité du bilame bande-membrane, W la largeur de la bande et d la largeur de la bande. La valeur de la rigidité effective B se calcule laborieusement à partir des

caractéristiques des deux composés [128, 133]. Dans la limite pertinente pour nos expériences, le module de Young de la bande rigide E_b est beaucoup plus élevé que celui de la membrane E_m, alors que l'épaisseur h_b de la bande est très faible devant son homologue h_m pour la membrane. L'expression de B prend alors une forme simplifiée :

$$B \simeq \frac{1+m^2n^4+4mn}{1+mn}\frac{E_m h_m^3}{12(1-\nu^2)}, \tag{7.35}$$

avec $m = E_s/E_m$ ($m \gg 1$), $n = h_s/h_m$ ($n \ll 1$) et ν est un coefficient de Poisson effectif que nous avons arbitrairement pris égal à 0.5, une valeur typique pour des élstomères. Remarquons, que cette rigidité effective est naturellement dominée par la bande pour $E_s h_s^2 \gg E_m h_m^2$.

Dans la région R_2, la membrane est à la fois courbée et étirée de part et d'autre de la bande sur une longueur typique λ (la nature laplacienne des équations de l'élasticité impliquent une longueur caractéristique identique dans les deux directions). La courbure typique est la même que dans le cas de la bande et nous retrouvons une extension de la même forme que dans le cas de s rideaux, $(A/\lambda)^2$. Les énergies de courbure et d'extension s'écrivent donc respectivement :

$$\mathcal{U}_{2b} \sim E_m h_m^3 \left(\frac{A}{\lambda^2}\right)^2 \lambda W, \tag{7.36}$$

$$\mathcal{U}_{2s} \sim E_m h_m \left(\frac{A}{\lambda}\right)^4 \lambda W. \tag{7.37}$$

Enfin si nous considérons que la bande est inextensible, la compression de la bande et l'amplitude des oscillations sont reliées géométriquement par $(A/\lambda)^2 \sim \nu\varepsilon$, où $\varepsilon = \Delta L/L$ est l'extension appliquée à la membrane. Par conséquent, nous retrouvons bien que les énergies de courbure favorisent la grandes longueurs d'onde ($\mathcal{U}_1 \sim \lambda^{-1}$ et $\mathcal{U}_{2b} \sim \lambda^{-2}$), alors que l'énergie d'extension $\mathcal{U}_{2s} \sim \lambda$ est minimisée lorsque λ s'annule.

La longueur d'onde est sélectionnée par la minimisation de l'énergie totale. Nous trouvons ainsi deux régimes limites. Pour les extensions faibles, l'énergie de courbure de la bande est négligeable et nous obtenons :

$$\lambda \sim h_m\,(\nu\varepsilon)^{-1/2}. \tag{7.38}$$

Dans le cas des grandes extensions l'énergie de courbure de la bande domine celle de la membrane, ce qui nous conduit à :

$$\lambda \sim \left(\frac{Bd}{E_m h_m}\right)^{1/3} (\nu\varepsilon)^{-1/3}, \tag{7.39}$$

qui correspond au régime décrit par Concha *et al.* [167]. Contrairement au cas des films déposés sur un substrat mou ou un liquide, la longueur d'onde n'est n'est constante dans

aucun de ces régimes, mais dépend de l'extension de la membrane. La transition entre les deux régimes correspond au couple longueur d'onde et extension suivant :

$$\lambda_0 \sim Bd/E_m h_m^3 \quad \text{et} \quad \nu\varepsilon_0 \sim (E_m h_m^4/Bd)^2. \tag{7.40}$$

Ces valeurs nous permettent renormaliser les données expérimentales et de simplifier les expressions des deux régimes : $\lambda/\lambda_0 = (\varepsilon/\varepsilon_0)^{-1/2}$ pour le premier et $\lambda/\lambda_0 = (\varepsilon/\varepsilon_0)^{-1/3}$ pour le second. Les mesures expérimentales réalisées sur 9 ordres de grandeur en $\varepsilon/\varepsilon_0$ ($0.1 < \varepsilon/\varepsilon_0 < 10^8$) permettent de rendre compte du second régime (figure 7.23a). Il s'avère cependant délicat d'explorer le premier cas. En effet, les mesures de faibles extensions sont imprécises sur des membranes relativement souples.

Atteindre le premier régime est cependant possible si nous augmentons la valeur de ε_0. Il suffit pour cela de réduire la largeur de la bande renforçante et de réduire cette dernière à une fibre. Dans le cas où le module de la fibre est grand devant celui de la membrane, la rigidité effective Bd dans la relation (7.40) est remplacée par la rigidité de la fibre $\frac{\pi}{64}E_f D^4$, où $E_f \gg E_m$ et D sont le module de Young et le diamètre de la fibre. L'utilisation de membranes de polyvinylsiloxane dans lesquelles des fibres de différentes rigidités on été incorporées nous permet de valider notre prédiction théorique pour les deux régimes (figure 7.23b).

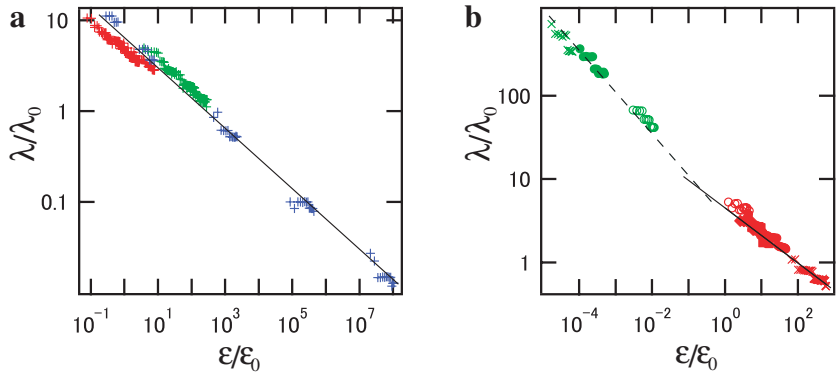


FIGURE 7.23 – Longueur d'onde des rides en fonction de l'extension renormalisées par la relation (7.40). (a) Membrane renforcée par une bande. (b) Membrane renforcée par une fibre.

Explorer le premier régime vers de plus basses valeurs de $\varepsilon/\varepsilon_0$ demanderait l'utilisation de fibres de plus en plus fines. Cependant nous observons un nouveau mode de flambage lorsque le rapport D/h_m est progressivement réduit. Les rides ne se forment plus à la surface de la membrane : la fibre flambe dans le plan (figure 7.24a). Dans cette situation, la longueur d'onde est dictée par un équilibre entre l'énergie de flexion de la fibre (7.34) et l'énergie d'étirement de la membrane. Dans le cas $\lambda \ll h_m$, l'étirement de la membrane

étant localisé dans un tube de rayon typique λ avec une extension de l'ordre de A/λ. L'énergie correspondante s'écrit donc :

$$\mathcal{U}_{3s} \sim E_m \left(\frac{A}{\lambda}\right)^2 \lambda^2 W. \tag{7.41}$$

La minimisation de l'énergie totale conduit finalement à une longueur d'onde indépendante de l'étirement :

$$\lambda \sim D(E_f/E_m)^{1/4}. \tag{7.42}$$

Nous retrouvons ici un résultat analogue au cas d'une membrane déposée sur un substrat mou ($\lambda \sim h(E_s/E_m)^{1/3}$), la valeur différente de l'exposant n'étant qu'une conséquence de la géométrie linéaire de la fibre. Cette prédiction apparaît en bon accord avec nos résultats expérimentaux obtenus sur 6 ordres de grandeur en E_f/E_m (figure 7.24b).

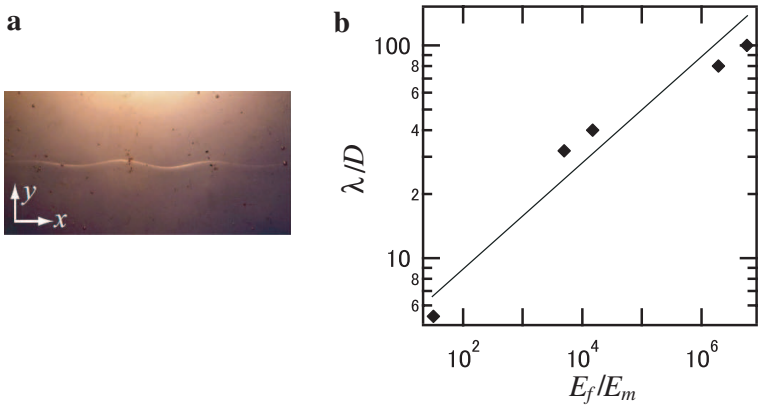


FIGURE 7.24 – (a) Flambage de la fibre dans le plan de la membrane. (b) Comparaison de la longueur d'onde avec le rapport E_f/E_m.

Pouvons nous prédire dans quelles conditions la fibre flambe dans le plan plutôt que hors du plan ? Comparons pour cela les énergies totales requises pour former des rides hors du plan (1$^{\text{er}}$ régime), $\mathcal{U}_{out} \sim E_m h_m^2 W(\nu\varepsilon)^{3/2}$ avec celle correspondant à un flambage dans le plan de la membrane, $\mathcal{U}_{in} \sim E_m D^2 W(E_f/E_m)^{1/2}\nu\varepsilon$. Le flambage dans le plan est donc attendu au-delà d'une extension critique $\nu\varepsilon_c \sim (D/h_m)^4 E_f/E_m$.

Pour conclure, nous ici avons montré comment l'extension d'une membrane renforcée pouvait conduire à la formation de rides hors du plan dont la longueur d'onde dépend de la traction appliquée ($\lambda \propto \varepsilon^{-1/2}$ et $\varepsilon^{-1/3}$). Nous avons également mis en évidence un mode de flambage dans le plan dans le cas de fibres fines.

D'une manière plus générale, nos expériences "élastocapillaires" nous ont conduit à nous intéresser à la flexion de structures élancées puis à leur étirement induit par des contraintes géométriques. Ces problèmes de singularités dans les feuilles minces, de compaction et de formation de plis ou de rides sont des thèmes actuellement très actifs et il semble pertinent de persévérer dans cette direction. Il pourrait être ainsi intéressant de prolonger l'expérience des membranes étirées avec des tubes élastiques. En effet si le volume interne des tubes est maintenu constant, ceux-ci flambent avec un mode plus ou moins élevé (figure 7.25a).
Jérémy Hure développe actuellement une expérience de compaction d'un disque initialement entre deux coquilles de même courbure (figure 7.25b). Une cascade de plis apparaît progressivement des bords du disque vers son centre. Parviendrons-nous à décrire ces plis ?

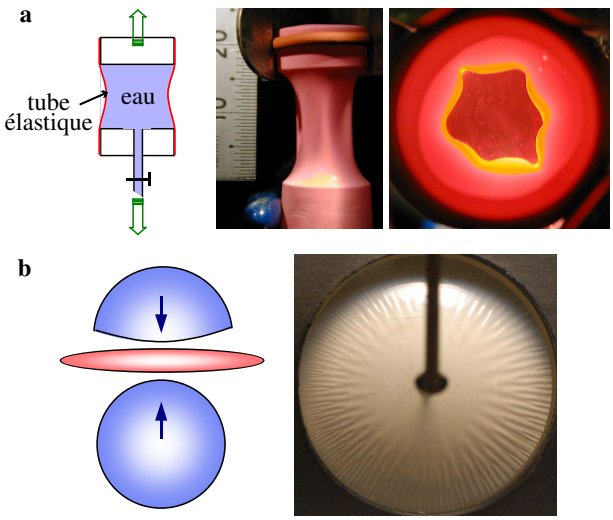


FIGURE 7.25 – (a) Extension d'un tube élastique, à volume constant. Le tube flambe selon un mode plus ou moins élevé. (b) Compression d'un disque entre deux coquilles de même courbure. Une cascade de plis apparaît progressivement des bords vers le centre.

7.3 Rupture

réalisé avec Joël Marthelot & Benoît Roman, thèse en collaboration avec Saint Gobain Recherche, Étienne Barthel, Davy Dalmas, Jérémie Teisseire

Le dépôt de films minces sur un substrat, dur ou mou, est une opération très importante du point de vue industriel car elle permet de modifier les propriétés de surface du substrat (propriétés chimiques, optiques, thermiques, électriques...). Comme nous l'avons vu dans le chapitre 6 dédié aux cloques de délaminage, préserver une couche mince intègre n'est pas une simple tâche car celle-ci tend à délaminer sous compression ou à craquer sous étirement (figure 6.1). Malgré les résultats encourageants que nous avons présentés sur le délaminage de films rigides sur des substrats mous, de nombreuses questions demeurent ouvertes : nucléation des cloques, interaction entre cloques successives, cloques en compression biaxiale. Ces différents points sont actuellement en cours d'étude au laboratoire dans le cadre d'une collaboration avec Saint-Gobain Recherches (thèse de Joël Marthelot). Nous proposons ici de présenter la situation complémentaire au délaminage : la fissuration.

Un premier volet consiste à étudier la tenue sous traction d'un film mince déposé sur un substrat mou. Il s'agit en particulier d'étudier la tenue mécanique d'une couche métallique déposée sur un film de polymère. Sans entrer dans des détails qui relèvent de la confidentialité industrielle, une telle couche adhère mal sur le polymère nu et il est en général nécessaire d'appliquer une couche intermédiaire. Les propriétés mécaniques et adhésives de cette dernière semblent jouer un rôle crucial sur la fissuration. Une couche intercalaire rigide conduit ainsi à des craquelures classiques de type "boue séchée" alors que des fissures en accordéon sont observées lorsqu'une couche au propriétés plastiques est utilisée (figure 7.26).

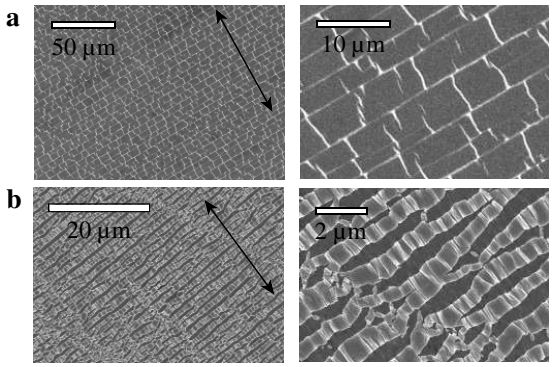


FIGURE 7.26 – Fissuration sous traction d'une couche métallique déposée sur un film de polymère : (a) couche intercalaire dure, (b) couche plastique. Les flèches indiquent la direction de traction.

L'évolution de la conduction électrique est très différente selon le cas. En effet, le premier type de fissuration rompt très brutalement la conduction alors que le second mode permet d'assurer une certaine intégrité électrique, ce qui est intéressant d'un point

de vue pratique. L'origine physique de la fissuration en accordéon demeure cependant incomprise. Nous espérons qu'une approche par des expériences modèles pourra compléter les études sur des films semi-industriels menées au centre de recherche de Saint-Gobain.

Le second volet concerne un mode de fissuration original mis en évidence par Mélanie Lebental (LPQM, ENS-Cachan). Les opticiens ont souvent recours au dépôt de films minces afin d'ajuster les propriétés réfléchissantes de leurs lentilles ou miroirs. Un de ces traitements met en œuvre un système sol-gel commercial "Spin-On-Glass". La procédure consiste à déposer un film de suspension polymérique au moyen d'une tournette et de laisser le polymère réticuler dans un four à une température de l'ordre de 300°C. L'épaisseur typique du film est de 1 μm. La réaction chimique tend à contracter le film et cet effet est amplifié à la sortie du four par le contraste de coefficients thermiques entre le polymère et le substrat. Une simple couche s'avère néanmoins robuste et ne se fissure pas. Afin d'augmenter l'épaisseur du dépôt, il paraîtrait naturel de répéter l'opération. En général, c'est malheureusement un échec (du point de vue de l'opticien) : le film se craquelle. Le mode de fissuration est cependant très étonnant car il met en jeu des fissures oscillantes ou en forme de spirale d'une régularité déconcertante (figure 7.27a).

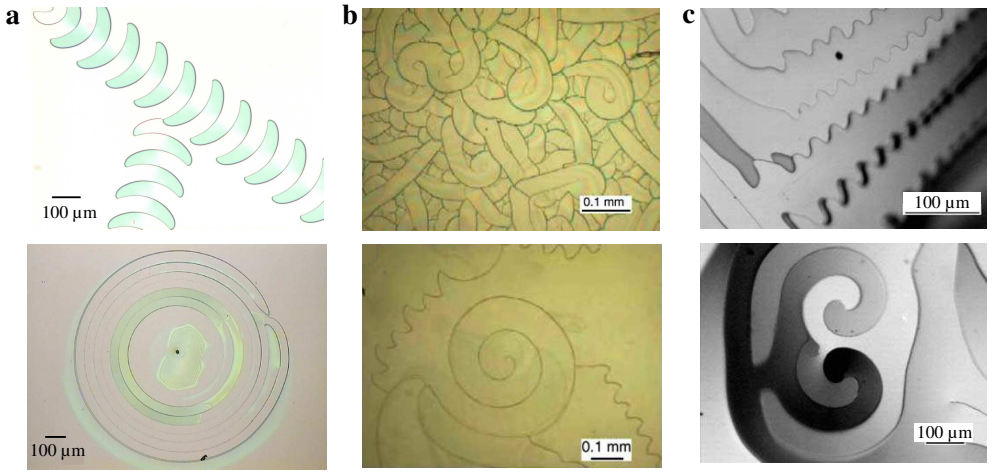


FIGURE 7.27 – (a) Fissuration d'une couche de SOG déposée sur un wafer de silicium, fissures oscillantes (cliché M. Lebental) ou spirales. Structures similaires observées : (b) sur d'autres couches sol-gel [168], (c) sur des couches de Mo/Si [169].

Comme illustré sur la figure 7.27, ce type de fissures a été également observé sur d'autres couches obtenues par voie sol-gel [168, 170], mais également sur des couches métalliques [169]. Ces morphologies demeurent cependant mal expliquées. Nos expériences préliminaires ont néanmoins mis en évidence quelques ingrédients clé. L'adhésion du film sur le substrat joue en particulier un rôle majeur. Nous avons en effet observé que la couche supérieure se décollait de la première couche lors de la propagation de la fissure, la première couche demeurant collée au substrat. En outre, si l'adhésion entre

les deux couches successives est améliorée par un traitement au plasma, les oscillations n'apparaissent plus et la couche se craquelle selon un motif de type "boue séchée".
Afin d'isoler les différents ingrédients physiques mis en jeu, nous tentons (avec jusqu'à présent un succès mitigé) d'obtenir ce mode de fissuration avec des expériences macroscopiques modèles.

Terminons sur une note bucolique. En nous promenant dans les forêts nous pouvons observer que des arbres développent des écorces de morphologies différentes en fonction des essences. Il est ainsi aisé de reconnaître un pin, d'un platane ou d'un boulot en comparant leurs troncs (figure 7.28). Quelles peuvent-être les origines d'une telle diversité ?
Un tronc croît essentiellement radialement, ce qui suggère un mode de fissuration axial, comme cela est effectivement le cas pour le pin et de nombreuses autres espèces. Néanmoins les propriétés des écorces sont vraisemblablement très anisotropes et pourraient rompre selon certaines directions privilégiées. Leur propriétés mécaniques évoluent probablement sur la tranche, ce qui pourrait également conduire à un effet "bilame" et produire des boucles spontanées.
Décrire une morphologie aussi riche relève d'un vaste chantier. Elle invite néanmoins le lecteur à une observation attentive de la nature qui l'entoure.

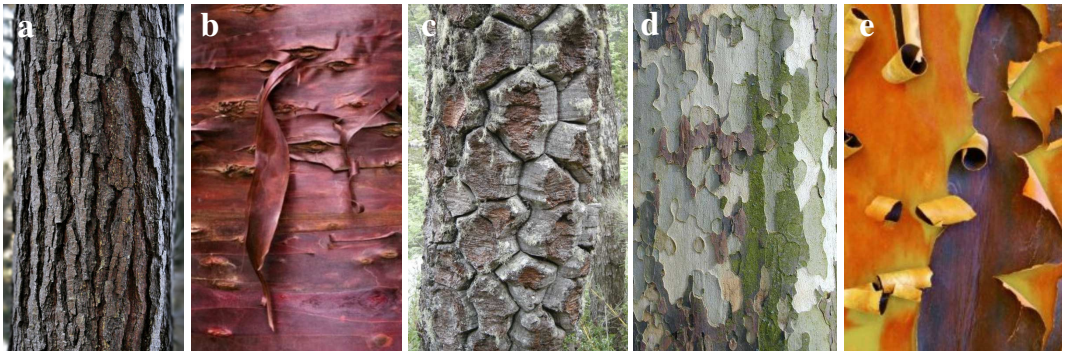


FIGURE 7.28 – Differentes textures d'écorces : (a) pin, (b) arctostaphylos, (c) araucaria, (d) platane, (e) érable(image tirée de « Écorces », très joli livre de C.Pollet, éd. Elmer).

Chapitre 8

Conclusion

Nous[1] avons vu au cours de ce manuscrit comment une goutte d'eau pouvait déformer un substrat flexible et tenté de décrire les différentes échelles caractéristiques mises en jeu. Dans le cas d'un substrat volumique, une goutte déposée sur ce dernier le pince ainsi sur une longueur de l'ordre γ/E, où E est le module de Young du solide élastique et γ la tension de surface du liquide.

Nous nous sommes cependant intéressés au cas des structures élancées (tiges ou feuilles minces) qui ont la propriété de fléchir. La courbure typique engendrée par les forces capillaires est donnée par la *longueur élastocapillaire*, $L_{EC} = (B/\gamma)^{1/2} \sim (Eh^3/\gamma)^{1/2}$, où B désigne le module de flexion de la structure et h son épaisseur. Cette longueur se retrouve dans tous les problèmes qui couplent flexion et forces capillaires : "stiction" dans les microsystèmes, association de poils mouillés en mèches, flambage induit par capillarité, enrobage spontané d'une goutte par une feuille. Dans une certaine mesure, l'adhésion solide entre une couche mince flexible et un substrat élastique peut jouer le rôle de la capillarité et dicter la forme des cloques de délamination observées dans certains systèmes électroniques flexibles. La friction solide semble cependant jouer un rôle crucial et nous conduira probablement à réviser nos conclusions actuelles.

De manière évidente, enrober une feuille autour d'une boule nécessite une flexion de la feuille, cette flexion étant pilotée par L_{EC}. Néanmoins courber une feuille dans plusieurs directions à la fois conduit à son extension. La largeur de la zone de contact entre la feuille est la boule est ainsi donnée par $(Eh/\gamma)^{1/4}R$, où R est le rayon de la boule.

Cette compétition entre étirement et flexion d'une feuille mince nous a ouvert la voie vers un domaine de la mécanique où l'on retrouve des problèmes de formation de rides, d'évolution des plis dans un rideau suspendu ou de localisation des contraintes comme dans le papier froissé. Ce thème connaît actuellement un grand engouement et nous

1. Loin d'un qualificatif royal, le *nous* utilisé dans le manuscrit revêt ici une valeur collective : *je* tiens à poursuivre mon travail de recherche au sein d'un groupe aussi sympathique que MecaWet !

comptons bien apporter notre pierre à l'édifice.

Enfin, déformer trop fortement une feuille mince conduit généralement à sa déchirure ou à des déformations plastiques irréreversibles. Cependant, casser un matériau demande une certaine énergie, proportionnelle à l'aire fracturée. L'analogie avec les problèmes d'adhésion ou plus généralement d'énergie de surface est donc forte. Néanmoins il s'agit à présent de systèmes dissipatifs : une fois déchirée, une feuille ne se recolle pas spontanément ! Notre expérience en élastocapillarité devrait toutefois constituer un atout précieux pour aborder ces problèmes.

J'espère donc que malgré leur caractère certes un peu improvisé, nous trouverons dans ces différentes pistes des sources d'inspiration pour de nouvelles aventures scientifiques.

Bibliographie

[1] P.G. de Gennes, F. Brochard-Wyard, and D. Quéré. *Capillarity and Wetting Phenomena : Drops, Bubbles, Pearls, Waves*. Springer-Verlag, New York, first edition, 2003. 1, 2, 7, 16, 55, 70, 83

[2] T. Podgorski. *Ruissellement en conditions de mouillage partiel*. PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris 6, 2000. 1, 2

[3] E. Rio. *Gouttes, flaques et arches sèches : des lignes de contact en présence d'un écoulement*. PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris 6, 2005.

[4] N. Le Grand-Piteira. *Ruissellement avec effets de mouillage : Gouttes et Méandres sur un plan incliné*. PhD thesis, Université Denis Diderot, Paris 7, 2006. 2

[5] K. Njifenju. *Gouttes et Films Liquides en Aérodynamique Automobile*. PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris 6, 2010. 1, 2

[6] R.D. Deegan, O. Bakajin, T.F. Dupont, G. Huber, S.R. Nagel, and T.A. Witten. Capillary flowasthe cause of ring stains from dried liquid drops. *Nature*, 389 :827–829, 1997. 1

[7] C. Lemaître. *Dynamique d'un film d'eau de pluie sur un hauban de pont soumis au vent*. PhD thesis, École Polytechnique, 2006. 1

[8] M.J. Madou. *Fundamentals of microfabrication : The science of miniaturization*. CRC Press, second edition, 2002. 3

[9] T. Tanaka, M. Morigami, and N. Atoda. Mechanism of resist pattern collapse during development process. *Japanese J. Appl. Phys. Part 1*, 32(12B) :6059–6064, 1993. 3, 4

[10] H. Namatsu, K. Kurihara, M. Nagase, K. Iwadate, and K. Murase. Dimensional limitations od silicon nanolines resulting from pattern distortion due to surface-tension of rinse water. *Appl. Phys. Lett.*, 66(20) :2655–2657, 1995. 3

[11] C.H. Mastrangelo and C.H. Hsu. Mechanical stability and adhesion of microstructures under capillary forces-part ii : experiments. *J. Microelectromech. Syst.*, 2(1) :33–43, 1993. 3, 4

[12] T. Abe and M.L. Reed. Control of liquid bridging induced stiction of micromechanical structures. *J. Micromech. and Microeng.*, 6(2) :213–216, 1996.

[13] T.M. Mayer, M.P. de Boer, N.D. Shinn, P.J. Clews, and T.A. Michalske. Chemical vapor deposition of fluoroalkylsilane monolayer films for adhesion control in microelectromechanical systems. *J. Vacuum Sci. & Tech. B*, 18(5) :2433–2440, 2000.

[14] W.M. van Spengen, R. Puers, and I. De Wolf. A physical model to predict stiction in MEMS. *J. Micromech. and Microeng.*, 12(5) :702–713, 2002.

[15] O. Raccurt, F. Tardif, F. Arnaud d'Avitaya, and T. Vareine. Influence of liquid surface tension on stiction of SOI MEMS. *J. Micromech. Microeng.*, 14(7) :1083–1090, 2004. 3

[16] C.Y. Hui, A. Jagota, Y.Y. Lin, and E.J. Kramer. Constraints on microcontact printing imposed by stamp deformation. *Langmuir*, 18(4) :1394–1407, 2002. 3

[17] K.G. Sharp, G.S. Blackman, N.J. Glassmaker, A. Jagota, and C.Y. Hui. Effect of stamp deformation on the quality of microcontact printing : Theory and experiment. *Langmuir*, 20(15) :6430–6438, 2004. 3

[18] N. Tas, T. Sonnenberg, H. Jansen, R. Legtenberg, and M. Elwenspoek. Stiction in surface micromachining. *J. Micromech. and Microeng.*, 6(4) :385–397, 1996. 3

[19] C.H. Mastrangelo. Adhesion-related failure mechanisms in micromechanical devices. *Tribology Letters*, 3 :223–238, 1997.

[20] R. Maboudian and R.T. Howe. Critical review : Adhesion in surface micromechanical structures. *J. Vacuum Sci. & Tech. B*, 15(1) :1–20, 1997. 3

[21] C.V. Nguyen, L. Delzeit, A.M. Cassell, J. Li, J. Han, and M. Meyyappan. Preparation of nucleic acid functionalized carbon nanotube Arrays. *Nano Lett.*, 2(10) :1079–1081, 2002. 3

[22] K.K.S. Lau, J. Bico, K.B.K. Teo, M. Chhowalla, G.A.J. Amaratunga, W.I. Milne, G.H. McKinley, and K.K. Gleason. Superhydrophobic carbon nanotube forests. *Nano Lett.*, 3(12) :1701–1705, 2003. 4, 32

[23] N. Chakrapani, B. Wei, A. Carrillo, P.M. Ajayan, and R.S. Kane. Capillarity-driven assembly of two-dimensional cellular carbon nanotube foams. *Proc. Natl. Acad. Scie. U.S.A.*, 101(12) :4009–4012, 2004. 4, 30, 32

[24] H. Liu, S.H. Li, J. Zhai, H.J. Li, Q.S. Zheng, L. Jiang, and D.B. Zhu. Self-assembly of large-scale micropatterns on aligned carbon nanotube films. *Angewandte Chem. - Int. Ed.*, 43(9) :1146–1149, 2004.

[25] C Journet, S. Moulinet, C. Ybert, S.T. Purcell, and L. Bocquet. Contact angle measurements on superhydrophobic carbon nanotube forests : Effect of fluid pressure. *Europhys. Lett.*, 71(1) :104–109, 2005. 3

[26] A. Dev and S. Chaudhuri. Uniform large-scale growth of micropatterned arrays of ZnO nanowires synthesized by a surfactant assisted approach. *Nanotechnology*, 18(17) :175607, 2007. 3

[27] J.G. Fan, D. Dyer, G. Zhang, and Y.P. Zhao. Nanocarpet effect : Pattern formation during the wetting of vertically aligned nanorod arrays. *Nano Lett.*, 4(11) :2133–2138, 2004.

[28] J.G. Fan and Y.P. Zhao. Characterization of watermarks formed in nano-carpet effect. *Langmuir*, 22(8) :3662–3671, 2006. 3

[29] D. Chandra, J. A. Taylor, and S. Yang. Replica molding of high-aspect-ratio (sub-)micron hydrogel pillar arrays and their stability in air and solvents. *Soft Matter*, 4(5) :979–984, 2008. 3

[30] D. Chandra and S. Yang. Capillary-Force-Induced Clustering of Micropillar Arrays : Is It Caused by Isolated Capillary Bridges or by the Lateral Capillary Meniscus Interaction Force ? *Langmuir*, 25(18) :10430–10434, 2009. 3

[31] A. Otten and S. Herminghaus. How Plants Keep Dry : A Physicist's Point of View. *Langmuir*, 20 :2405–2408, 2004. 3

[32] N.R. Bernardino, V. Blickle, and S. Dietrich. Wetting of Surfaces Covered by Elastic Hairs. *Langmuir*, 26 :7233–7241, 2010.

[33] J. Fan and Y. Zhao. Nanocarpet effect induced superhydrophobicity. *Langmuir*, 26(11) :8245–8250, 03 2010. 3

[34] J.W. van Honschoten, , M. Escalante, N.R. Tas, H.V. Jansen, and M. Elwenspoek. Elastocapillary filling of deformable nanochannels. *J. Applied Phys.*, 101(9) :094310, 2007. 4, 70

[35] J.W. van Honschoten, M. Escalante, N.R. Tas, and M. Elwenspoek. Formation of liquid menisci in flexible nanochannels. *J. Colloid Interface Sci.*, 329(1) :133–139, 2009. 4

[36] N.R. Tas, M. Escalante, J.W. van Honschoten, H.V. Jansen, and M. Elwenspoek. Capillarity negative pressure measured by nanochannel collapse. *Langmuir*, 26(3) :1473–1476, 2010. 70

[37] J.W. van Honschoten, N. Brunets, and N.R. Tas. Capillarity at the nanoscale. *Chemical Society Reviews*, 39(3) :1096–1114, 2010. 4

[38] D. Halpern and J.B. Grotberg. Fluid-elastic instabilities of liquid-lined flexible tubes. *J. Fluid Mech.*, 244 :615–632, 1992. 4, 37, 71

[39] J.A. Clements. Lung surfactant : a personal perspective. *Annu. Rev. Physiol.*, 59 :1–21, 1997. 37

[40] M. Heil and J.P. White. Airway closure : surface-tension-driven non-axisymmetric instabilities of liquid-lined elastic rings. *J. Fluid Mech.*, 462 :79–109, 2002. 37, 71

[41] A.L. Hazel and M. Heil. Surface-tension-induced buckling of liquid-lined elastic tubes : a model for pulmonary airway closure. *Proc. Royal Soc. London A*, 461(2058) :1847–1868, 2005. 4, 37, 71

[42] G.R. Lester. Contact angles of liquids at deformable solid surfaces. *J. Colloid Sci.*, 16 :315–326, 1961. 8

[43] A.I. Rusanov. On the thermodynamic of deformable solid surfaces. *J. Colloid Interface Sci.*, 63 :330–345, 1978. 8

[44] M.E.R. Shanahan and A. Carré. Viscoelastic dissipation in wetting and adhesion phenomena. *Langmuir*, 11 :1396–1402, 1995. 8

[45] A. Carré, J.C. Gastel, and M.E.R. Shanahan. Viscoelastic effects in the spreading of liquids. *Nature*, 379(6564) :432–434, 1996. 8

[46] R. Pericet-Camara, A. Best, H.-J. Butt, and E. Bonaccurso. Effect of capillary pressure and surface tension on the deformation of elastic surfaces by sessile liquid microdrops : An experimental investigation. *Langmuir*, 24(19) :10565–10568, 2008.

[47] R. Pericet-Camara, G. K. Auernhammer, K. Koynov, S. Lorenzoni, R. Raiteri, and E. Bonaccurso. Solid-supported thin elastomer films deformed by microdrops. *Soft Matter*, 5(19) :3611–3617, 2009.

[48] Y.-S. Yu and Y.-P. Zhao. Elastic deformation of soft membrane with finite thickness induced by a sessile liquid droplet. *J. Colloid Interface Sci.*, 339 :489–494, 2009. 8

[49] C.W. Extrand and Y. Kumagai. Contact angles and hysteresis on soft surfaces. *J. Colloid Interface Sci.*, 184(1) :191–200, 1996. 8

[50] A. Carré and M.E.R. Shanahan. Effect of cross-linking on the dewetting of an elastomeric surface. *J. Colloid Interface Sci.*, 191(1) :141–145, 1997. 8

[51] M. Sokuler, G. K. Auernhammer, M. Roth, C. Liu, E. Bonaccurso, and H.-J. Butt. The Softer the Better : Fast Condensation on Soft Surfaces. *Langmuir*, 26(3) :1544–1547, FEB 2 2010. 8

[52] K.L. Johnson, K. Kendall, and A.D. Roberts. Energy and the Contact of Elastic Solids. *Proc. Roy. Soc. A-Math. Phys. & Eng. Sci.*, 324 :301–313, 1971. 9

[53] S. Mora, T. Phou, J.-M. Fromental, L.M. Pismen, and Y. Pomeau. Capillarity Driven Instability of a Soft Solid. *Phys. Rev. Lett.* 9

[54] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity*. Butterworth-Heinemann, Oxford, third edition, 1986. 9, 21

[55] S.P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger. *Theory of Plates and Shells*. McGrow-Hill, Singapore, second edition, 1959. 9, 11, 21

[56] C. Py, P. Reverdy, L. Doppler, J. Bico, B. Roman, and C.N. Baroud. Capillary Origami : Spontaneous wrapping of a droplet with an elastic sheet. *Phys. Rev. Lett.*, 98(15) :156103, 2007. 10, 43, 44

[57] A.E. Cohen and L. Mahadevan. Kinks, rings, and rackets in filamentous structures. *Proc. Natl. Acad. Scie. U.S.A.*, 100(21) :12141–12146, 2003. 10, 30

[58] W. Zhou, Y. Huang, B. Liu, K.C. Hwang, J.M. Zuo, M.J. Buehler, and H. Gao. Self-folding of single- and multiwall carbon nanotubes. *Appl. Phys. Lett.*, 90(7) :073107, 2007. 10

[59] S. Cranford, D. Sen, and M.J. Buehler. Meso-origami : Folding multilayer graphene sheets. *Appl. Phys. Lett.*, 95(12) :123121, 2009. 10, 78

[60] C. Py, R. Bastien, J. Bico, B. Roman, and A. Boudaoud. 3D aggregation of wet fibers. *Europhys. Lett.*, 77 :44005, 2007. 11, 21, 22

[61] K. Kendall. The adhesion and surface energy of elastic solids. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 4() :1186–1195, 1971. 11

[62] K. Kendall. Preparation and properties of rubber dislocations. *Nature*, 261 :35–36, 1976. 11, 53

[63] D. Vella, J. Bico, A. Boudaoud, B. Roman, and P.M. Reis. The macroscopic delamination of thin films from elastic substrates. *Proc. Natl. Acad. Scie. U.S.A.*, 106(27) :10901–10906, 2009. 11, 59, 61

[64] J.W. Obreimoff. The splitting strength of mica. *Proc. Royal Soc. London A*, 127(805) :290–297, 1930. 11, 17, 18, 69

[65] E. Barthel, O. Kerjan, P. Nael, and N. Nadaud. Asymmetric silver to oxide adhesion in multilayers deposited on glass by sputtering. *Thin Solid Films*, 473 :272–277, 2005. 11, 17

[66] C. Majidi and G.G. Adams. A simplified formulation of adhesion problems with elastic plates. *Proc. Roy. Soc. A-Math. Phys. & Eng. Sci.*, 465 :2217–2230, 2009. 11

[67] C. Majidi and G.G. Adams. Adhesion and Delamination Boundary Conditions for Elastic Plates with Arbitrary Contact Shape. *Mechanics Research Communications*, 37(2) :214–218, 2010. 11

[68] M.T. Tyree and M.H. Zimmerman. *Xylem Structure and the Ascent of Sap*. Springer-Verlag, New York, 2002. 15

[69] X Noblin, J. Westbrook, N. Rojas, M. Argentina, and J. Dumais. Biomechanics of fern spores discharge : the sporangium opening. *Proc. 6th Plant Biomechanics Conf., Cayenne*, :179–186, 2009. 15

[70] R.T. Borno, J.D. Steinmeyer, and M.M. Maharbiz. Transpiration actuation : the design, fabrication and characterization of biomimetic microactuators driven by the surface tension of water. *J. Micromech. and Microeng.*, 16 :2375–2383, 2006. 15, 16

[71] J. Bico, B. Roman, L. Moulin, and A. Boudaoud. Elastocapillary coalescence in wet hair. *Nature*, 432(7018) :690–690, 2004. 17, 19

[72] H. Y. Kim and L. Mahadevan. Capillary rise between elastic sheets. *J. Fluid Mech.*, 548 :141–150, 2006.

[73] J.-L. Liu, X.-Q. Feng, R. Xia, and H.-P. Zhao. Hierarchical capillary adhesion of microcantilevers or hairs. *J. Phys. D - Appl. Phys.*, 40(18) :5564–5570, 2007.

[74] H.-M. Kwon, H.-Y. Kim, J. Puell, and L. Mahadevan. Equilibrium of an elastically confined liquid drop. *J. App. Phys.*, 103(9) :093519, 2008. 17

[75] S.J. Burns and B.R. Lawn. A simulated crack experiment illustrating the energy balance criterion. *Int. J. Frac. Mech.*, 4(3) :339–345, 1968. 17

[76] A. Boudaoud, J. Bico, and B. Roman. Elastocapillary coalescence : Aggregation and fragmentation with a maximal size. *Phys. Rev. E*, 76(6, Part 1) :060102, DEC 2007. 20, 21

[77] Y.P. Zhao and J.G. Fan. Clusters of bundled nanorods in nanocarpet effect. *Appl. Phys. Lett.*, 88(10) :103123, 2006. 22

[78] M.K. Chaudhury, T. Weaver, C.Y. Hui, and E.J. Kramer. Adhesive contact of cylindrical lens and a flat sheet. *J. Appl. Phys.*, 80 :30–37, 1996. 22

[79] P. Roca-Cusachs, F. Rico, E. Martínez, J. Toset, Farré R., and D. Navajas. Stability of Microfabricated High Aspect Ratio Structures in Poly(dimethylsiloxane). *Langmuir*, 21 :5542–5548, 2005. 23

[80] A.K. Geim, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, K.S. Novoselov, A.A. Zhukov, and S.Y. Shapoval. Microfabricated adhesive mimicking gecko foot-hair. *Nature Materials*, 2(7) :461–463, JUL 2003. 23

[81] K. Autumn, Y.A. Liang, S.T. Hsieh, W. Zesch, W.P. Chan, T.W. Kenny, R. Fearing, and R.J. Full. Adhesive force of a single gecko foot-hair. *Nature*, 405 :681–685, 2000. 23

[82] H. Yao and H. Gao. Mechanics of robust and releasable adhesion in biology : Bottom–up designed hierarchical structures of gecko. *J. Mech. Phys. Sol.*, 54 :1120–1146, 2006. 23

[83] B. Pokroy, S.H. Kang, L. Mahadevan, and J. Aizenberg. Self-Organization of a Mesoscale Bristle into Ordered, Hierarchical Helical Assemblies. *Science*, 323(5911) :237–240, 2009. 23

[84] N. Legrand-Piteira. *Ruissellement avec effets de mouillage : Gouttes et Méandres sur un plan incliné*. Paris 7 University, 2006. 23, 24

[85] W. Drenckhan, S. Gatz, and D. Weaire. Wave patterns of a rivulet of surfactant solution in a hele-shaw cell. *Physics of Fluids*, 16(8) :3115–3121, 2004. 24

[86] L. Du, J. Guilet, Z. Fang, B. Roman, and J. Bico. Capillary zipping of rivulets in hele-shaw geometry. *in preparation*. 25, 26

[87] C.-W. Park and G.M. Homsy. Two-phase displacement in hele shaw cells : theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 139(4) :291–308, 1984. 25

[88] A. Paterson. Wetting on heterogeneous surfaces : Imperfect Hele-Shaw cell. *Annales De Physique*, 21(4) :337–436, 1996. 25

[89] J.F. Nye, H.W. Lean, and A.N. Wright. Interfaces and falling drops in a hele-shaw cell. *Eur. J. Phys.*, 5 :73–80, 1984. 26

[90] J.W.M. Bush and D.L. Hu. Walking on Water : Biolocomotion at the interface. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 38 :339–369, 2006. 29

[91] S. Neukirch, B. Roman, B. de Gaudemaris, and J. Bico. Piercing a liquid surface with an elastic rod : Buckling under capillary forces. *J. Mech. Phys. Sol.*, 55(6) :1212–1235, 2007. 30, 31

[92] K.G. Kornev, G. Callegari, J. Kuppler, S. Ruetsch, and A.V. Neimark. Ribbon-to-fiber transformation in the process of spinning of carbon-nanotube dispersion. *Phys. Rev. Lett.*, 97(18) :188303, 2006. 31

[93] H.A.B. Wosten, M.A. van Wetter, L.G. Lugones, H.C. van der Mei, H.J. Busscher, and J.G.H. Wessels. How a fungus escapes the water to grow into the air. *Current Biol.*, 9(2) :85–88, 1999. 31

[94] K.J. Park and H.-Y. Kim. Bending of floating flexible legs. *J. Fluid Mech.*, 610 :381–390, 2008. 31

[95] D. Vella. Floating objects with finite resistance to bending. *Langmuir*, 24(16) :8701–8706, 2008. 31

[96] F. Chiodi, B. Roman, and J. Bico. Piercing an interface with a brush : collaborative stiffening. *Europhys. Lett.*, 90() :44006, 2010. 33

[97] J.M. Gosline, P.A. Guerette, C.S. Ortlepp, and K.N. Savage. The mechanical design of spider silks : from fibroin sequence to mechanical function. *J. Exp. Biol.*, 202 :3295–3303, 1999. 33

[98] F. Vollrath and T.E. Edmonds. Modulation of the mechanical properties of spider silk by coating with water. *Nature*, 340 :305–307, 1989. 34

[99] N.L. Marky and G.S. Manning. The elastic resilience of DNA can induce all-or-none structural transitions in the nucleosome core particle. *Biopolymers*, 31 :1543–1557, 1991. 34

[100] H. Schiessel. The physics of chromatin. *J. Phys. : Condens. Matter*, 15 :R699–R774, 2003. 34, 35

[101] G. Fesenfeld and M. Groudine. Controling the double helix. *Nature*, 421 :448–453, 2003. 35

[102] J.E. Flaherty and S.I. Rubinow J.B. Keller. Post buckling behavior of elastic tubes and rings with opposite sides in contact. *SIAM J. Appl. Math.*, 23(4) :446–455, 1972. 38

[103] A. Delbos, A. Calvar, D. Bartolo, J. Bico, and B. Roman. Collapse of a flexible ring under capillary forces. *in preparation.* 38

[104] N. Bowden, I.S. Choi, B.A. Grzybowski, and G.M. Whitesides. Mesoscale self-assembly of hexagonal plates using lateral capillary forces : Synthesis using the "capillary bond". *J. Am. Chem. Soc.*, 121(23) :5373–5391, 1999. 41

[105] P.W. Green, R. R. A. Syms, and E. M. Yeatman. Demonstration of three-dimensional microstructure self-assembly. *J. Microelectromech. Syst.*, 4(4) :170–176, 1995. 41

[106] D.H. Gracias, V. Kavthekar, J.C. Love, K.E. Paul, and G.M. Whitesides. Fabrication of micrometer-scale, patterned polyhedra by self-assembly. *Adv. Mater.*, 14(3) :235+, 2002. 41, 42

[107] R. R. A. Syms, E.M. Yeatman, V.M. Bright, and G.M. Whitesides. Surface tension-powered self-assembly of micro structures - The state-of-the-art. *J. Microelectromech. Syst.*, 12(4) :387–417, 2003. 41

[108] M. Boncheva, D.A. Bruzewicz, and G.M. Whitesides. Millimeter-scale self-assembly and its applications. *Pure Appl. Chem.*, 75(5) :621–630, 2003.

[109] M. Mastrangeli, S. Abbasi, C. Varel, C. Van Hoof, J-P Celis, and K. F. Boehringer. Self-assembly from milli-to nanoscales : methods and applications. *J. Micromech. and Microeng.*, 19(8) :083001, 2009.

[110] T.G. Leong, A.M. Zarafshar, and D.H. Gracias. Three-Dimensional Fabrication at Small Size Scales. *Small*, 6(7) :792–806, 2010. 41

[111] J.-H. Cho and D.H. Gracias. Self-assembly of lithographically patterned nanoparticles. *Nano Letters*, 9(1) :4049–4052, 2009. 41, 42

[112] J.-H. Cho, A. Azam, and D.H. Gracias. F. *Langmuir*, 2010.

[113] J.-H. Cho, T. James, and D.H. Gracias. Curving nanostructures using extrinsic stress. *Adv. Mater.*, 22 :2320–2324, 2010. 41

[114] J.W. van Honschoten, J.W. Berenschot, T. Ondarçuhu, R.G.P. Sanders, J. Sundaram, M. Elwenspoek, and N.R. Tas. Elastocapillary fabrication of three-dimensional microstructures. *Appl. Phys. Lett.*, 97 :014103, 2010. 41

[115] N. Patra, B. Wang, and P. Kral. Nanodroplet Activated and Guided Folding of Graphene Nanostructures. *Nano Lett.*, 9(11) :3766–3771, 2009. 44

[116] A. Antkowiak, M. Rivetti, B. Audoly, S. Neukirch, and C. Josserand. Instant capillary origami. *submitted*, :, 2010. 45

[117] X. Guo, H. Li, B.Y. Ahn, E.B. Duoss, K.J. Hsia, J.A. Lewis, and R.G. Nuzzo. Two- and three-dimensional folding of thin film single-crystalline silicon for photovoltaic power applications. *Proc. Natl. Acad. Scie. U.S.A.*, 106(48) :20149–20154, 2009. 46

[118] J.E. Armstrong. Fringe science : are the corollas of *Nymphoides* (Menyanthaceae) flowers adapted for surface tension interactions ? *J. Botany*, 89 :362–365, 2002. 46

[119] S. Jung, P.M. Reis, J. James, C Clanet, and Bush J.W.M. Capillary origami in nature. *Phys. Fluids*, 21 :091110, 2009. 46

[120] P.M Reis, J. Hure, S. Jung, J.W.M. Bush, and C. Clanet. Grabbing water. *Soft Matter*, (), 2010. 46

[121] M. Piñeirua, J. Bico, and B. Roman. Capillary origami controlled by electrowetting. *Soft Matter*, 6() :4491–4496, 2010. 47, 48, 49

[122] Q. Yuan and Y.-P. Zhao. Precursor Film in DynamicWetting, Electrowetting, and Electro-Elasto-Capillarity. *Phys. Rev. Lett.*, 104() :246101, 2010. 47

[123] D.J. Struik. *Lectures on classical differential geometry*. Dover, second edition, 1988. 49, 62, 76

[124] S. Alben and M.P. Brenner. Self-assembly of flat sheets into closed surfaces. *Phys. Rev. E.*, 75 :056113, 2007. 50

[125] T. A. Witten. Stress focusing in elastic sheets. *Rev. Mod. Phys.*, 79(2) :643–675, Apr 2007. 50

[126] L.B. Freund and S. Suresh. *Thin Film Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, first edition, 2003. 51

[127] G. Gioia and M. Ortiz. Delamination of compressed thin films. *Adv. Appl. Mech.*, 33() :119–192, 1997. 51

[128] D.-H. Kim, J.-H. Ahn, W. M Choi, H.-S. Kim, T.-H. Kim, J. Song, Y. Y. Huang, Z. Liu, C. Lu, and J. A. Rogers. Stretchable and foldable silicon integrated circuits. *Science*, 320(5875) :507–511, 2008. 52, 93

[129] Y. Sun, W.M. Choi, Jian H., Huan Y.Y., and Rogers J.A. Controlled buckling of semiconductor nanoribbons for stretchable electronics. *Nature Nanotechnology*, 1 :201–207, 2006. 52

[130] N. Bowden, S. Brittain, A.G. Evans, J.W. Hutchinson, and G.M. Whitesides. Spontaneous formation of ordered structures in thin films of metals supported on an elastomeric polymer. *Nature*, 393 :146–149, 1998. 57

[131] C.M. Stafford, C. Harrison, K. Beers, A. Karim, E. Amis, M.R. Vanlandingham, H.C. Kim, W. Volksen, R.D. Miller, and E.E. Simonyi. A buckling-based metrology for measuring the elastic moduli of polymeric thin films. *Nature Materials*, 3 :545–550, 2004.

[132] A. Chiche, C.M. Stafford, and J.T. Cabral. Complex micropatterning of periodic structures on elastomeric surfaces. *Soft Matter*, 4 :2360–2364, 2008.

[133] J.Y. Chung, A.J. Nolte, and C.M. Stafford. Surface wrinkling : A versatile platform for measuring thin-film properties. *Adv. Mat.*, 23 :249–368, 2011. 57, 93

[134] E. Cerda and L. Mahadevan. Geometry and physics of wrinkling. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :074302, 2003. 57

[135] E. Cerda. Mechanics of scars. *J. Biomech.*, 38 :1598–1603, 2005. 57, 91

[136] F. Brau, H. Vandeparre, A. Sabbah, C. Poulard, A. Boudaoud, and P. Damman. Multiple-length-scale elastic instability mimics parametric resonance of nonlinear oscillators. *Nature Phys.*, 7 :56–60, 2011. 57

[137] Z. Chen, B. Cotterell, and W. Wang. The fracture of brittle thin films on compliant substrates in flexible displays. *Eng. Fract. Mech.*, 69 :597–603, 2002. 62

[138] H.C. Schniepp, J.-L. Kudin, K.N.and Li, R.K. Prud'homme, R. Car, D.A. Saville, and I.A. Aksay. Bending properties of single functionalized graphene sheets probed by atomic force microscopy. *ACS Nano*, 2 :2577–2584, 2008. 61

[139] Z. Li, Z. Cheng, R. Wang, Q. Li, and Y. Fang. Spontaneous formation of nanostructures in graphene. *Nano Lett.*, 9 :3599–3602, 2009. 78

[140] K. Xu, P. Cao, and J.R. Heath. Scanning tunneling microscopy characterization of the electrical properties of wrinkles in exfoliated graphene monolayers. *Nano Lett.*, 9 :4446–4451, 2009.

[141] Z. Zong, C.-L. Chen, M.R. Dokmeci, and K.-T. Wan. Direct measurement of graphene adhesion on silicon surface by intercalation of nanoparticles. *J. Appl. Phys.*, 107 :026104, 2010. 61

[142] Y. Aoyanagi, J. Hure, J. Bico, and B. Roman. Random blisters on stickers : metrology through defects. *Soft Matter*, 6 :5720–5728, 2010. 62, 65

[143] J. Chopin, D. Vella, and A. Boudaoud. The liquid blister test. *Proc. Roy. Soc. A-Math. Phys. & Eng. Sci.*, 464(2099) :2887–2906, 2008. 63, 64

[144] P.J. Cobelli, A. Maurel, V. Pagneux, and P. Petitjeans. Global measurement of water waves by fourier transform profilometry. *Exp. Fluids*, 46(6) :1037–1047, 2009. 65

[145] A. Maurel, P.J. Cobelli, V. Pagneux, and P. Petitjeans. Experimental and theoretical inspection of the phase-to-height in fourier transform profilometry. *Appl. Opt.*, 48(2) :380–392, 2009. 65

[146] J. Bico. *Mécanismes d'imprégnation : Surfaces texturées, Bigouttes, Poreux.* PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris 6, 2000. 70

[147] D. Quéré. Inertial capillarity. *Europhys. Lett.*, 39 :533–538, 1997. 70

[148] Y. Yang, Y.F. Gao, D.Y. Sun, M. Asta, and J.J. Hoyt. Capillary force induced structural deformation in liquid infiltrated elastic circular tubes. *Phys. Rev. B*, 81() :241407(R), 2010. 70

[149] C. Duprat, J.M. Aristoff, and H.A. Stone. Dynamics of elastocapillary rise. *submitted to J. Fluid Mech.*, :, 2010. 71

[150] J.M. Aristoff, C. Duprat, and H.A. Stone. Elastocapillary imbibition. *accepted to Int. J. Non-Linear Mech.*, :, 2010. 71

[151] B. Taylor. Part of a Letter from Mr. Brook Taylor, F.R.S. to Dr. Hans Sloane R.S. Secr. Concerning the Ascent of Water between Two Glass Plates. *Phil. Trans.*, 27 :538, 1712. 72

[152] L.H. Tang and Y. Tang. Capillary rise in tubes with sharp grooves. *J. Phys. II, France*, 4 :881–890, 1994. 72

[153] A. Ponomarenko, D. Quéré, and C. Clanet. A universal law for capillary rise in wedges. *J. Fluid Mech.*, 666 :146–155, 2011. 72

[154] J. Hure, B. Roman, and J. Bico. Wrapping an adhesive sphere with an elastic sheet. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :174301, 2011. 77, 79

[155] J. Hure and B. Audoly. *in preparation*, 2011. 78

[156] L. Pocivavsek, R. Dellsy, A. Kern, S. Johnson, B. Lin, Lee K.Y.C., and E. Cerda. Stress and fold localization in thin elastic membranes. *Science*, 320 :912–916, 2008. 79, 80

[157] J. Huang, B. Davidovitch, C. Santangelo, T.P. Russel, and N. Menon. Smooth cascade of wrinkles at the edge of a floating elastic film. *Phys. Rev. Lett.*, 105 :038302, 2010. 79, 80

[158] J. Huang, M. Juszkiewicz, W.H. de Jeu, E. Cerda, T. Emrick, N. Menon, and T.P. Russell. Capillary wrinkling of floating thin polymer films. *Science*, 317(5838) :650–653, 2007. 80, 81

[159] H. Bodiguel. *Propriétés mécaniques de films polymères ultraminces*. PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris 6, 2006. 80

[160] J.C. Géminard, R. Bernal, and F. Melo. Wrinkle formations in axi-symmetrically stretched membranes. *Eur. Phys. J. E*, 15 :117–126, 2004. 81, 82

[161] A. Lobkovsky and T.A. Witten. Properties of ridges in elastic membranes. *Phys. Rev. E*, 55(2) :1577–1589, 1997. 86

[162] L. Mahadevan, A. Vaziri, and M. Das. Persistence of a pinch in a pipe. *Europhys. Lett.*, 77 :40003, 2007. 86

[163] A.V. Pogorelov. *Bendings of surfaces and stability of shells, Translations of Mathematical Monographs*. Am. Phys. Soc., Providence, first edition, 1988. 88

[164] E. Cerda, L. Mahadevan, and J.M. Pasini. The elements of draping. *Proc. Natl. Acad. Scie. U.S.A.*, 101 :1806–1810, 2004. 91, 92

[165] C. Jiang, S. Singamaneni, E. Merrick, and V.V. Tsukruk. Complex buckling instability patterns of nanomembranes with encapsulated gold nanoparticle arrays. *Nano Lett.*, 6 :2254–2259, 2006. 91

[166] D.-Y. Khang, H. Jiang, Y. Huang, and J.A. Rogers. A stretchable form of single-crystal silicon for high-performance electronics on rubber substrates. *Science*, 311 :208–212, 2006. 91

[167] A. Concha, J.W. McIver III, P. Mellado, D. Clarke, O. Tchernyshyov, and R.L. Leheny. Wrinkling of a bilayer membrane. *Phys. Rev. E*, 75 :016609, 2007. 93

[168] M. Sendova and K. Willis. Spiral and curved periodic crack patterns in sol-gel films. *Appl. Phys. A*, 76 :957–959, 2003. 98

[169] D.C. Meyer, T. Leisegang, A.A. Levin, P. Paufler, and A.A. Volinsky. Tensile crack patterns in mo/si multilayers on si substrates under high-temperature bending. *Appl. Phys. A*, 78 :303–305, 2004. 98

[170] N. Wan, J. Xu, T. Lin, L. Xu, and K. Chen. Observation and model of highly ordered wavy cracks due to coupling of in-plane stress and interface debonding in silica thin films. *Phys. Rev. B*, 80 :014121, 2009. 98