



HAL
open science

Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré.

Alain Kuzniak

► To cite this version:

Alain Kuzniak. Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré.. Histoire et perspectives sur les mathématiques [math.HO]. Université Paris VII, 1994. Français. NNT : . tel-01251462

HAL Id: tel-01251462

<https://theses.hal.science/tel-01251462>

Submitted on 6 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris VII

THESE DE DOCTORAT

SPECIALITE : DIDACTIQUE DES DISCIPLINES

PAR : Alain KUZNIAK

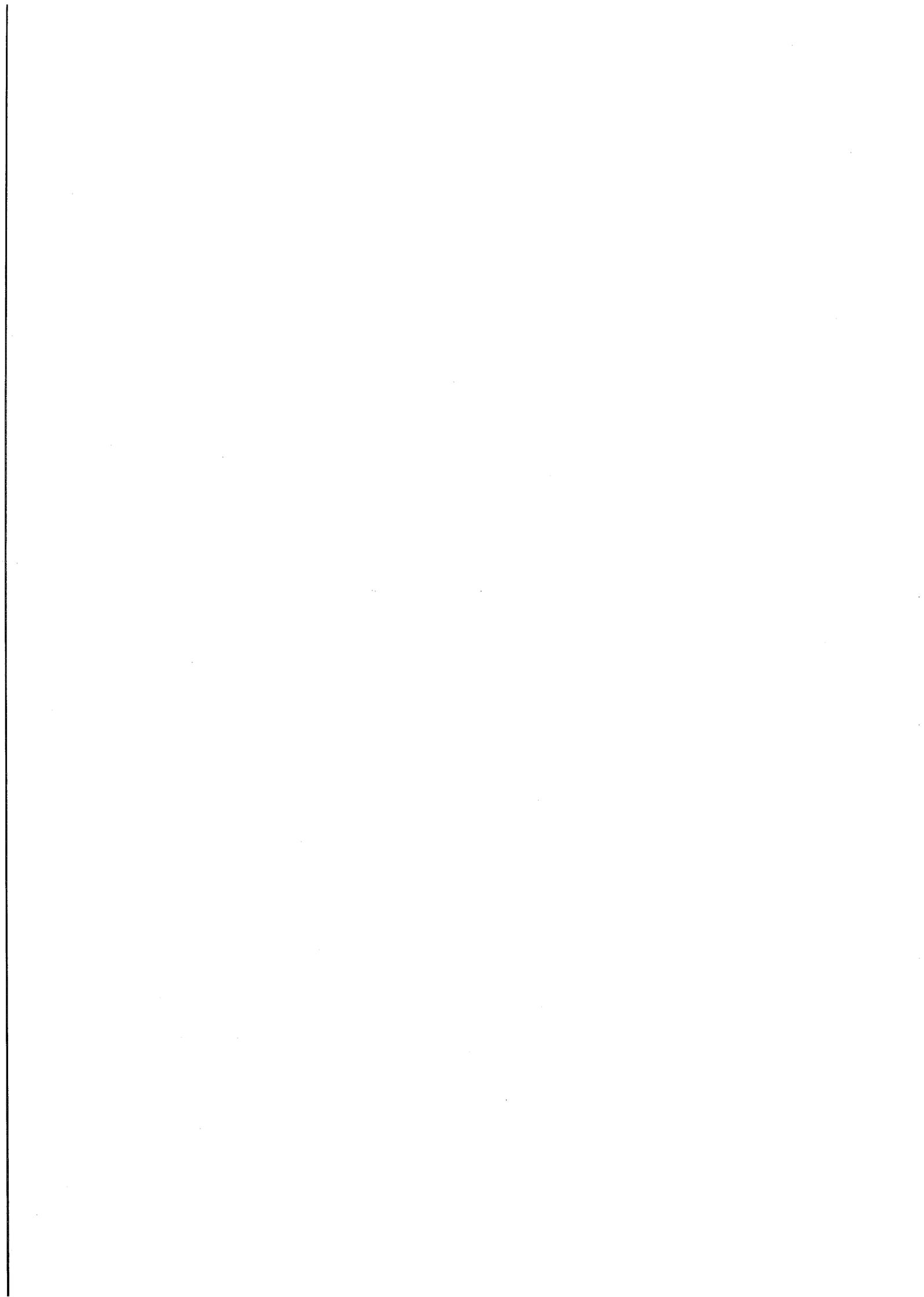
SUJET DE LA THESE : Etude des stratégies de formation en mathématiques
utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré.

Soutenue le 4 FEVRIER 1994 devant la commission d'examen composée de :

Président du Jury
Directeurs de recherche.
Examineurs

F. PLUVINAGE
R. DOUADY et A. ROBERT
J. ADDA
G. ARSAC
J. COLOMB
J-M DE KETELE
D. LACOMBE

Edité par l'IREM Paris VII



Université de Paris VII

THESE DE DOCTORAT

SPECIALITE : DIDACTIQUE DES DISCIPLINES

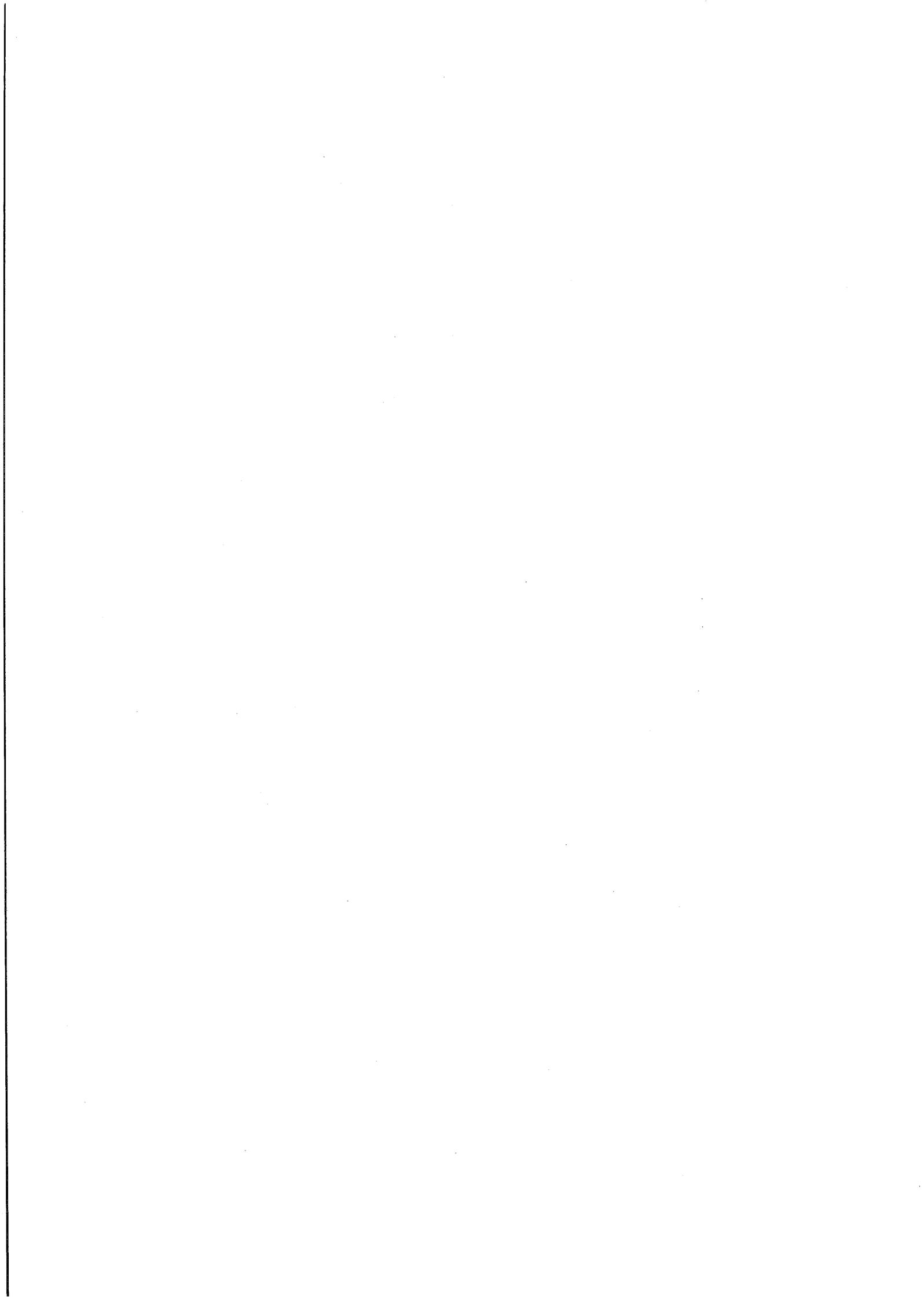
PAR : Alain KUZNIAK

SUJET DE LA THESE : Etude des stratégies de formation en mathématiques
utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré.

Soutenu le 4 FEVRIER 1994 devant la commission d'examen composée de :

Président du Jury
Directeurs de recherche.
Examineurs

F. PLUVINAGE
R. DOUADY et A. ROBERT
J. ADDA
G. ARSAC
J. COLOMB
J-M DE KETELE
D. LACOMBE



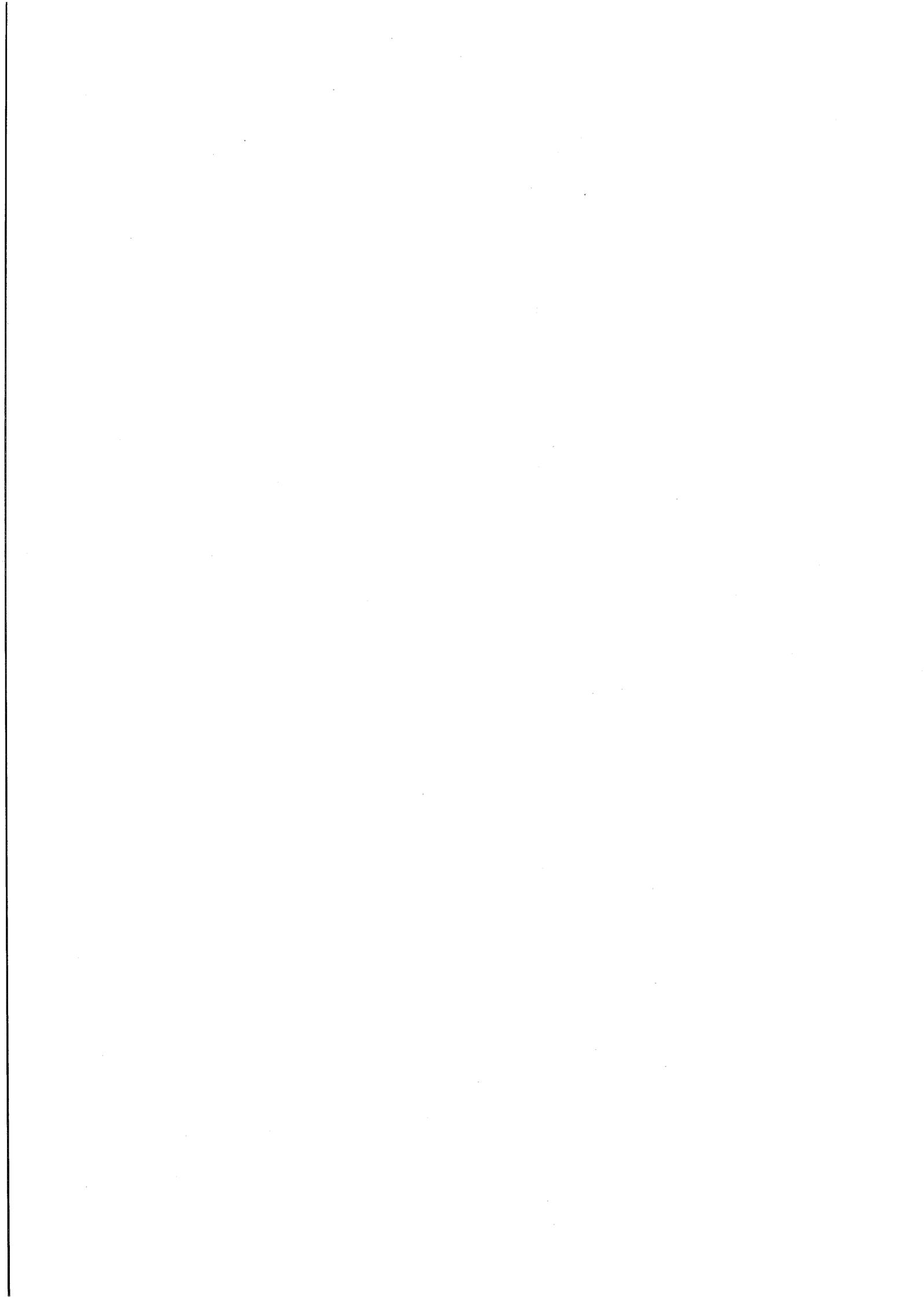
A la fin de ce travail, je veux remercier les Professeurs, membres du jury, qui ont été les rapporteurs de ma thèse : Madame Josette ADDA et Messieurs Jacques COLOMB et Jean-Marie DE KETELE. Je remercie également Monsieur François PLUVINAGE qui a accepté de présider le jury et Messieurs Gilbert ARSAC et Daniel LACOMBE.

Ma reconnaissance va tout particulièrement à mes deux directrices de thèse : Régine DOUADY que je remercie pour son écoute attentive et pour les précieuses indications qu'elle a pu me fournir

Aline ROBERT dont les précieux conseils et les nombreuses remarques m'ont particulièrement aidé à clarifier mes idées et m'ont guidé tout au long de ma recherche. Je la remercie pour l'énergie et le temps important qu'elle a bien voulu détourner de ses propres recherches pour que je puisse achever les miennes. Je pense en effet que sans elle ce travail n'aurait peut-être pas été mené à son terme.

J'adresse aussi un remerciement chaleureux à mes collègues enseignants à l'I.U.F.M. et surtout à Catherine HOUDEMONT et à Marie-Lise PELTIER qui partagent depuis longtemps mes préoccupations de chercheur.

Enfin, et à mes remerciements s'ajoutent des sentiments bien plus intimes, je remercie Danièle, lectrice et correctrice attentive de mes nombreux brouillons.



Introduction générale

La recherche de didactique des mathématiques décrite dans cette thèse prend appui sur le fait que j'enseigne les mathématiques aux futurs professeurs d'école (ex-instituteurs) en formation dans les I.U.F.M. (Instituts Universitaires de Formation des Maîtres) qui ont pris le relais des Ecoles Normales¹. La didactique est un champ de recherches qui se propose d'étudier, en tentant d'y apporter des réponses, un certain nombre de problèmes rencontrés par les enseignants. Mais en fait, nous allons voir que les travaux effectués jusqu'à présent dans le cadre de la didactique des mathématiques ne répondent que partiellement aux attentes d'un formateur d'enseignants.

L'enseignement donné dans les centres de formation a pour fonction de transmettre un ensemble de savoirs et de compétences qui comporte, au moins, deux faces. La première fait classiquement l'objet de la didactique des mathématiques : il s'agit de théoriser sur la communication des contenus mathématiques à des élèves. Quant à la seconde, qui constituera mon sujet d'étude principal, elle est liée au métier qu'auront mes étudiants. Elle comprend toutes les connaissances professionnelles utiles à un enseignant.

La didactique des mathématiques a tenté une approche de type scientifique du problème de la transmission scolaire des connaissances à des enfants de l'école élémentaire. Elle a aussi abordé l'enseignement à des lycéens et à des étudiants le plus souvent spécialisés en mathématiques. Mais dans les centres de formation, les apprenants ne correspondent à aucun de ces différents publics. Il s'agit en effet d'adultes qui ont fini leurs études universitaires classiques (D.E.U.G., licence, suivant les différents plans ministériels). De plus, leurs études n'ont souvent aucun rapport avec les mathématiques (études de lettres, de psychologie, de médecine, etc.).

¹Il s'agit en ce qui me concerne du centre d'Evreux rattaché à l'I.U.F.M. de Rouen.

Les connaissances mathématiques que doivent acquérir les enseignants du primaire peuvent certes, à première vue, sembler élémentaires. Elles recouvrent la scolarité obligatoire mais elles se trouvent souvent sur les marges d'un cursus classique de mathématiques : géométrie plane et spatiale, proportionnalité, décimaux, notion de nombre, etc.. De plus, le point de vue porté sur ces objets a sa propre originalité. Ainsi, l'instituteur qui enseigne la division dans \mathbf{D} ne se pose pas la question de savoir s'il travaille ou non dans un anneau euclidien. En revanche, il doit connaître différents algorithmes empiriques de division et plus profondément avoir une idée de la notion d'algorithme.

Ainsi, une première série d'interrogations se pose alors. Quelles sont les connaissances minimales en mathématiques à faire acquérir par les futurs maîtres des écoles ? Comment les enseigner à des adultes qui, même s'ils souffrent de lacunes en mathématiques, possèdent un niveau de raisonnement bien supérieur à celui des enfants ? Y a-t-il une spécificité de ce public et en retour, cette spécificité supposée entraîne-t-elle des stratégies de formation particulières ?

La réponse à ces questions est liée étroitement au fait que les étudiants dont il s'agit vont eux-mêmes devoir enseigner les mathématiques à des élèves². Les étudiants doivent donc acquérir aussi des connaissances qui se rapportent à la transmission d'un savoir mathématique à des enfants. Ainsi le futur enseignant doit connaître ce qu'apprend un enfant et comment il l'apprend. Il doit aussi savoir comment faire apprendre à l'enfant. Le formateur d'enseignants est chargé d'apporter ces connaissances à ces étudiants. Comment procède-t-il ? Voilà le thème principal de mon étude. On constate qu'il s'agit d'une réflexion didactique de second niveau par rapport à la réflexion première sur la transmission des savoirs à des élèves de l'école primaire.

²Ce qui est parfois paradoxal pour ceux d'entre eux qui ont une attitude de rejet vis-à-vis de cette matière.

Quelle est la nature des connaissances sur la pratique de l'enseignement des mathématiques que doivent posséder les étudiants désirant devenir professeurs d'école ? Peut-on parler dans ce cas d'un véritable "savoir professionnel" ? Pour certains membres de la noosphère éducative, ce savoir n'existe pas de façon explicite ; la seule compétence disciplinaire, en l'occurrence mathématique, suffit à l'enseignant. Pour d'autres dont je suis, à la fois par conviction et par fonction, ce savoir possède sa propre essence. Mais alors comment le définir ?

La première réponse à ce problème consiste à le présenter comme un cas particulier du vaste problème de la transposition de la didactique des mathématiques. C'est à dire qu'il s'agit alors pour le formateur de définir ce qu'il faut retenir du savoir savant mis en place par les travaux patients des différentes écoles de didacticiens et de réfléchir sur la façon de le transmettre aux formés.

Cette position suppose au moins deux préalables :

- ✧ La didactique prend en compte tout ce qui fait l'acte d'enseignement.

- ✧ Son développement est suffisant pour permettre un travail de transposition suffisamment riche et incontestable.

Cette façon de voir qui occulte l'idée même de pédagogie et qui oublie les connaissances empiriques sur l'enseignement me semble par trop réductrice.

De plus, il faut également noter que les formateurs des centres d'enseignement n'ont pas attendu que la didactique ait atteint un développement suffisant pour enseigner à leurs étudiants. Les procédures de formation qu'ils ont pu mettre en oeuvre dans ce cadre me semblent un élément important de la réflexion sur la nature du savoir professionnel. La description et l'explicitation des différentes stratégies peuvent alors constituer un moyen de mieux définir la nature de ce savoir.

Dans cette perspective, je décrirai donc diverses activités effectives de formation visant à donner aux étudiants les connaissances nécessaires pour enseigner de manière consciente les mathématiques à des enfants. Mon objectif sera ainsi de préciser les

différentes méthodes qu'utilisent les formateurs pour assurer cette transmission à des étudiants d'un savoir qui porte lui-même sur la transmission du savoir mathématique aux enfants.

Cette volonté de décrire les différentes trajectoires d'enseignement conduit à présenter le système de formation avec ses contraintes et ses finalités propres. Or, ce système est particulièrement complexe et fluctuant. D'abord, il est soumis au système éducatif général dont on connaît la sensibilité à l'environnement social et politique qui se manifeste par des changements de ministres et par de fréquentes réformes des programmes³ qui vont directement influencer sur le contenu de la formation des enseignants. Ensuite, l'institution de formation a considérablement évolué en peu de temps. J'ai pris comme point de départ de mon étude la réforme de 1979 qui institutionnalisait une formation à l'enseignement en trois ans. Mais, il faut signaler la réforme de 1985, et pour finir celle de 1991 qui substitue les I.U.F.M. aux Ecoles Normales. Ces transformations portent à la fois sur la durée des études, sur le niveau de recrutement et sur le statut des formateurs dont elles modifient les tâches. Ainsi, la réflexion sur la formation s'inscrit-elle dans un environnement "chaotique"⁴ qui complique nettement le travail de l'observateur.

Enfin, toute étude du système de formation des professeurs d'écoles doit prendre en compte une particularité essentielle des formés. Ils ne doivent pas enseigner uniquement les mathématiques mais aussi toutes les matières de l'enseignement élémentaire : le français, les sciences et la technologie, l'histoire et la géographie, puis les éducations civique, artistique, physique et sportive (suivant la terminologie en usage dans les programmes officiels). Cela pose un autre problème complexe, celui de la pluridisciplinarité. Quelle sorte de lien existe-t-il entre les stratégies mises en oeuvre par

³Réforme échelonnée de 1977 à 1980, puis globale en 1985, création des cycles en 1990. Projets en cours.

⁴Au sens de la théorie du chaos et non pas au sens politique ou mythologique.

les professeurs de mathématiques et celles des autres disciplines ? Les stratégies définies pour les mathématiques sont-elles spécifiques ? Comment se fait l'acquisition des connaissances dans un contexte pluridisciplinaire ? Tous ces problèmes sortent largement du cadre de mon étude et je n'étudierai que les interférences de ces différents aspects avec les stratégies définies pour la formation en mathématiques.

Une fois mises en évidence différentes stratégies de formation, il semble naturel de les comparer et d'en apprécier les mérites respectifs. La question de l'évaluation de la formation est difficile, vu la complexité du système et les nombreux paramètres qui agissent. Mais c'est aussi jusqu'à présent, faute d'une description adéquate des diverses stratégies utilisées, un "problème mal posé" dont mon travail se propose de mieux définir les termes.

L'étude que j'ai effectuée me semble se situer aux frontières de la didactique des mathématiques mais il ne s'agit pas d'une étude de pédagogie générale ou de philosophie de l'éducation. En effet, la réflexion sur les stratégies d'enseignement peut être menée suivant différents points de vue et l'on peut même affirmer que cette problématique est à la base de toute la littérature pédagogique et de la production des différents courants novateurs (Freinet, Montessori et d'autres). Mon travail se différencie fondamentalement de ces approches générales par le découpage de la réalité qu'il retient. Tout d'abord, l'optique choisie n'est pas militante et rejette tout prosélytisme. Elle aspire à une distance scientifique et se propose plus de décrire que de transformer. En deuxième lieu, le regard porté sur les pratiques se place résolument dans la filiation des travaux didactiques. Les concepts utilisés, les critères retenus pour étoffer la description seront pris dans le corpus des études didactiques en privilégiant de façon quasi exclusive celles de mathématiques. La didactique dont je parle ici est celle mise en place en France autour de la Revue de Didactique des Mathématiques et des Ecoles de Didactique d'été.

S'il se situe à ses frontières, l'ensemble de mon travail me semble pourtant constituer une étape utile dans l'évolution de la didactique des mathématiques. Car une fois admise l'existence d'un savoir didactique se pose naturellement le problème de sa diffusion. Il s'agit naturellement de faire connaître aux enseignants de l'école élémentaire le résultat des recherches en cours, mais aussi de mettre en place dans les classes une généralisation des expériences menées.

La formation des enseignants est un des moments privilégiés où il est possible non seulement de faire largement connaître les résultats de la didactique, mais aussi d'y apporter les transformations et les adaptations nécessaires. Il devient alors essentiel de savoir comment s'effectue la formation des maîtres en mathématiques. Ainsi le travail d'objectivation de ma propre pratique⁵ rejoint-il un problème beaucoup plus général.

J'espère aussi que mon travail sera un outil pour les nouveaux formateurs nommés dans les centres de formation. En effet, faute d'une explicitation des différents choix stratégiques, ces derniers découvrent leur nouvelle fonction de façon souvent un peu confuse. Cette thèse voudrait aider les formateurs à définir nettement leur choix de formation et à décrire leur propre expérience en se référant aux pôles que je vais déterminer.

Enfin, dans cette thèse que j'ai commencée alors que la formation s'effectuait dans les Ecoles Normales, je souhaite aussi extraire du passé de cette institution disparue les éléments encore porteurs de sens et ainsi ne pas faire table rase de la riche expérience de formation accumulée par les divers formateurs ayant enseigné dans ces Ecoles.

⁵Il s'agit de mener ici une réflexion la plus objective possible sur une pratique, voir BOURDIEU, 1980, *Le sens pratique*, Editions de Minuit, Paris.

Mises au point méthodologiques.

Pourquoi étudier les stratégies de formation ?

Cette thèse est consacrée à l'étude des stratégies de formation mises en oeuvre par les formateurs en mathématiques d'enseignants du premier degré. Elle se propose de dresser une première typologie permettant de classer les diverses formes d'enseignement utilisées dans les centres de formation. Ce travail me semble nécessaire pour répondre à un certain nombre des objectifs esquissés dans l'introduction.

✧ Parvenir à une objectivation de ma pratique de formateur suffisamment riche pour dépasser l'aspect individuel et anecdotique. Pour décrire sa propre expérience, il faut si l'on veut dépasser la simple narration disposer d'un cadre théorique qui permette d'inscrire le parcours présenté dans un contexte plus vaste. Ce cadre permet de comprendre les choix opérés, d'évaluer leur pertinence.

✧ Définir de façon précise les objectifs et les contenus de savoir qui doivent figurer dans la formation en mathématiques des professeurs d'école. Il s'agit ici de préciser la notion confuse de formation professionnelle liée à la nature du savoir transmis aux étudiants. Ce savoir ne va pas de soi et toute définition a priori est sujette à discussion. L'étude des stratégies de formation doit permettre de faire apparaître de façon pratique les savoirs réellement scolarisés au sein de l'Institution de formation.

✧ Comparer et cibler les unes par rapport aux autres les différentes stratégies. Comme je l'ai signalé ce problème n'a de sens que si l'on a pu dégager une classification cohérente des stratégies qui permet ensuite de connaître exactement les parcours de formation suivis par les étudiants et leurs formateurs.

Pour parvenir à élaborer une typologie des diverses stratégies de formation, un certain nombre d'éléments doivent être envisagés :

1) Quel est le système observé ?

2)Quels sont les savoirs mis en jeu ?

3)Quel rôle joue la place de l'observateur ?

Deux autres questions plus méthodologiques se posent également :

4)Quels sont les sources et les documents utilisés par l'étude ?

5)Quelles sont les limites de ce travail ?

Nous allons maintenant détailler le sens de ces différentes interrogations.

1. Quel est le système observé ?

La recherche des stratégies et leur description impliquent une connaissance précise du système dans lequel les formations s'inscrivent. Or un système complexe comme celui de la formation des maîtres autorise les axes d'analyse les plus divers (psychologique, sociologique, anthropologique, didactique, psychanalytique, épistémologique pour ne citer que quelques exemples). Je n'ai retenu de ces différentes possibilités que l'analyse de type didactique. Cette affirmation une fois faite, la lisibilité de mon propos n'augmente que moyennement, car ce filtre n'est pas unique et bien défini. En fait, dans tout mon travail, le critère didactique indiquera simplement une centration sur les situations qui mettent en relation maître et élèves autour d'un objet commun qui est constitué par le(s) savoir(s) à transmettre, cet ensemble détermine ce que certains auteurs nomment le triplet didactique. Comme je l'ai signalé dans l'introduction, il s'agit plus précisément d'utiliser comme outil d'analyse et de description les connaissances développées en didactique des mathématiques et dans les Ecoles d'été de Didactique par les différents auteurs qui publient leurs travaux dans la revue Recherches en Didactique des Mathématiques⁶.

Pour la description du système, j'ai aussi retenu un mode d'approche que j'avais déjà utilisé avec C. Houdement dans mon D.E.A. de didactique⁷. Il s'agit de mettre en

⁶Editions la pensée sauvage, Grenoble.

⁷D.E.A de didactique, Université de Paris VII, 1986.

oeuvre les éléments de systémique utiles à la compréhension d'un système tels qu'ils apparaissent dans le livre de Berbaum⁸ consacré à l'étude systémique des actions de formation. Différents apports dus à des études de didactique générale sur le rôle du temps et de l'espace dans l'enseignement enrichiront cette approche.

2. Nature des savoirs mis en jeu ?

Pour affiner l'étude des stratégies de formation, il est nécessaire de préciser la nature des savoirs transmis aux élèves-professeurs. Ceci est d'autant plus essentiel dans le cadre institutionnel standard où la formation repose sur le triplet didactique usuel, que ce dernier s'articule comme je l'ai rappelé autour du savoir transmis.

J'ai signalé qu'un des objectifs de mon travail était de définir les contenus de savoirs à enseigner dans le cadre de la formation, aussi il s'agit plutôt ici d'indiquer les grands types de savoirs qui seront considérés lors de cette étude.

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, les connaissances que doivent acquérir les étudiants qui souhaitent devenir enseignants englobent des compétences qui renvoient à différents savoirs. Les uns, comme les savoirs mathématique et didactique sont des savoirs théoriques, les autres sont plus marqués par les savoir-faire et le sens commun. A cela s'ajoute un ensemble de connaissances que seule l'expérience semble susceptible de donner.

Pour mon étude, je retiendrai essentiellement trois formes de savoir : le savoir mathématique, le savoir didactique et le savoir pédagogique. Les deux premiers sont généralement reconnus de manière institutionnelle même si leur définition fluctue parfois. Ainsi le savoir mathématique qui est le mieux défini culturellement n'est qu'imparfaitement précisé dans le cadre de la formation des enseignants. Quelles sont en effet les limites de ce savoir pour un futur enseignant ? L'épistémologie et l'histoire des

⁸BERBAUM, 1983, Etude systémique des actions de formation, PUF, Paris.

mathématiques ne sont-elles pas des composantes essentielles du savoir mathématique ? De même la réflexion heuristique et in fine la didactique des notions à transmettre aux élèves ne peuvent-elles pas être considérées comme faisant partie du savoir mathématique de base ? Actuellement, il ne semble pas que ce soit le cas. Aussi nous avons distingué le savoir didactique qui se compose à la fois d'exemples spécifiques d'ingénierie et de théorisation. Cet effort de théorisation constitue sa marque distinctive par rapport au savoir pédagogique que nous allons définir maintenant.

Pour définir la notion de savoir pédagogique, j'ai guidé ma réflexion à partir de différents travaux effectués par des sociologues sur la transmission des savoir-faire techniques dans le cadre des métiers manuels⁹. Simplement, et cela marquera les limites de l'analogie, le métier d'enseignant semble nécessiter un apprentissage bien plus complexe que les métiers manuels où il s'agit de modeler un objet inanimé.

Pour tenter de préciser ce que recouvre ce savoir et asseoir son autonomie, je vais me référer à l'ouvrage *La transmission des savoirs*¹⁰ de Delbos et Jorion. Les auteurs s'intéressent dans ce livre aux activités de saliculture, de petite pêche et de conchyliculture entre Lorient et Le Croisic. Le thème est certes très pointu mais est traité dans une optique de transmission des savoirs avec l'opposition entre des connaissances spontanées glanées sur le tas et un savoir transmis dans les écoles professionnelles qui ont été créées dans les années 70. Ils insistent longuement sur la définition des savoirs qui doivent être transmis dans les centres de formation et sur les luttes d'influence entre chercheurs, enseignants et professionnels de la pêche.

Delbos et Jorion distinguent alors :

⁹Une référence globale est fournie par l'ouvrage collectif dirigé par Denis CHEVALLIER, *Savoir-faire et pouvoir transmettre*, 1991, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.

¹⁰DELBOS G et JORION P, 1984, *La transmission des savoirs*, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.

a) un savoir procédural, abstrait de l'observation de la pratique et mis en écriture dans des manuels, ouvrages qui ne sont pas des théorisations et qui sont présentés comme a-théoriques par les auteurs.

b) un savoir propositionnel, présenté comme le savoir dispensé à l'école, qui n'est pas théorique mais est constitué de propositions non logiquement connectées et qui se contente d'énoncer des contenus.

Cette distinction rappelle aussi celle opérée par les informaticiens spécialistes des systèmes experts entre connaissances procédurales et connaissances déclaratives. Ce que je nommerai savoir pédagogique sera la réunion complexe et parfois contradictoire de ces deux formes de savoir. Ce savoir se caractérisera par son oscillation entre deux pôles, l'un théorique mais parfois très éloigné de la pratique future des formés, l'autre proche du sens commun et de la pratique de la classe mais privé de l'adaptabilité d'un modèle plus théorique. Le corpus de référence sera constitué par un ensemble de savoirs situés entre pratique et théorie qui réunira des savoirs procéduraux et propositionnels. Dans ce cadre, ces derniers seront des exemples d'activités de classe c'est-à-dire d'ingénieries prêtes à être effectuées, l'exemple caricatural étant la leçon modèle, quant aux savoirs procéduraux ils viseront à rendre les formés plus conscients grâce à une réflexion plus méthodologique. La clarification de la nature exacte de ce savoir et de son contenu sont un des objets de ce travail.

3. La place de l'observateur.

Le problème que nous allons rencontrer tout au long de cette étude concerne l'implication de l'auteur dans le système qu'il décrit. J'essaie en effet de produire la présentation la plus objective possible d'un système dans lequel je suis plongé. Cette situation comporte des inconvénients et nécessite certaines précautions

méthodologiques¹¹. Cependant, il faut tout de même noter qu'a priori décrire un système qu'on connaît bien est plutôt un avantage qu'un inconvénient.

Envisageons quelques difficultés liées à cette position interne du chercheur qui entraîne une grande proximité du domaine de son étude.

✧ Il faut tout d'abord discerner le rôle des évidences et des intuitions c'est à dire dégager l'implicite puis l'importance de cet implicite et des choses qui vont de soi pour le locuteur.

Chaque domaine professionnel développe ses technolectes¹² qui permettent aux membres de la communauté de se reconnaître. Un certain nombre de termes sont employés dans un sens différent du langage ordinaire. Ainsi en formation des maîtres, le "suivi" d'un étudiant consiste pour le formateur à observer et à évaluer un étudiant qui assure une séance de classe lors d'un stage dans une école. Pour un observateur extérieur, cette action ressemble à une inspection mais ce terme n'est jamais employé car cette action du formateur fait partie de la formation.

Egalement certaines évidences pour le formateur peuvent apparaître comme des partis pris non justifiés. Ainsi la pédagogie sur fichier où le maître s'efface derrière le manuel est-elle couramment rejetée par les formateurs sans un grand effort de justification. De même, certains manuels sont clairement mauvais pour les formateurs qui ont eu l'occasion de faire de nombreuses analyses de leur contenu et qui ne jugent plus utile de justifier leur point de vue.

Dans la mesure du possible, j'essaierai de supprimer ces évidences, aidé en cela par les lecteurs de ce travail extérieurs aux centres de formation.

✧ Les relations avec le reste de la communauté.

Tout travail de réflexion sur les pratiques utilisées par des collègues engage d'une certaine façon les relations du chercheur avec l'ensemble de la communauté. Cette

¹¹Voir notamment BOURDIEU P., 1984, Homo Academicus, Editions de Minuit, Paris.

¹²Les linguistes désignent ainsi des parlers propres à certaines communautés professionnelles.

donnée doit entraîner une grande vigilance sur les sources retenues pour l'étude et l'exclusion des rumeurs et des bruits de couloir. Cela m'a conduit à privilégier les sources écrites qui engagent leur signataire. Ce choix pose la question de la nominalisation qui particularise la source puisque j'ai naturellement cité les auteurs des travaux que j'utilise pour donner des exemples. Mais évidemment ces exemples ne sont pas là pour présenter ce que font X ou Y en tant que formateurs, mais pour fournir une illustration générique des stratégies que j'ai dégagées.

De même, il n'est absolument pas dans mon intention d'évaluer l'action de formateurs particuliers. En effet, les stratégies générales ne déterminent pas la nature et le contenu exact d'un cours, ni sa valeur, qui dépendent aussi de nombreux autres paramètres individuels et de leurs imbrications réciproques.

4. Les sources et les documents utilisés pour ce travail.

Pour décrire les stratégies de formation utilisées en formation, il est important d'avoir des exemples d'activités menées par des formateurs. Ce sont même ces activités qui donnent vie aux stratégies que je présente. En effet, il ne s'agit pas dans ce travail d'émettre a priori des hypothèses sur les stratégies souhaitables en formation des maîtres, mais plutôt de caractériser les types de formation existantes.

J'ai pu disposer de plusieurs sources :

✧ La principale source écrite disponible est fournie par les actes des colloques des Professeurs d'Ecoles Normales. Ce colloque annuel, organisé par la COPIRELEM¹³, réunit les formateurs en mathématiques des Centres de formation et certains universitaires spécialistes de didactique des mathématiques. Il existe depuis 1973 et donne lieu régulièrement à une publication qui fait le compte-rendu des différents ateliers. Ces actes sont généralement imprécis sur les pratiques effectives mais

¹³ Il s'agit de la commission inter-IREM chargée de l'enseignement des mathématiques à l'Ecole Élémentaire

font bien ressortir les problématiques dominantes. Dans cette perspective, un des colloques les plus importants est sans doute celui de Bombannes tenu en 1979 qui constitue le point de départ de la réflexion sur la formation des maîtres liée au nouveau cadre institutionnel mis en place à cette époque.

Ces colloques ne donnent toutefois qu'une vision partielle de la formation, ils ne réunissent qu'entre 80 et 100 formateurs en mathématiques sur les 300 à 400 que comptaient les Ecoles Normales suivant les époques. Il y a une certaine stabilité parmi les participants à ces colloques et on peut formuler l'hypothèse que ce sont les plus intéressés par les problèmes de formation. De plus, les écrits ne rendent compte que partiellement des discussions et apparaissent souvent comme le reflet des courants dominants au sein du Colloque. Malgré ces restrictions, ces comptes-rendus sont d'une très grande richesse.

✧ Depuis peu de temps (1991), la COPIRELEM organise un stage axé sur la production de documents pour la formation des maîtres. Cette initiative récente marque bien la prise en compte relativement tardive de la spécificité de l'enseignement destiné à des enseignants.

✧ Très peu de thèses ont été consacrées à l'enseignement des mathématiques en Ecoles Normales, les thèses de didactique sont souvent des thèses qui portent sur le premier niveau de la transmission du savoir. Une exception notable est la thèse de Monique Pezard consacrée à l'enseignement de la proportionnalité aux élèves-instituteurs¹⁴. On peut également citer les travaux de Françoise Carayol¹⁵ mais ceux-ci portent sur les performances mathématiques des étudiants plutôt que sur la formation qu'ils reçoivent dans les centres de formation.

¹⁴PEZARD M, 1985, Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves instituteurs, Université de Paris VII, Paris.

¹⁵CARAYOL F, 1983, Comportement d'élèves et de futurs maîtres de l'école élémentaire face à des questions de mathématiques, Université de Paris VII, Paris.

✧ La plupart des formateurs n'éprouvent pas le besoin de rédiger leurs cours, mais à la suite de mes demandes certains ont pu, lors d'entretiens, me fournir le canevas de leurs stratégies. Ces éléments m'ont surtout servi à dégager une esquisse de typologie.

✧ J'ai bien sûr utilisé toutes les activités que j'ai pu mener depuis que j'enseigne en formation des maîtres, c'est-à-dire depuis 1983.

✧ Une dernière source d'information importante m'a été fournie par les stages que j'ai suivis. Ces stages, organisés par des Professeurs d'Ecole Normale pour les divers formateurs¹⁶ d'instituteurs, m'ont permis de voir mises en oeuvre les stratégies décrites dans la thèse et de percevoir ainsi certaines réactions des étudiants.

Un autre effort de ma recherche a effet porté sur les relations des étudiants aux différents types de savoir transmis en formation et ceci afin de percevoir une éventuelle évolution de leurs conceptions. On doit à Aline Robert et à Jacqueline Robinet¹⁷ d'avoir introduit dans le cadre de la didactique des mathématiques la notion de représentation¹⁸ issue de la psychologie sociale. J'utiliserai cette notion telle qu'elles la définissent et aussi telle qu'elle est précisée dans l'ouvrage collectif dirigé par Jodelet¹⁹. Quelles sont les représentations des étudiants sur les mathématiques, sur l'enseignement, sur la formation, etc. ? En fait ce questionnement constitue une partie de la thèse en cours menée par M.L. Peltier. J'utiliserai quelques résultats de son travail et notamment certains questionnaires mis au point en commun que je présenterai au moment de leur utilisation.

¹⁶Professeurs, conseillers pédagogiques et inspecteurs.

¹⁷ROBERT A et ROBINET J, 1989, Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement, Cahier de Didirem 1, Université de Paris VII.

¹⁸Dans un autre contexte, cette notion a notamment fait l'objet des travaux de Jacques NIMIER.

¹⁹JODELET D., 1989, Les représentations sociales, PUF, Paris.

5. Délimitation du sujet.

Comme je l'ai indiqué, tout au long de cette thèse, j'aurai la volonté d'illustrer le plus possible les différentes stratégies par des exemples. Ceux-ci seront pris exclusivement dans le domaine de l'enseignement des mathématiques, avec quelques exceptions hors de ce cadre lorsque je voudrai aborder les problèmes liés à la pluridisciplinarité. Ainsi la pertinence de mes conclusions ne sera valable que dans le champ didactique des mathématiques.

De plus, au départ de mon étude, j'avais choisi de privilégier l'étude de la notion de mesure liée à la notion d'espace. Le thème de l'espace et de sa mesure me semblait intéressant par sa place à la confluence de nombreuses disciplines autres que les mathématiques. Il permettait d'illustrer les difficultés liées aux discours disciplinaires qui se côtoient souvent sans réelle interaction explicite au niveau des formateurs.

Cependant deux raisons m'ont conduit à être moins systématique dans le choix de la notion traitée dans les exemples.

✧ Tout d'abord, une certaine disparition de l'enseignement de la mesure. Ceci est dû à la fois à la restriction des horaires de formation qui forcent certains choix, mais aussi principalement au peu d'études didactiques nouvelles sur le sujet.

✧ La deuxième est plus fondamentale et moins circonstancielle. J'ai éprouvé la crainte d'introduire un biais dans mon étude en privilégiant un thème. En effet, dans quelle mesure les stratégies dépendent-elles de la notion enseignée ? En me limitant à un sujet, je risquais d'occulter certains types de formation.

J'ai cependant gardé cette entrée pour tous les exemples pris hors du champ des mathématiques.

Pour terminer sur ces considérations méthodologiques, il faut insister sur la volonté de simplification mais non de réduction qui a guidé l'ensemble de mon travail. Les stratégies qui apparaîtront dans cette étude sont des points de repères, des exemples d'options possibles pour les formateurs. Mais dans une certaine mesure, il s'agit de

parcours extrême car peu de formateurs suivent de façon constante un modèle unique de stratégie, même si souvent leur pratique est globalement dominée par l'une d'elles. Ainsi, dans les faits les différentes stratégies que je vais décrire apparaissent comme des composantes de la stratégie propre à chaque formateur. Ce dernier structure son enseignement en différentes phases dans lesquelles nous pourrions identifier les stratégies de bases que je me propose de dégager dans ce travail. C'est pour cela que la recherche d'une typologie qui vise à faire ressortir certaines dominantes de formation, m'a semblé nécessaire pour défricher un terrain relativement vierge d'études importantes.

Présentation du plan

Cette thèse est divisée en trois parties.

✧ La première partie porte sur une clarification du contexte dans lequel s'opère la formation des maîtres et permet de dégager différentes stratégies utilisées par les formateurs.

Cela me conduit tout d'abord à donner quelques informations sur deux données non mathématiques mais cependant essentielles pour analyser les stratégies de formation. Il s'agit en premier lieu des contraintes institutionnelles qui ont évolué de façon notable de 1979 à 1991 et qui ont imposé certaines directions pédagogiques aux formateurs. L'autre donnée fondamentale de la formation des maîtres du premier degré est la prééminence de la pluridisciplinarité qui conduit à relativiser l'impact réel de la formation en mathématiques.

Ensuite, je dégage différentes approches de la formation à l'occasion de la description d'un stage de formation pluridisciplinaire consacré à l'espace que j'ai suivi en tant que stagiaire. Cette position particulière me permet d'amorcer une réflexion sur la pertinence et l'efficacité de certains modes de formation.

Le chapitre suivant se focalise sur l'enseignement des mathématiques. J'étudie les diverses transformations que subit un document pédagogique en formation des maîtres. Cette partie me permet de préciser le rôle des différents savoirs qui interviennent dans la formation en mathématiques. Elle permet aussi de dégager certains problèmes liés à la transposition du savoir didactique.

✧ Trois stratégies principales axées prioritairement sur la professionnalisation des étudiants sont mises en évidence à la fin de cette partie. C'est l'étude détaillée de ces stratégies qui fait l'objet de la deuxième partie.

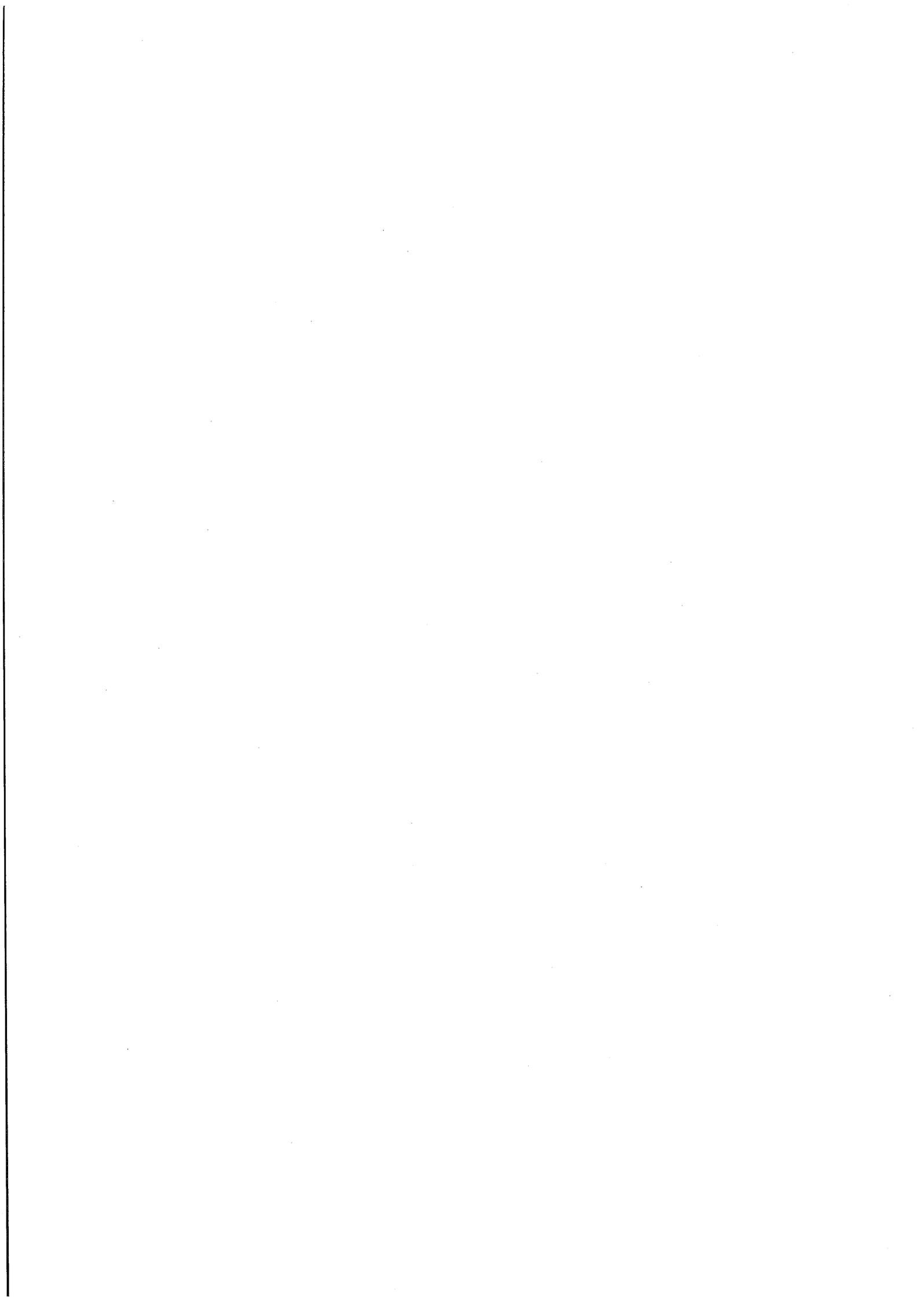
Je présente d'abord les stratégies basées sur la monstration qui privilégient la transmission d'un modèle par l'observation de sa mise en oeuvre dans les classes élémentaires.

Ensuite, je consacre un chapitre aux stratégies basées sur l'homologie. Ces dernières souhaitent agir sur les conceptions pédagogiques des étudiants en les mettant en situation de recherche à partir d'activités qui portent sur des thèmes proches de ceux que devront étudier les enfants.

Puis vient l'étude des stratégies de transposition qui tentent de provoquer chez l'étudiant une distanciation critique et théorique par rapport à la pratique.

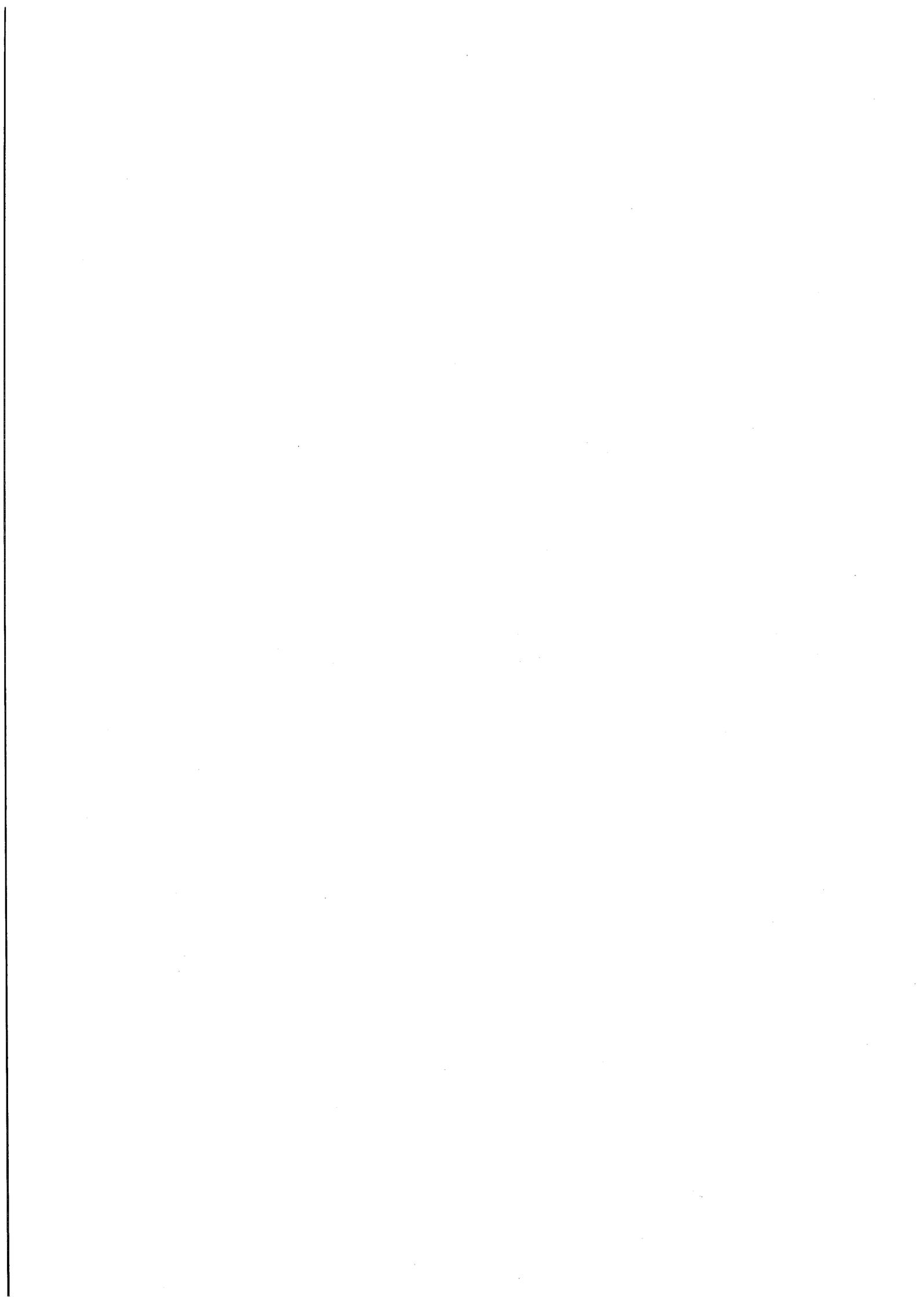
✧ Dans une troisième partie, j'apporte quelques éléments de réponse à la question fondamentale de l'évaluation des différentes stratégies mises en oeuvre par les formateurs. Le support de cette réflexion est une analyse approfondie du "stage terminal" que doivent effectuer tous les étudiants à la fin de leur formation. Il s'agit d'un stage où ils quittent progressivement le statut d'élève-maître pour accéder à celui d'enseignant débutant.

Enfin, une conclusion générale tire les conséquences et les limites de ce travail. Elle propose aussi diverses questions laissées ouvertes et qui mériteraient une étude ultérieure.



Première partie

Mise en évidence de différentes stratégies de formation.



Quelques données de base sur la formation des maîtres.

Dans ce premier chapitre, je vais procéder à la description d'un certain nombre de facteurs qui influent de façon déterminante sur la formation. Il ne s'agit pas ici d'analyser de manière exhaustive le système global de la formation des maîtres, mais plutôt de dégager les points institutionnels qui semblent les plus prégnants sur les processus de décision des formateurs. Je souhaite ainsi déterminer certaines contraintes fixes qu'intègrent nécessairement toutes les stratégies de formation.

Dans cette partie, j'espère aussi donner au lecteur non-spécialiste des centres de formation d'enseignants quelques points de repères sur l'arrière-plan général de ce travail.

Voici les points que je vais étudier :

I) Les contraintes institutionnelles légales : je présenterai certains textes officiels importants qui régissent la formation. J'ai retenu les textes qui définissent les types de formation et ceux qui traitent de la gestion de la pluridisciplinarité.

II) Les acteurs de la formation : les étudiants et les formateurs.

I. Les contraintes institutionnelles légales.

A. Les types de formation.

Je commencerai mon étude par la présentation et l'analyse des textes qui régissent la formation des futurs instituteurs. En effet, la formation des enseignants, qui sont des fonctionnaires, reste étroitement définie par le Ministère. Celui-ci donne un canevas relativement précis dans sa forme et bien marqué idéologiquement.

Ce point, apparemment de droit, me semble fondamental pour comprendre les stratégies mises en place par les formateurs. Ils doivent avant tout appliquer des directives qui, si elles laissent une grande liberté de mise en oeuvre, n'en sont pas moins rigides dans leurs finalités.

Ces textes administratifs peuvent être analysés suivant différents points de vue dont le plus immédiat est certainement l'aspect politique lié à la noosphère sociale qui entoure l'enseignement en général et la formation des maîtres en particulier. Cependant dans le cadre de cette étude, je ne retiendrai que les éléments qui peuvent agir le plus directement sur les stratégies définies par les formateurs. Il s'agira donc d'observer les indications éventuelles données par ces textes sur les points suivants :

- ✧ Les orientations pédagogiques conseillées aux formateurs.
- ✧ Les conditions de recrutement des étudiants.
- ✧ Les contraintes spatio-temporelles.
- ✧ La définition des savoirs à enseigner.

Comme je l'ai déjà précisé, la formation des maîtres du premier degré a considérablement évolué de 1979 à 1993 dans un processus comportant trois étapes :

1) En 1979 est créé le D.E.U.G.-Instituteurs qui permet à des bacheliers de devenir à la fois instituteurs et titulaires du DEUG après trois ans de formation au sein des Ecoles Normales.

2) En 1986, la formation est réduite à deux ans et s'adresse à des étudiants titulaires d'un DEUG.

3) En 1991, les Ecoles Normales sont remplacées par les I.U.F.M. dont les étudiants possèdent une licence universitaire ou un titre équivalent.

Il faut noter que ce processus dont nous n'étudierons que les aspects pédagogiques est surtout motivé par la revalorisation financière des maîtres qui cesseront d'être des instituteurs pour devenir des professeurs d'école²⁰.

Dans un premier temps, je vais analyser les circulaires et arrêtés qui fixaient la formation à trois ans à partir de 1979. Cette formation n'existe plus, mais les textes fondateurs ont influencé le fonctionnement des Ecoles Normales jusqu'à leur disparition. La mise en place d'une formation étalée sur trois ans coïncide avec la fin du recyclage en mathématiques modernes. Ainsi les institutions de formation (Ecoles Normales après le baccalauréat et I.R.E.M.) créées dans l'urgence de la mise à niveau dans une partie nouvelle des mathématiques se trouvent pérennisées alors que l'importance du contenu disciplinaire diminue. Cela va entraîner le développement de l'approche pédagogique des mathématiques référencée dans les textes de l'époque sous le terme de didactique²¹. Il faut noter que jusqu'à cette époque, la transmission des aspects pédagogiques de l'enseignement relevait essentiellement des professeurs de psycho-pédagogie.

A partir de 1979 (et jusqu'en 1984) les élèves-instituteurs, recrutés avec le Baccalauréat, sont formés sous la double tutelle de l'Université et de l'Ecole Normale²². Le 12 octobre 1979 (donc après la rentrée, ce qui est une pratique courante dans l'histoire des Ecoles Normales), une longue circulaire précise les contenus de formation. Les étudiants ont désormais deux U.F. (unités de formation) dites de didactique en mathématiques, l'une dépend entièrement de l'Ecole Normale, et l'autre de l'Ecole Normale et de l'Université. Une troisième U.F. (Math-Techno) vient s'ajouter aux précédentes. Chaque unité dure 54 heures.

²⁰Ils passent ainsi de la catégorie B de la fonction publique à la catégorie A et leur rémunération devient comparable à celle d'un professeur certifié de l'enseignement secondaire.

²¹Renvoie à une idée plus générale.

²²Circulaire générale du 26/06/79 et Arrêté du 13/07/79.

La circulaire ne donne de précisions que pour les parties dépendant directement des Ecoles Normales, rappelant ainsi la tutelle ministérielle. Elle est articulée suivant cinq points:

- 1) Intentions et objectifs
- 2) Contenus.
- 3) Types d'activités.
- 4) Contrôle et évaluation.
- 5) Equipes d'encadrement.

Je ne vais pas procéder à une analyse très détaillée de ce texte, mais plutôt en dégager les points importants pour la problématique qui est la mienne.

La formation est axée sur une vision des mathématiques construites par l'enfant. Dans cette perspective, le normalien doit avoir une réflexion critique sur sa propre anamnèse mathématique. Il doit avoir réfléchi sur *sa façon d'appréhender les notions antérieurement rencontrées, sur ses modes d'acquisition*. Pour l'amélioration de ces connaissances, il lui est demandé un grand investissement personnel et autonome (recherche de documents). Il doit de plus s'intégrer à des équipes pédagogiques, voire participer à des recherches. La formation doit également développer la connaissance du développement logique de l'enfant. Les travaux de Piaget sont explicitement cités comme référence.

La circulaire insiste ensuite sur les savoirs pédagogiques du maître. *Il (le formé) devra être capable d'organiser son enseignement de telle manière que les notions mathématiques ne soient pas exposées par le maître, mais progressivement construites par les élèves*. Pour cela, le normalien devra exploiter des situations-problèmes afin de faire découvrir ou réinvestir des notions par les enfants. *Il devra aussi être capable d'organiser des enchaînements de séquences conduisant l'enfant à l'élaboration de son savoir*. La circulaire recommande ensuite l'analyse de documents pédagogiques (manuels, matériel didactique, documents audiovisuels ...).

Après avoir déterminé le cadre pédagogique, finalement assez proche des courants rénovateurs de l'époque (G.F.E.N, C.E.M.E.A), les concepteurs de la réforme précisent les contenus de type mathématique. Ils sont semblables à ceux de l'Ecole Elémentaire avec cependant deux élargissements : l'un vers des éléments de logique et l'étude des structures algébriques éventuellement utiles, l'autre insistant sur la genèse psychologique chez l'enfant de notions en relation avec les mathématiques (espace, nombre, grandeurs mesurables). Nous retrouvons ici l'influence piagétienne et quelques traces de la réforme des mathématiques modernes.

Puis, la circulaire propose un type d'activités en fait parallèle (les auteurs utilisent le terme isomorphe) au projet pédagogique précisé pour les enfants : *rechercher à partir de situations-problèmes effectivement rencontrées, aboutir à des résultats qui seront éprouvés par la pratique scolaire*. De plus la formation doit *nantir* les élèves-instituteurs d'outils leur permettant d'assurer leurs cours, mais *ces outils ne devront pas être fournis a priori par les formateurs, mais élaborés, avec l'aide de ces derniers, par les élèves-instituteurs eux-mêmes*. L'encadrement de ces unités de formation est confié aux professeurs d'Ecole Normale assistés occasionnellement par les inspecteurs et en permanence par les conseillers pédagogiques.

Ces textes, par leur valeur réglementaire, imposent aux formateurs une ligne directrice nette. Ils visent à créer une certaine homogénéité dans les pratiques et à engager les formateurs dans une stratégie commune. Je reviendrai sur le lien entre ces textes et les pratiques de formation à partir de l'étude des actes des colloques de P.E.N. et des productions pédagogiques proposées par l'I.N.R.P. Mais notons déjà le poids de l'institution sur les formateurs : textes, formations nationales et Institutions de recherches.

Je vais maintenant préciser les textes qui ont suivi ceux de 1979. En fait, le D.E.U.G. Instituteurs disparaît en 1984 avec la promotion 84/87 qui aura un an de formation professionnelle avant de partir passer un D.E.U.G. à l'Université (avec un stage dans les

écoles pendant cette formation). Après une période transitoire caractérisée par l'importance de l'expérience professionnelle sans formation²³ (ainsi les premiers recrutés titulaires du D.E.U.G. font une année d'enseignement dans les classes et suivent l'année suivante trente semaines de formation à l'Ecole Normale), une nouvelle formation en deux ans est instituée par l'arrêté du 20 mai 1986. Désormais les normaliens entrent en formation après un concours post-D.E.U.G.. Cette fois, la circulaire de mise en oeuvre (datée du 25 septembre 1986) est extrêmement brève conformément aux directives générales du Ministre d'alors, Monsieur Chevènement. C'est ainsi que les nouveaux programmes de 1985 pour les écoles avaient adopté le format du livre de poche et ne comprenaient plus désormais aucune instruction sur leur mise en oeuvre. La circulaire pour les centres de formation suit cette évolution.

La réflexion philosophique sur l'éducation devient le fondement de la formation présentée comme *professionnelle de niveau supérieur*. Le discours sur les formations disciplinaires prend un tour plus technique. Les moyens "*audiovisuels, informatiques et technologiques*" se trouvent promus en force²⁴. Une grande partie de la formation doit être consacrée à leur intégration dans le domaine pédagogique. La circulaire manifeste une réserve nette sur la pédagogie générale et sur le degré d'application de ses principes. Elle fait explicitement allusion à la didactique de chaque discipline. Mais cette allusion reste vague et semble plus due à la volonté de contrecarrer les pédagogies dites d'éveil, qu'à une réelle connaissance du domaine didactique.

Dans la nouvelle structure mise en place, les mathématiques bénéficient d'une dotation horaire de 135 heures (ensuite réduites à 100 heures²⁵). La circulaire se contente ici de donner sans commentaires un contenu de programme axé sur des notions

²³La part des instituteurs sans formation a toujours été importante dans l'éducation nationale, mais on peut dater de cette époque le camouflage institutionnel qui consiste à considérer comme *formation sur le terrain* cette première découverte du métier.

²⁴Au même moment avait été lancé le Plan Informatique pour Tous.

²⁵Cette phase se caractérise, entre autres, par une réduction constante des moyens d'encadrement de la formation.

mathématiques. Ce programme fut vivement critiqué par certains qui lui reprochaient son éloignement des préoccupations de l'Ecole Élémentaire et son ignorance du niveau réel des normaliens.

Ainsi apparaissait l'étude des groupes cycliques et des connecteurs logiques, la complétion de l'ensemble des rationnels²⁶, mais le point le plus marquant fut sans doute le lapsus corrigé ultérieurement qui oubliait totalement la géométrie.

La circulaire de 1986 s'oppose aux précédentes dans la mesure où elle rejette la pédagogie officielle antérieure basée sur l'éveil et la construction du savoir par l'enfant. Elle semble ouvrir la voie à deux types de formations d'enseignants toutes deux technologisantes. Le premier sera bâti sur les technologies nouvelles (surtout l'informatique qui supplante l'audiovisuel) et le second sur une idée de la didactique conçue comme une technologie de l'enseignement²⁷ (avec l'idée d'ingénierie) et non plus pédagogique. Enfin, elle n'exclut pas une formation basée sur la pratique des mathématiques. D'une certaine façon, cette circulaire provoquera l'éclatement du courant pédagogique dominant dans les Ecoles Normales.

En 1991, les Ecoles Normales disparaissent au profit d'une structure universitaire, les I.U.F.M.²⁸. Comme je l'ai précisé, il est encore tôt pour faire le point sur une structure en pleine installation.

La rupture la plus marquante de cette nouvelle formation avec les précédentes réside certainement dans l'instauration du concours à la fin de la première année. Cette modification transforme radicalement les conditions et les règles du jeu en vigueur dans la formation : une grande partie des étudiants n'atteindra pas la deuxième année et inversement une autre partie, réduite, n'aura pas fait de première année.

²⁶Les réunions, organisées par l'Inspection Générale, montreront que très peu de formateurs ont enseigné ces notions.

²⁷Il s'agit là d'une conception très utilitariste de la didactique différente de celle de la didactique des mathématiques conçue comme un champ de recherches.

²⁸La loi d'orientation fondant les I.U.F.M date du 10 juillet 1989. Trois centres expérimentaux furent créés en 1990 et la rentrée 1991 marqua la généralisation des I.U.F.M..

La validation de la première année résulte de la réussite générale au concours. Celui-ci comprend une épreuve écrite de mathématiques²⁹ qui comporte deux aspects :

✧ un volet disciplinaire qui doit permettre de juger les compétences des étudiants en mathématiques, mais dont les exigences doivent tenir compte de la polyvalence disciplinaire demandée aux étudiants.

✧ un volet pédagogique qui a "*pour objet l'analyse «des approches didactiques et des démarches pédagogiques correspondantes»*". Dans cette épreuve le candidat "*est mis en situation de réagir à des documents*".

B. La gestion de la pluridisciplinarité.

Jusqu'à présent, je n'ai décrit les projets de formation officiels qu'à travers le regard du professeur de mathématiques. Mais la spécificité et, sans doute, la difficulté majeure du métier d'instituteur provient du nombre de disciplines à enseigner devant des enfants dont l'âge varie de trois à douze ans. L'étendue des connaissances idéalement exigées confrontée à la réalité fait sans cesse osciller la formation entre deux pôles:

(A) transmettre au normalien une démarche pédagogique transversale en faisant plus ou moins l'impasse sur les spécificités de chaque matière.

(B) accentuer l'approche disciplinaire en laissant le normalien, éventuellement aidé par la philosophie ou la psychopédagogie, faire une savante synthèse de tous les éléments disparates qui lui auront été enseignés.

En forçant un peu le trait, nous allons voir que la circulaire de 1979 opte pour le premier point de vue, et celle de 1986 pour le second.

Le plan de formation de 1979 propose aux normaliens vingt U.F. dont douze concernent les disciplines enseignées à l'école, quatre autres sont plutôt des disciplines de synthèse (philosophie, psychologie, sociologie et connaissance de la culture régionale) et enfin les dernières unités sont consacrées à la découverte des différents

²⁹Note de service n°92-069 du 27/01/1992. B.O. n°5. 1992.

niveaux d'enseignement. Cette formation développe la co-intervention des formateurs qui peuvent être de corps distincts (professeurs, inspecteurs, conseillers pédagogiques) ou d'origines disciplinaires différentes. L'institution favorise ces échanges par l'attribution de moyens financiers : ainsi les conseillers bénéficient de six heures de décharge pour travailler avec les professeurs de l'Ecole Normale, et ces derniers peuvent avoir jusqu'à dix pour cent de leur horaire en co-intervention.

L'U.F. de Math-Techno fournit un exemple de l'institutionnalisation de l'approche interdisciplinaire prônée par le Ministère. La responsabilité de cette unité appartient conjointement aux professeurs de mathématiques et de physique, ils doivent s'adjoindre un psychopédagogue. Cette unité doit *montrer comment les activités d'éveil physico-technologique peuvent contribuer au développement de la pensée logique et à l'acquisition du langage mathématique chez l'enfant et inversement, comment l'outil mathématique trouve des applications dans les domaines scientifique, technique et pratique.*

Ce vaste et intéressant projet devra être mis en oeuvre dans les classes à partir d'activités d'éveil prises dans le domaine physico-technique. Les contenus supports de ces activités seront d'une part la mesure et les activités de mesurage, et d'autre part l'objet technique et la notion de fonction technique. Le normalien devra également connaître à cette occasion les théories de Piaget sur la construction des grandeurs physiques chez l'enfant, sur la genèse de la notion de conservation, les conduites non transitives de l'enfant et les relations entre les structures logiques et les conceptions causales.

Je ne vais pas parcourir les nombreuses U.F. prévues qui ne concernent plus directement les enseignants de mathématiques. Elles étaient toutes construites sur le même modèle, chacune comportait des objectifs méthodologiques basés sur des connaissances plus ou moins précises. Ainsi la démarche scientifique apparaît liée à des situations concrètes que le maître peut expliciter. La formation vise alors à lui donner

un corpus d'activités exploitables en classe. De même, en histoire et géographie (appelées à l'époque sciences sociales), si l'on insiste sur la mise à niveau nécessaire, l'objectif principal reste de fournir au normalien des projets qui permettront d'organiser des sujets d'étude. Les auteurs conseillent même de faire *travailler en groupe quelques sujets cadres ou quelques projets homologues des activités pédagogiques qui pourraient à divers niveaux être menées avec des enfants*. Le parti pris en mathématique de développer des situations-problèmes rejoint cette préoccupation constante de donner la prééminence aux activités dans la formation des maîtres et dans la pédagogie des classes.

Comme je l'ai déjà signalé, la circulaire de 1986 va à l'encontre de cette conception et développe un modèle de type (B). Les disciplines restent nombreuses, du fait de la polyvalence, et apparaissent sous leur dénomination traditionnelle. Les professeurs de philosophie avec 250 heures se voient reconnaître un rôle fédérateur qui doit permettre une mise en perspective des différents apports disciplinaires. La démarche philosophique supprime la psychopédagogie. Les activités manuelles disparaissent au profit de la technologie des outils modernes. L'informatique devient obligatoire avec 70 heures. La co-intervention disparaît et les conseillers pédagogiques regagnent leur classe pour assurer des tutelles et des suivis de normaliens en stage. Quant aux universitaires, ils sont priés d'apporter un complément scientifique dans les disciplines enseignées à l'école élémentaire. L'U.F. Math-Techno, caractéristique du syncrétisme du plan de formation précédent, disparaît. La mesure réintègre les mathématiques et le mesurage, la physique.

Pour caractériser grossièrement les deux types de formations envisagées, il s'agit dans le premier cas, d'une pédagogie basée sur les activités, et dans le deuxième, d'une pédagogie où l'institutionnalisation des connaissances est essentielle³⁰. D'un côté on a

³⁰J'ai caractérisé ces différentes pratiques en utilisant le terme d'acte didactique par opposition à action didactique voir page 221.

une vision de la formation très liée aux démarches d'apprentissage centrées sur l'enfant, à l'opposé la seconde conception des problèmes d'enseignement est très technicienne.

Les formateurs doivent donc bâtir leur stratégie entre ces deux axes. Mais il faut aussi tenir compte des contraintes institutionnelles pour observer les choix effectués. Ainsi à partir de 1986, la suppression des avantages antérieurs qui favorisaient la co-intervention et le travail de recherche dans les classes, rend difficile le lien avec les écoles. Le bénévolat, les recherches personnelles ou d'anciennes relations permettent le maintien du lien théorie-pratique. L'évolution actuelle avec les I.U.F.M. placés dans le supérieur semble accélérer un processus d'éclatement de la formation en trois pôles bien distincts qu'il nous faudra clarifier ultérieurement. Il s'agit des pôles mathématique, didactique et enfin pédagogique.

II. Les acteurs de la formation.

A. Les étudiants.

Je vais tenter ici de cerner l'extrême diversité des étudiants qui suivent la formation pour devenir enseignants dans les écoles primaires. Cette diversité apparaît au niveau de l'âge, des études suivies et influe sur la représentation des mathématiques et de leur enseignement. La féminisation de ce public (généralement plus de 90%) est aussi une caractéristique des centres de formation.

Pour illustrer mes propos, je donnerai quelques données statistiques. Celles-ci doivent être prises avec beaucoup de précautions et ne seront souvent utilisées que comme preuve d'existence des catégories citées. En effet, elles ne concernent que le département de l'Eure et ne reflètent pas les importantes variations régionales. De plus, nous avons vu que les conditions d'accès aux Centres de formation ont fréquemment varié. A cela s'ajoute la fluctuation des effectifs (22 en 1984, 125 en 1991) qui modifie parfois de façon importante l'origine des étudiants.

La formation professionnelle des enseignants, comme nous l'avons vu, se propose de rendre capable le stagiaire ou l'étudiant de prendre en charge une classe. Parfois comme dans le choix (B), le formateur peut rester a priori relativement neutre devant les différents types d'enseignement et refuser de choisir une démarche pédagogique plutôt qu'une autre. Plus exactement il ne la transmet pas de façon explicite et même, abrité derrière un discours technique, il peut affirmer le caractère second des attitudes pédagogiques. Dans le modèle de formation de type (A), la transmission explicite d'une démarche pédagogique se trouve affirmée. Dans tous les cas de figure où cette volonté est affirmée, il devient essentiel d'analyser l'état initial des formés vis-à-vis des formes d'enseignement des mathématiques.

Pour connaître cet état, on peut s'appuyer sur le parcours des normaliens avant leur entrée au centre de formation et sur des questionnaires visant à faire émerger certaines représentations des mathématiques et de leur enseignement. Voici par exemple le questionnaire que j'utilise régulièrement en début de formation³¹.

- 1) Donnez trois mots ou expressions qui caractérisent les mathématiques.
- 2) A quoi servent les maths à l'école et hors de l'école ?
- 3) Quels types de connaissances sont utiles pour enseigner les mathématiques à l'école ?
- 4) Pourquoi réussit-on, échoue-t-on en mathématiques ?
- 5) Quels sont les moments importants d'un cours de maths à l'école ?
- 6) Les mathématiques sont-elles une science morte ? Pourquoi ?
- 7) Caractérisez un bon élève en mathématiques.
- 8) A quoi reconnaît-on un bon enseignant, un mauvais enseignant ?
- 9) Précisez vos demandes dans le cadre de ce cours.

Les réponses à ce questionnaire doivent être analysées en détail par M.L Peltier dans le cadre de sa thèse. Dans ce chapitre, j'ai surtout utilisé la dernière question. J'ai tenté de croiser les réponses obtenues avec les diverses expériences professionnelles antérieures

³¹Mis au point avec Marie-Lise PELTIER.

des étudiants. Mon hypothèse étant que les attentes et demandes par rapport à la formation ne sont pas indépendantes des différents cursus des étudiants.

Dans les Centres de formation, nous pouvons distinguer différents groupes indépendants d'étudiants ayant suivi des parcours distincts :

1) Les étudiants qui n'ont jamais enseigné.

a) ceux qui sortent directement de la faculté (25% en 1990).

b) ceux qui ont eu une expérience professionnelle, hors de l'enseignement (un peu plus de 30%), ou familiale (mère de trois enfants (10 dans la promotion citée)...)

2) Les étudiants qui ont déjà enseigné. (47 % en 1990)³².

a) soit en attendant leur entrée à l'Ecole Normale,

b) soit comme maître auxiliaire, sans perspective assurée d'avoir une formation.

3) Enfin dans le cas de la formation continue, les enseignants titulaires ayant eu ou non une formation initiale.

L'étude des questionnaires confrontée à cette première classification permet d'émettre un certain nombre d'hypothèses et surtout de dégager différents types de public.

Dans le cas 1 a), le modèle de transmission du savoir présent chez les étudiants est soit l'exemple flou, mais qui est souvent affirmé, fourni par le souvenir de l'enfant-élève, soit l'exemple plus récent du modèle universitaire ou secondaire de l'enseignement des mathématiques. On trouve aussi fréquemment des références à des expériences en tant

³²L'importance de cette catégorie est due aux formations différées. Dans les départements déficitaires, le concours d'entrée recrute deux ensembles d'étudiants : les premiers entrent directement en formation, les seconds (listes complémentaires) partent dans les classes comme remplaçants. Ces derniers ont l'assurance d'entrer en formation l'année suivante où ils prennent d'entrée un quota des places offertes au concours. Ainsi en 1991, sur les 125 postes offerts, 15 seulement ont été occupés par des étudiants reçus au concours de l'année citée.

qu'animateur de colonie ou de centres aérés³³. Les étudiants de cette catégorie ne répondent pas à la dernière question ou ont des formulations très générales comme :

des attentes sur les aspects de l'enseignement des mathématiques à l'école

ou de façon peut-être un peu ironique :

avoir une formation suffisante pour répondre aux exigences de mon futur métier.

Nous émettons comme hypothèse que les étudiants de ce type attendent que la formation leur fournisse un modèle à suivre. Ce modèle sera admis, au moins dans un premier temps, sans beaucoup d'esprit critique et ceci nous semble-t-il pour deux raisons :

✧ a priori les étudiants n'ont aucune raison de contester le savoir transmis par l'institution scolaire à moins de mettre en cause l'institution elle-même.

✧ une autre raison moins discutable est leur absence d'un minimum de pratique enseignante, ce qui ne leur permet pas de faire le tri parmi toutes les informations qui leur sont données³⁴.

Pour le cas 1 b, les étudiants de ce type mettent souvent en question les modèles vécus en tant qu'élèves. Ils s'appuient pour cela parfois sur leur expérience de parents ayant des enfants scolarisés, parfois sur leur vécu professionnel qui leur a permis de constater certaines inadaptations de l'école par rapport aux attentes sociales.

Cas 2: les deux sous-cas sont assez proches mais diffèrent par la nature de l'expérience éducative. Dans le premier cas, celui des élèves placés sur le terrain avant d'entrer à l'EN (listes complémentaires), cette année apparaît comme une année d'attente avant formation. Dans le deuxième cas, élaborer son propre modèle de formation devient nécessaire. Mais pour certains (enseignants en collège ou lycée) il n'y a pas de réelle

³³Cette référence est parfois valorisée par l'institution : les E.I. devaient être titulaires du BAFA et en 1991 ces activités étaient pour l'I.U.F.M. de Rouen un critère d'attribution d'allocations.

³⁴Cette remarque m'a souvent été formulée par d'anciens étudiants que je retrouvais comme stagiaires en formation continue.

vision de l'école élémentaire qui apparaît souvent comme un havre de paix après une expérience chaotique.

A condition de n'avoir pas travaillé trop longtemps dans les classes (dans ce cas ils sont plus proches des enseignants en formation continue), les élèves-instituteurs de ce type sont relativement déstabilisés quant à leurs représentations de l'enseignement. Leur vision naïve (issue de leur souvenir d'élève) a été confrontée à la réalité des classes et ils n'ont pas encore eu le temps de se constituer un ensemble de représentations fixes³⁵. Leurs attentes par rapport à la formation sont importantes et précises (parfois trop!). Elles concernent soit des domaines disciplinaires très pointus :

comment aborder la notion de chiffres

soit l'organisation des séances de mathématiques

la durée, le moment

soit les enfants en difficultés

Que faire face à un élève qui manque de logique ?

soit enfin des aspects plus méthodologiques,

la part des manipulations, l'introduction des maths sans mots "matheux".

Il y a très peu de demandes sur une mise à niveau en mathématiques contrairement à la première population.

On peut émettre l'hypothèse que d'une certaine façon, c'est un public plutôt demandeur d'une formation de type (A) axée sur les démarches pédagogiques, par contre une approche basée sur des savoirs disciplinaires provoque certains grincements.

Enfin se pose le problème des normaliens ou des étudiants qui ont déjà un important passé d'enseignant dans les écoles (ou des stagiaires de la formation continue). Dans ce cas le formé a généralement constitué ses représentations autour d'un noyau stable. Le

³⁵Je désigne ainsi la dernière étape constitutive de la création dynamique d'une représentation selon MOSCOVICI. Cette représentation est alors constituée d'un noyau central qui semble particulièrement stable. Voir Aline ROBERT et J. ROBINET opus cité.

contenu de la formation sera transformé et amalgamé au tissu ancien des représentations. Le stagiaire échappe en quelque sorte à ses formateurs et ceci d'autant plus que sa formation sera de courte durée.

De cette première étude, retenons surtout le fait qu'il y a trois types de populations :

P₁: Un ensemble aux représentations labiles et peu définies.

P₂: Une population aux représentations déstabilisées et en attente de solutions.

P₃: Un groupe dont le noyau des représentations est très stable.

Face à tous ces cas, les formateurs pourront développer différents modes de formation qui pourront avoir les formes suivantes:

1) une attaque frontale et militante de tous les types de représentations afin de les remplacer par le modèle du formateur.

2) un travail visant à stabiliser les conceptions instables des stagiaires dans un sens conforme à ses aspirations.

3) une action marginale portant plutôt sur la périphérie des représentations.

Dans le modèle de formation de type (B) (voir page 30), modèle que je nommerai technicien, la pratique enseignante est seconde par rapport à la réflexion didactique sur les contenus d'enseignement. La recherche porte essentiellement sur la mise en place de situations fondamentales du point de vue mathématique et non plus pédagogique.

Dans ce cadre, l'enseignant peut éventuellement ignorer les représentations des étudiants. En effet, il apporte une solution technique dont la justification réside dans l'efficacité supposée prouvée. Mais, la difficulté de prouver la validité de ces techniques entraîne qu'il est délicat de tenir jusqu'au bout une telle attitude.

Notion de "bonne forme"

Parmi les caractéristiques du public en formation, on peut introduire le paramètre d'attente d'une *bonne forme*. Cette notion est à l'origine un concept de la Gestalt-

Theorie. Elle a été reprise en pédagogie pour désigner les formes d'enseignement particulièrement stables et aisément reproductibles, l'activité devant se dérouler suivant un chemin bien déterminé et provoquer de la part de l'enfant un ensemble de réactions stables. Deux exemples classiques sont la dictée traditionnelle pour l'orthographe et le procédé La Martinière pour le Calcul mental. On peut aussi signaler la règle de trois et l'exemple des tableaux de conversion que nous verrons plus tard.

Plus généralement, j'appellerai "bonne forme" un état d'équilibre du système didactique. Le système dont je parle ici est l'ensemble traditionnel structurant une classe avec ses différentes composantes [le maître, les élèves (l'élève), le savoir] intégrées dans un environnement socio-économique donné. Dans ce système, il sera important pour le maître de trouver des formes d'enseignement qui lui permettront de satisfaire tous les intervenants du système à un coût jugé par lui minimal. Ce point d'équilibre dépend de multiples contraintes souvent subjectives (satisfaction des parents, économie temporelle propre au maître). Cet équilibre doit satisfaire différents paramètres comme celui du confort des élèves et de l'enseignant, celui de l'apprentissage et de la réussite pour l'élève³⁶. On peut également parler d'un équilibre entre le travail, le plaisir et l'efficacité.

Dans les demandes de formation, l'attente de ces bonnes formes apparaît derrière la demande de travaux directement applicables dans les classes ou de solutions précises à apporter à certaines difficultés particulières.

Trois questions vont alors se poser au formateur d'enseignants:

✧ les bonnes formes sont-elles compatibles avec sa conception de l'enseignement des mathématiques ?

✧ doit-il transmettre ces formes et donc de ce fait les institutionnaliser avec le risque d'être ensuite piégé par certaines dérives non prévues³⁷ ?

³⁶ Exemples donnés dans un autre contexte par Aline ROBERT, Didirem 5, Paris VII, Nov 91.

³⁷ Je pense ici notamment au fait de conseiller l'utilisation de certains manuels scolaires.

✧ existe-t-il des bonnes formes pour la transmission de la didactique ?

Autant de questions délicates où apparaît en filigrane le risque de transformer en conditionnement à une "forme" ce qui devrait être un apprentissage de fond³⁸.

Jusqu'à présent, j'ai surtout insisté sur les représentations des étudiants par rapport à l'enseignement des mathématiques. Pour terminer l'étude des caractéristiques de ce public, il est nécessaire d'aborder leurs connaissances théoriques en mathématiques. C'est semble-t-il un lieu commun d'insister sur l'origine plutôt littéraire des futurs enseignants du premier degré.

Voici à titre d'exemple, toujours pour la promotion 1990-1991, les types de baccalauréats obtenus :

Bac A	41,1%
Bac B	27%
Bac C et D	22,4% dont 4% pour le bac C
Bac F et G	9,4%

Au niveau des études universitaires, cette tendance s'accroît puisque seulement 18% des étudiants de cette promotion ont fait des études scientifiques au sens large.

Cette absence de formation scientifique ne signifie pas que les étudiants possèdent une représentation des mathématiques négative, les questionnaires renvoient plutôt une image positive. Cette remarque rejoint celles fournies par une étude dirigée par Jacques Colomb³⁹ portant sur les instituteurs et les professeurs de Collège. Les auteurs notent peu de décalage entre les deux populations si ce n'est que les professeurs insistent plus sur l'aspect vivant et utile des mathématiques alors que les instituteurs sont plus

³⁸LE NY, 1961, Le conditionnement et l'apprentissage, PUF, 1980.

³⁹COLOMB J, GUILLAUME J.C, CHARNAY R, Articulation école/collège. Quels contrats disciplinaires en mathématiques? Revue Française de Pédagogie, 80, 1987

sensibles aux aspects techniques. Mais les deux se rejoignent pour souligner l'aspect universel, ouvert des mathématiques et le lien des activités mathématiques avec des activités de recherche.

La plupart des étudiants qui ont vraiment rejeté les mathématiques n'ont commencé à le faire qu'à partir de la troisième. Cependant, l'ignorance de certains d'entre eux reste préoccupante et particulièrement spectaculaire. Je reviendrai plus en détail sur les problèmes posés par ces lacunes dans l'étude détaillée des différentes stratégies de formation.

B. Les formateurs en mathématiques.

Je vais donner ici quelques indications sur le statut, les conditions de service et la formation des formateurs en mathématiques.

a) Le statut des formateurs.

Durant l'existence des Ecoles Normales, les professeurs qui enseignaient dans ces centres de formation, portaient le nom de Professeurs d'Ecole Normale (P.E.N.). Cela ne fait allusion qu'à leur fonction car il n'y a jamais eu de statut spécifique pour ces professeurs malgré l'insistance de leur syndicat. Les professeurs étaient recrutés parmi les professeurs certifiés ou agrégés selon des modalités qui ont varié suivant les années. Ce n'est qu'à partir de 1983, que l'affectation sur les postes en Ecole Normale a fait l'objet d'un mouvement particulier au sein de l'éducation nationale. En 1983 et 1984, une commission a même fonctionné pour ce recrutement.

Plus récemment, dans un rapport préparatoire à la constitution des I.U.F.M. adressé au Ministre de l'Education, le Recteur Bancel⁴⁰ apporte les précisions suivantes sur le profil souhaité pour un formateur :

le formateur doit avoir un projet personnel de formation, il doit être engagé dans une activité de recherche, fût-elle minimale. Il doit aussi d'une manière

⁴⁰BANCEL D, 1989, "Créer une nouvelle dynamique de la formation des maîtres", Rapport au Ministre de l'Education Nationale le 10/10/89.

ou d'une autre exercer une activité sur le terrain où ses étudiants seront amenés à suivre une formation pratique.

Il doit être, en plus de la maîtrise d'un domaine circonscrit, capable de discerner les enjeux éducatifs et politiques de son activité. Enfin il doit être prêt à travailler en équipe pour préparer ses actions et accepter d'intervenir avec d'autres formateurs.

Les exigences portent donc à la fois sur des compétences disciplinaires et professionnelles et aussi sur une sensibilité "politique" aux phénomènes d'enseignement. Ainsi se trouve souligné le double aspect universitaire et administratif des centres de formation des maîtres. Dans les I.U.F.M., les formateurs de mathématiques pour le premier degré peuvent être, des professeurs du secondaire ou des universitaires (Professeurs ou Maîtres de Conférences).

b) les conditions de service.

Dans les Ecoles Normales, diverses dispositions favorisaient la constitution d'équipes de formateurs et la mise en oeuvre de certains des souhaits énoncés dans le rapport Bancel :

✧ une concertation hebdomadaire pour permettre la coordination entre formateurs.

✧ des activités dites d'animation dans les classes pour permettre le lien des formateurs avec les classes de leurs étudiants et un certain type de recherche.

✧ le suivi des étudiants pendant les stages.

Ces diverses activités étaient prises en compte dans le service des professeurs, ce qui n'est plus le cas dans les I.U.F.M. où ces activités sont souvent faites en plus du service d'enseignement.

c) la formation des formateurs.

Les formateurs d'enseignants peuvent bénéficier d'une formation continue relativement importante sous forme de "stages nationaux"⁴¹. Cette formation vise à assurer une cohérence nationale et une diffusion satisfaisante des directives ministérielles. Enfin, il y avait la possibilité jusqu'en 1986, d'une année complète de formation pour les professeurs titulaires d'un poste de formateur. Il faut noter l'absence de formation initiale spécifique.

Enfin, grâce aux I.R.E.M., fonctionne chaque année un colloque des formateurs en mathématiques qui constitue un lieu d'échanges moins dépendant de la tutelle administrative. Comme je l'ai signalé, j'ai abondamment utilisé les actes de ces colloques pour cette étude. (Voir page 15).

Les anciens professeurs d'Ecole Normale étaient très engagés dans les I.R.E.M. et dans l'I.N.R.P. pour mener un type d'activités désigné sous le terme de recherche-action. Il s'agissait de mettre au point des activités pour les élèves de l'école élémentaire en les testant dans des classes. Il n'y avait pratiquement pas de recherche didactique de type universitaire⁴².

Dans cette présentation des formateurs en mathématiques, je n'ai fait allusion qu'aux professeurs, mais nous verrons dans l'étude détaillée des stratégies⁴³, l'importance des conseillers pédagogiques qui sans être des spécialistes des mathématiques, jouent un rôle important auprès des étudiants, surtout au moment des stages dans les classes.

Le problème se pose alors de l'articulation entre les conceptions relatives à l'enseignement des mathématiques des uns et des autres. Normalement, celle-ci est favorisée par des activités de liaison comme les recherches-actions. Cependant, de nombreux conseillers pédagogiques préfèrent travailler dans le domaine qui leur est le

⁴¹On désigne ainsi des stages qui regroupent des formateurs de toute la France.

⁴²En 1992, il n'y a eu que quatre professeurs de mathématiques proposés à la qualification pour être Maîtres de Conférences à la suite de travaux de Didactique.

⁴³ Voir notamment les stratégies basées sur la monstration.

plus familier et il s'agit plutôt, vu leur origine qui reflète celle de la majorité des étudiants, du français et des matières littéraires en général. Ainsi, il sera fréquent de noter un décalage entre les démarches proposées par le professeur de mathématiques et celles du maître-formateur. En fait, la grande diversité des pratiques que nous allons constater tout au long de cette étude chez les professeurs existe également chez les conseillers pédagogiques.

Approche de quelques stratégies de formation dans un contexte pluridisciplinaire.

Je vais maintenant étudier quelques éléments fournis par un stage d'une semaine que j'ai suivi à Quimper au mois de Mai 1991 dans le cadre de la formation réservée aux formateurs d'instituteurs. Ce stage était consacré à l'approche de la notion d'espace dans différentes disciplines. Les formateurs animant ce stage étaient des P.E.N. de géographie, philosophie, dessin, musique, français et EPS. Curieusement, aucune intervention en mathématiques n'était prévue.

Mon objectif premier était de repérer le mode de structuration d'une notion transdisciplinaire comme l'espace, dans le cadre d'une formation éclatée entre de multiples intervenants. Je voulais ainsi noter certaines difficultés dues au manque de compétence des formés dans les domaines qui ne sont pas leur spécialité universitaire.

Mon deuxième objectif, qui s'est avéré mieux satisfait que le premier, était de faire ressortir certaines stratégies de formation qui apparaissaient plus clairement car elles étaient en quelque sorte décontextualisées de leur environnement mathématique. C'est à cette analyse qu'est consacré le chapitre qui suit.

La séance de géographie.

Je donne d'abord un résumé de cette séance introductive au stage, qui a duré environ une heure trente :

1) Mise en situation des stagiaires avec pour consigne de représenter la Bretagne, ensuite affichage au tableau des différentes productions. L'objectif assumé par

le formateur est de mettre en évidence les représentations mentales et leur variété. Elles apparaissent ici sous les formes suivantes :

- texte écrit et termes de vocabulaire
- ensemble de symboles (menhirs, Astérix)
- cartes mélangées à des symboles ou à des mots
- cartes géographiques homogènes

Puis suit une rapide institutionnalisation : il faut partir des représentations de l'apprenant pour effectuer un cours.

2) Ensuite le formateur présente une activité effectuée avec les normaliens : c'est le même point de départ, mais ensuite chaque normalien doit représenter un pays d'Europe et la réunion des différents travaux constituera une sorte de carte mentale du continent. (Ainsi on constate une sur-représentation des pays du Sud (Espagne, Italie..) et de l'Angleterre et une quasi absence de l'Europe orientale).

3) Dans un troisième temps nous est présentée une activité de classe avec des enfants d'un petit village breton:

représenter son village avec quelques idées qui se dégagent : l'aspect fonctionnel du centre, l'existence d'une zone rurale (surtout représentée par les enfants ayant quitté la grande ville), la situation du village. La synthèse du maître doit exploiter ces connaissances manifestées par les enfants. Puis nous voyons les travaux des enfants et le formateur nous annonce la venue en fin de stage de l'institutrice de la classe.

Cette façon de procéder est l'archétype d'un mode de transmission très courant en formation des maîtres :

- 1) Activité avec les formés apparemment homologue à une activité de classe.
- 2) Présentation de l'activité menée dans une classe avec traces des travaux et éventuellement présence de l'instituteur.

Ainsi se dégagent les prémices d'un premier type de stratégies que je nommerai stratégies d'homologie.

Les deux activités proposées sont aussi proches que possible l'une de l'autre modulo quelques adaptations dues aux contraintes externes plus qu'au choix du formateur. Ainsi ces activités basées sur un passé commun aux individus du groupe-classe rendent le travail de conception du formateur d'adultes souvent plus difficile. Ici le passé commun réduit des adultes opposé à celui des jeunes enfants, permet de comprendre le choix de l'Europe et non celui du village. Un autre paramètre important est le temps disponible pour mener l'activité. Dans ce cas, cette variable peut expliquer la différence entre les deux formations d'adultes (une heure trente dans le cas de mon stage contre plusieurs séances de trois heures dans la formation des normaliens).

Une autre caractéristique de formation apparaît dans cet exemple: c'est le peu de distance théorique par rapport à la pratique. Il n'y a pas de travail d'explicitation de ce qu'est une représentation. D'une certaine façon, il est demandé aux stagiaires de construire cette notion à partir de l'expérience commune. L'idée de représentation dégagée ici restera au niveau de ce que certains appellent avec mépris le folklore de la psychologie⁴⁴ et apparaît comme produite par l'activité. Elle n'aura certainement pas le même sens pour tout le monde. Mais peu importe pour le formateur, le contrat de formation ne passe pas par la conceptualisation mais par la présentation d'une tâche éventuellement reproductible. Ainsi ces formations manifestent un refus de l'institutionnalisation des concepts qui guident l'acte pédagogique mais elles insistent sur les situations produisant ces concepts.

Un autre point à signaler est la faible importance du contenu disciplinaire. On donne un exemple sans doute réexploitable mais qui augmente faiblement les connaissances géographiques du normalien. Par contre, on espère ainsi le rendre opérationnel dans une classe. D'ailleurs, très logiquement, les bibliographies sont prises dans la littérature pédagogique la plus accessible (livre du maître, revue pour instituteurs).

⁴⁴THOM R, 1988, Esquisse d'une sémiophysique, InterEditions, Paris.

La séance d'E.P.S.

Nous allons maintenant présenter une séance qui pose certains problèmes d'interprétation et qui semble marquer une régression dans l'acte de formation d'adulte en identifiant totalement l'étudiant à un enfant.

Dans le cadre de ce stage consacré à l'espace, nous nous sommes rendus ensuite dans le gymnase pour une activité physique. Dans ce lieu, nous avons dû suivre un certain nombre de consignes données par le formateur. Je vais détailler le déroulement vécu car il me semble significatif là encore d'une forme typique d'enseignement de la pratique de la classe.

Le formateur donne à chacun des participants un frisby

Consigne 1 : Lancer le frisby dans le gymnase. Suit une rapide synthèse où le formateur nous fait remarquer que nous lançons le frisby vers le haut et que nous restons groupés d'où

Consigne 2 : Lancer plus haut, ne pas rester dans un coin du gymnase. Cela entraîne un jeu avec les différents éléments de la salle, paniers de basket, éclairages, armatures métalliques du gymnase...

Consigne 3 : Lancer horizontalement mais loin. Petite synthèse où l'on nous signale que la technique du lancer se met progressivement en place et que quelques échanges entre les gens ont eu lieu d'où

Consigne 4 : Par deux s'échanger les frisbys. Arrêt de l'activité et cette fois réorganisation du groupe en deux parties placées sur les petits côtés opposés du gymnase avec la consigne suivante

Consigne 5 : Envoyer les frisbys d'un groupe à l'autre.

Consigne 6 : Tout frisby qui ne dépasse pas les lignes séparant les deux groupes est hors-jeu. Cette fois lors de la synthèse le formateur constate l'amélioration de la technique et les efforts faits pour récupérer le frisby avant qu'il ne touche le sol.

Consigne 7 : Par deux lancer le frisby (il n'y qu'un frisby pour deux contrairement à la consigne 4)

Consigne 7 bis: Ne pas rester statiques, se déplacer dans le gymnase en lançant le frisby.

Consigne 8 : Nous sommes rassemblés pour finir par un jeu collectif ressemblant au hand-ball mais utilisant le frisby à la place de la balle.

L'objectif que précise le formateur dans sa préparation, mais qu'il n'a à aucun moment communiqué aux stagiaires consiste à *s'appropriier un espace, connaître un lieu dans toutes ses dimensions à partir d'une activité. Introduire un objet*. Cet objectif renvoie à un apprentissage premier de l'E.P.S. mais ce n'est en aucun cas un objectif second de réflexion sur un apprentissage.

Le formateur a donc décidé de former ces étudiants en leur montrant une façon d'agir dans une classe. Il y avait deux possibilités :

1) Il aurait pu nous conduire dans une classe et faire une visite avec une observation effective d'une classe élémentaire en train de fonctionner. Dans ce cas je parlerai de stratégies de monstration.

2) Il peut aussi procéder de manière indirecte comme ici. Le formateur joue le rôle d'un maître, les formés celui des élèves. Il y a donc mise en situation effective des normaliens qui devront s'approprier la manière d'enseigner par imitation. Cette stratégie relève à la fois de la monstration (mais indirecte) et aussi de l'homologie mais dans une forme directe de pure répétition relativement simpliste. La définition exacte de cette stratégie dépendra de la suite donnée à cette séance.

Il faut noter que derrière la pauvreté théorique de cette séance se cache une efficacité locale très grande : je pense en effet que je serais capable de mener une séance sur le frisby dans une classe.

Je reviendrai plus tard en détail à partir d'exemples pris en mathématiques sur les caractéristiques des stratégies de monstration.

La séance de dessin

Cette fois, le formateur va tenir un discours plus théorique sur la place de l'espace dans l'éducation artistique. Il s'agit pour lui de faire sentir à l'enfant la notion d'espace, d'éduquer son regard aux illusions et aux créations spatiales effectuées par les artistes. Nous suivons alors un exposé consacré à l'espace pictural (perspective, couleur...). Puis se pose la question des activités à faire avec les enfants pour aborder ces différentes notions. En fait, il s'agira d'une sensibilisation et d'un apprentissage de techniques sans les connaissances théoriques jugées trop complexes pour les élèves de moins de onze ans. Le formateur nous présente alors un lot de petites activités qu'il a retenues en raison de leur caractère accessible pour le commun des formés. Ceux-ci ont rarement le dessin pour spécialité et même ont souvent une attitude de rejet vis-à-vis de cette discipline et il faut en tenir compte. Nous retrouverons constamment cette préoccupation en mathématiques. Enfin nous devons effectuer une activité parmi un choix de diverses propositions.

La stratégie de formation mise en oeuvre ici assume le problème de la transposition d'un savoir. Dans ce cas je parlerai de stratégie de transposition. L'objectif reste un savoir savant d'adulte. Les activités proposées sont une approche de ce savoir. Elles ont aussi la caractéristique d'être transposées : elles sont adaptées à la fois à des enfants et à des adultes peu compétents dans la discipline. Cette transformation sera sans doute un point spécifique de la didactique des mathématiques pour l'école élémentaire, du moins si elle prétend à une efficacité dans la professionnalisation des étudiants.

La séance "cinéma"

Je signale simplement cette séance sans m'appesantir sur les détails. Elle était consacrée à une notion, l'espace cinématographique, qui ne figure pas explicitement au programme de l'école élémentaire. Ce fut donc pour nous l'occasion d'obtenir, en visionnant quelques extraits de film, des éléments de sémiotique de l'image. Le professeur nous a transmis des connaissances théoriques sans avoir comme préoccupation immédiate la

transmission de ce savoir à des élèves. Ainsi nous découvrons un mode de formation très axé sur l'accroissement du savoir savant du maître sans la perspective proche d'une mise en place pédagogique (et même dans ce cas sans réfléchir à son existence éventuelle). Je parlerai alors de stratégie culturelle.

Conclusion

✧ Sur le problème de la pluridisciplinarité.

Ce stage, malgré sa brièveté me semble résumer l'aspect de mosaïque que peut revêtir une formation pluridisciplinaire. Les interventions se juxtaposent sans liens construits par les formateurs. Dans ce cas, le formé doit constituer, s'il le souhaite, sa propre image de l'espace.

On peut noter l'opposition de deux types d'intervenants:

a) ceux qui raisonnent dans leur discipline et qui finalement occultent les aspects généraux du thème mais restent en prise avec la réalité de la classe.

b) ceux qui ont décidé de prendre leur distance avec cette pratique au quotidien pour introduire une dimension culturelle sans application directe à l'enseignement.

Cette opposition va entraîner des réactions très variables d'un public à l'autre avec des effets de groupes, soit de rejet soit d'acceptation. En formation initiale, on peut noter une attente, de plus en plus pratique sans préoccupations culturelles, au fur et à mesure qu'on se rapproche de la fin des deux ans de formation.

✧ Sur les stratégies de formation.

Ce stage m'aura permis de découvrir et surtout d'observer certaines pratiques propres aux formateurs d'enseignants. Ma position de formé non-spécialiste des matières présentées m'a sans doute conduit à interpréter et à simplifier les stratégies de ces enseignants. L'apparente pauvreté de pensée que je leur attribue est certainement plus due à mon incompetence dans leur domaine qu'à une réalité objective. Cependant, la déception que j'ai éprouvée lors de ce stage provient aussi du fait que les stratégies

observées s'inscrivent pour la plupart dans le courant de formation (A), très axé sur les démarches. Les formateurs ont tous été nommés avant 1980 en Ecole Normale. Ils ont une nette tendance à exclure toute approche didactique de leur enseignement et à ne pas expliciter une grande partie de leurs décisions. Il n'y a pas ou très peu d'institutionnalisation et l'ensemble repose plus sur du vécu et de l'affectif que sur une objectivation des pratiques pédagogiques.

Ces observations d'actions assez simples (pour ne pas dire plus) font apparaître clairement les lignes de quatre familles distinctes de stratégies :

1) Les stratégies culturelles qui mettent l'accent sur le contenu disciplinaire et se préoccupent peu des applications pédagogiques laissées à la charge des étudiants. Elles donnent donc le primat au "savoir savant" propre à chaque discipline.

2) Les stratégies de monstration. Elles constituent le modèle le plus archaïque de formation professionnelle, lorsqu'elles sont non explicites et basées sur l'imitation. En revanche, elles semblent offrir des possibilités importantes dans le cas où elles seraient couplées avec une pratique de l'observation étayée par une théorie didactique. Mais ces éléments existent-ils ?

3) Les stratégies d'homologie qui procèdent par analogie entre la formation de l'adulte et la formation de l'enfant. Les défenseurs de ces stratégies insistent sur la nécessité de faire coïncider les démarches utilisées en formation des maîtres avec celles qui sont prônées pour les classes. Mais peut-on bâtir une formation d'enseignants sans explicitation et sans discours théorique ?

4) Les stratégies de transposition qui mettent l'accent sur les phénomènes de transpositions. Le formateur pose alors explicitement aux étudiants la question de la transmission d'un savoir à des enfants. Comment peut-on mettre en place des situations de formation qui intègrent cette donnée de façon opérationnelle ? Comment agir lorsque les adultes ne possèdent pas ou mal eux-mêmes le savoir qu'ils vont devoir transmettre ?

Ces stratégies axées sur le savoir de l'adulte ne risquent-elles pas d'occulter l'enfant et ses problèmes d'assimilation ?

L'observation en tant que stagiaire a fait ressortir ces différentes stratégies, mais on constate aussi la nécessité d'étoffer cette première approche en étudiant de plus près des situations de formation liées cette fois aux mathématiques et non plus à d'autres disciplines.

**Etude des diverses transformations d'un document didactique en
formation des maîtres.**

Dans le chapitre précédent, nous avons pu dégager de manière "décontextualisée", c'est-à-dire sans faire référence aux mathématiques certaines esquisses de stratégies de formation distinctes. Nous nous proposons ici de compléter cette première approche mais cette fois-ci par le biais de l'étude d'activités mathématiques qui prenaient appui sur un document didactique.

Une grande partie de la formation a pour but de fournir des idées d'activités de classe aux futurs enseignants. Les sources de ces activités sont diverses : manuels, journaux pédagogiques et publications I.R.E.M.. Ces documents écrits doivent être transformés et rendus opérationnels pour en permettre une mise en oeuvre effective. Cette transformation est à la base de la problématique de la reproductibilité des situations pédagogiques. Les formateurs d'enseignants sont souvent des médiateurs importants entre les textes de base et les enseignants. Le concepteur aspire généralement à réduire la distance entre son idée et les diverses réalisations qu'elle inspire. Je me propose de donner quelques écarts possibles en étudiant un cas particulier.

Le document choisi comme support de mon travail est un texte proposé par R. Douady et M.J. Perrin dans leur brochure sur les nombres décimaux⁴⁵.

Il s'agit de l'activité sur l'utilisation des fractions dans le codage des aires. Ce choix vient de plusieurs raisons:

45DOUADY R. et PERRIN M.J., 1986, Liaison Ecole-Collège nombres décimaux, IREM Paris VII.

✧ L'activité traite d'un thème qui se rapporte à la mesure qui, au départ, devait constituer le thème fédérateur de mon travail.

✧ Elle n'est pas aisément disponible dans le commerce (Brochure I.R.E.M. à faible tirage), sa diffusion passe presque nécessairement par la formation et le réseau des formateurs d'enseignants.

✧ C'est une activité complexe, longue, qui s'inscrit en rupture des pratiques usuelles sur la notion de fraction.

✧ Dans la micro-communauté des formateurs, chacun s'accorde à la trouver intéressante et à remarquer sa difficulté de mise en oeuvre. Il faut noter qu'elle est reprise in extenso dans une brochure A.P.M.E.P., dans la brochure Inter-IREM consacrée aux nouveaux programmes de sixième et qu'elle figurait dans les documents donnés aux formateurs des stages Evaluation sixième. Ceci n'invalide pas la remarque 2.

Voici le plan de mon étude:

I) Etude de l'activité proposée.

A) Rappel de la nature et des objectifs de l'activité.

B) Présentation des formes usuelles d'activités sur ce thème.

C) Analyse du texte de la brochure I.R.E.M.

D) Un exemple de mise en oeuvre effective dans une classe élémentaire.

II) Mise en oeuvre en formation des maîtres : descriptions de quelques avatars.

A) stratégies culturelles

B) stratégies d'homologie.

C) stratégies transpositionnelles.

1) Mise au point pédagogique de séances de classes.

2) Un cours de didactique sur les nombres décimaux.

D) stratégies de recherche applicative.

III) Exemple de quelques "retours de formations".

IV) Conclusion.

I. Etude de l'activité.

Dans cette partie, je vais décrire en détail le processus d'adaptation et de transformation auquel doit parfois se livrer un formateur avant de pouvoir utiliser un document didactique en formation des enseignants.

A. Rappel de la nature et des objectifs de l'activité.

Le document s'intitule "Utilisation des fractions pour coder des aires" et constitue le chapitre II⁴⁶ de la brochure, citée plus haut, de l'I.R.E.M. de Paris VII sur les nombres décimaux. L'activité proposée s'insère dans un processus d'introduction de nombres décimaux à partir des fractions. La première partie du travail consiste donc à donner le maximum de sens aux fractions en tant que nombres particuliers. Simultanément cette activité fait travailler sur la notion de mesure d'aire avec l'objectif de contribuer à distinguer le nombre de la grandeur qu'il mesure.

L'activité elle-même utilise des découpages de feuilles de papier (sorte de puzzles géométriques simples). Le travail de l'enfant consiste à estimer chaque élément du découpage en fonction d'une unité d'aire non standard : la feuille de papier. Une idée importante étant le fait que deux morceaux non superposables peuvent avoir la même mesure fractionnaire.

B. Présentation des formes usuelles d'activités sur ce thème.

Avant d'étudier le texte de R. Douady et M.J. Perrin, je vais présenter deux activités sur la relation entre fractions et aires prises dans deux manuels très répandus dans les écoles. Cela me permettra de décrire :

le mode habituel de présentation d'activités rencontré par les étudiants hors de la formation.

les activités qu'ont déjà pu faire certains formés sur ce thème.

⁴⁶Ce chapitre est fourni en annexe.

En fait, si l'on revient à l'idée de bonne forme précédemment évoquée, ce paragraphe vise à étudier quelques éléments d'un état d'équilibre propre au thème en question.

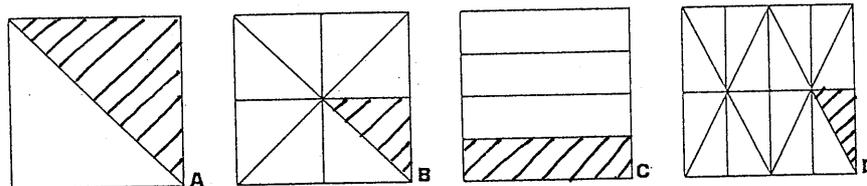
1) Etude du manuel Math et Calcul CM2⁴⁷, publié chez Hachette

Dans ce manuel⁴⁸, les leçons comportent généralement six pages et sont divisées en quatre grandes rubriques : découverte, exercices et problèmes d'application, problèmes de recherche et enfin calcul mental (souvent indépendant du reste de la leçon). L'ensemble est découpé en de nombreuses petites rubriques (vingt et une dans la première séquence).

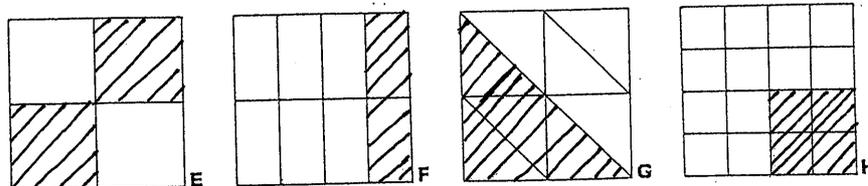
Les leçons 12 et 14 sont consacrées aux fractions d'où leur titre Fractions(1) et Fractions(2). La découverte des fractions se fait, comme dans la brochure I.R.E.M., à partir de la mesure des longueurs mais bien sûr avec une démarche pédagogique totalement différente.

Le lien fraction-aire apparaît pour la première fois dans l'exercice 5 (dit d'application) sous une forme finalement assez proche des parts de gâteaux mais ici le gâteau est carré (On commence à en trouver chez les pâtisseries!).

- 5 a/ Trouve, dans chaque cas, la fraction qui indique le rapport entre la partie jaune et le carré entier.



- b/ Trouve, dans chaque cas, les deux fractions égales qui correspondent au rapport entre la partie jaune et le carré entier.



Math et Calcul, CM2, ex 5 page 85

⁴⁷EILLER R., 1987, Math et Calcul (Nouvelle édition), CM2, Hachette.

⁴⁸C'était le manuel le plus répandu dans les classes au début des années 80. (Dans l'Eure, dans plus d'une classe sur deux).

Dans tous les cas les portions sont égales et l'activité ne suppose aucune manipulation de la part de l'enfant.

Les aires apparaissent une deuxième et dernière fois dans cette leçon douze dans le premier problème de recherche.

PROBLÈMES DE RECHERCHE

- 1 Reproduis le carrelage et le *cadre* du dessin qui y figure.
 Trouve la fraction qui exprime le rapport entre la surface qu'occupe le dessin et la surface totale du carrelage.

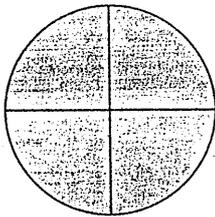


Math et Calcul, CM2, ex 1 page 86

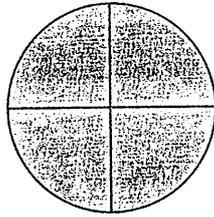
Dans Fractions(2), la découverte est consacrée à l'introduction de la somme des fractions. Cette fois la tarte retrouve sa forme standard

DÉCOUVERTE

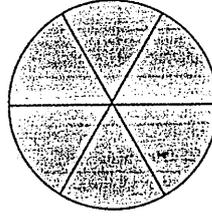
- 1 Reproduis les quatre figures ci-dessous. Utilise chacune d'elles pour calculer la somme de fractions qui lui correspond.



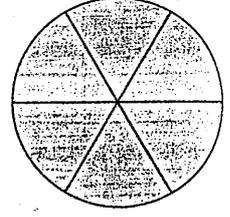
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$



$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$$

Math et Calcul, CM2, ex 1 page 92

et l'on remarque que les sommes sont inférieures ou égales à un.

Dans ce livre, on peut remarquer l'emploi constant de l'impératif qui a pour fonction de donner des indications d'action très détaillées à l'enfant, et ceci notamment dans les

phases dites de découverte. Cela aboutit à une suite de petites tâches que doit exécuter l'enfant. Ainsi page 82 pour la situation de découverte on a :

Reproduis puis découpe la bande u

Plie-la en 2 parties, puis déplie-la et marque le pli obtenu. Plie-la en 4 parties, puis déplie-la et marque les plis obtenus.

Plie-la en 3 parties, puis déplie-la et marque les plis obtenus.

Cette profusion de petites actions très guidées fait que ces activités dites de découverte ne sont absolument pas des activités de recherche pour l'enfant, mais plutôt des phases de vérification.

On peut encore noter comme une caractéristique de cet ouvrage, le peu de matériel que doit préparer le maître pour gérer sa classe. D'ailleurs, dans de nombreux cahiers-journaux⁴⁹ de classe, on trouvera comme tenant lieu de préparation de séance de mathématiques l'expression sibylline suivante : *Math et Calcul pages 82 et 83*. Cette facilité d'usage explique une partie du succès de ce manuel.

Le découpage en petits exercices rend facile pour le maître l'invention d'autres activités sur le même thème et favorise un apprentissage basé sur la répétition.

Le manuel ne comporte aucune réelle institutionnalisation, ce qui peut renforcer l'idée d'une pédagogie de l'activité pure de la part du maître sans véritable action pédagogique consciente et ceci avec la caution d'un ouvrage signé par un Directeur d'Ecole Normale et par des Conseillers Pédagogiques.

Notons pour finir que cette linéarisation très découpée du savoir facilite le lien entre les maîtres en cas d'absence et le contrôle de l'enseignement par les inspecteurs et les parents.

⁴⁹Il s'agit des cahiers que les instituteurs doivent obligatoirement remplir pour indiquer leur progression.

2) Etude de Objectif Calcul chez Hatier⁵⁰.

Dans ce manuel plus récent⁵¹, conçu par un P.E.N. et des conseillères pédagogiques, les séquences occupent deux pages en vis-à-vis. La page de gauche s'intitule Découverte et se termine par un aide-mémoire, sorte d'institutionnalisation de la première partie. La deuxième page, sous le titre d'Exercices, propose de nombreux petits problèmes.

Les leçons 29 à 32 sont consacrées aux fractions avec les titres suivants:

Fractions: partages(29).

Fractions et graduations(30).

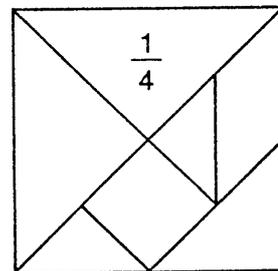
Fractions : rapports(31).

Ecritures équivalentes(32).

Dans la leçon 29, après un rappel liant fractions et partages égaux ($\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{3}$), l'enfant doit effectuer une activité qui porte sur l'estimation des pièces d'un tangram.

VOICI LE FAMEUX JEU CHINOIS : LE TANGRAM

1. Continue à écrire l'aire de chaque partie sous la forme d'une fraction (par rapport à l'aire du grand carré). Classe ensuite les morceaux selon leur aire. Tu peux reproduire le tangram, découper les morceaux et les placer à ta façon.

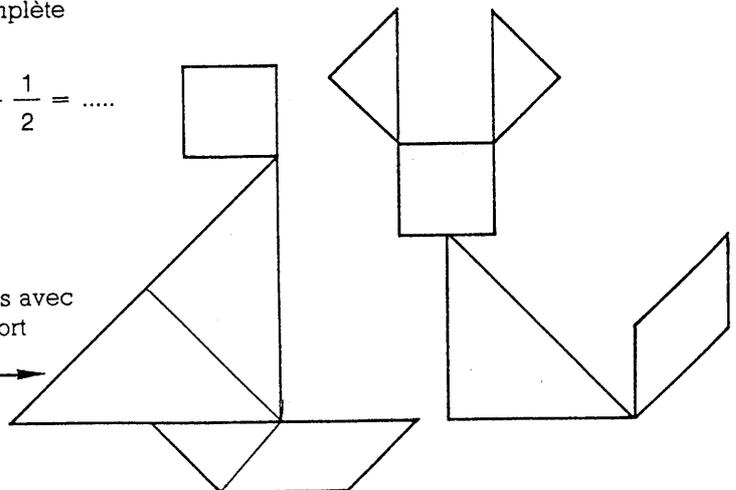


2. En observant attentivement le tangram complète les égalités :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \dots ; \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \dots ; \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \dots$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \dots$$

3. Exprime l'aire de ces deux dessins réalisés avec des pièces du tangram (toujours par rapport à l'aire du grand carré).



Objectif Calcul ex 1, 2 et 3 page 80.

⁵⁰CLAVIER Y., Objectif Calcul, CM2, Hatier, 1989.

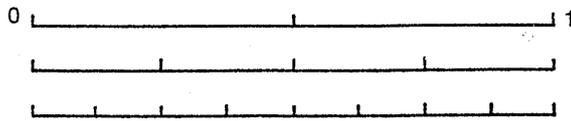
⁵¹Il s'agit actuellement du manuel le plus utilisé dans les classes, mais il n'a pas une position aussi hégémonique que Math et Calcul précédemment.

L'unité est le tangram lui-même. L'estimation des pièces se fait mentalement, le découpage et la manipulation n'étant suggérés qu'après. Ensuite, l'addition est introduite grâce aux pièces du tangram. Cette fois encore, les sommes sont inférieures à un.

La suite des exercices ressemble beaucoup à celle de Math et Calcul. A chaque fois, il suffit de compter les parcelles colorées qui sont identiques. Mais ici presque tous les exercices portent sur des fractions d'aires. Curieusement, il n'est plus question des sommes de fractions pourtant introduites dans la situation de découverte et dans l'aide-mémoire.

Sans négliger certaines différences, les deux manuels se ressemblent formellement; le second décompose cependant moins le travail de l'enfant et peut aisément s'inscrire dans une démarche de situations-problèmes. Le point de départ proposé, ici le tangram, est souvent une activité de recherche qui nécessite un temps de travail important de la part de l'enfant qui n'est pas guidé par une série de consignes facilitatrices. Objectif Calcul demande également une préparation matérielle plus importante de la part du maître. Il faut également signaler que certains problèmes de gestion de classe surgissent lorsque l'enfant ne sait pas faire un exercice. Dans cette forme de travail basé sur l'écrit, le maître n'a alors que la solution de proposer un exercice identique pour aider l'enfant. Les difficultés deviennent singulièrement aiguës lorsque les exercices sont mal conçus : ainsi l'exercice 4 page 83 dans lequel en fait, les schémas ne fournissent aucune aide

4 Complète les égalités en t'aidant des schémas ci-dessous :



a. $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{8}$; $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{12}$; $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{6}$

b. $\frac{6}{8} = \frac{\dots}{12}$; $\frac{8}{8} = \frac{\dots}{12}$; $\frac{4}{8} = \frac{\dots}{2}$

puisque les subdivisions sont de seize au lieu de douze. Dans ce cas, une étudiante en stage qui avait posé cet exercice aux élèves se retrouva piégée par cet exercice devant les élèves. Elle n'avait en effet pas l'expérience et le savoir nécessaire pour voir l'erreur et

elle s'est ainsi obstinée à tenter de le faire résoudre par les enfants.

Objectif Calcul présente la particularité d'être commercialisé avec un livre du maître important et proposé à des conditions financières très avantageuses pour les enseignants. Tous les manuels possèdent un livre d'accompagnement mais celui-ci est rarement disponible dans les écoles pour un nouvel arrivant.

Le livre du maître présente une préparation détaillée de séances suivant un des modèles standards que peut fournir la formation des maîtres. Ainsi les auteurs rappellent les objectifs, donnent une durée qui fixe un cadre temporel à la progression, propose une mise en oeuvre avec des indications sur le mode de travail, le matériel et un déroulement possible.

I. OBJECTIFS

L'élève devra être capable :

- de désigner une partie d'un entier par une écriture fractionnaire et inversement ;
- de passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et inversement ;
- de situer des fractions simples les unes par rapport aux autres ;
- d'additionner entre elles des fractions simples.

II. DURÉE

Environ trois séquences.

III. MISE EN ŒUVRE PÉDAGOGIQUE

PARTAGES (p. 80) - ACTIVITÉ 2

■ **Mode de travail** : individuel ou groupes de 2.

■ **Matériel**

- La situation de découverte, p. 80.
- Pour la phase collective : deux jeux de tangram agrandis, dont l'un sera découpé.
- Par groupe ou par élève, deux jeux de tangram dessinés sur une feuille de papier à dessin épais ou sur du bristol (voir le gabarit en annexe 1).

■ **Déroulement**

ACTIVITÉS 1 ET 2

ACTIVITÉS 3 ET 4

ACTIVITÉS 2 ET 4

Il est souhaitable de travailler par groupes de 2, à cause des manipulations et des discussions qui s'instaureront forcément entre les enfants à propos de la recherche.

Le carton muni de pastilles adhésives est fort commode pour faire ce genre de manipulations. Il permet de déplacer facilement les pièces du tangram sans les abîmer.

Cette fois, il y a volonté de produire une réelle opérationnalisation de l'activité susceptible d'être intégrée dans une action didactique. Le maître a la possibilité de suivre les instructions très détaillées, mais il doit en revanche passer plus de temps à préparer le matériel nécessaire à la séance. On lui fournit cependant pour l'aider le gabarit du tangram.

Mes collègues et moi avons, pendant un certain temps, conseillé ce manuel et même facilité son achat par les normaliens. Nous pensions en effet utile d'aider les enseignants débutants grâce à ces mises en oeuvre effectives plus détaillées que les documents didactiques habituels. Cela nous semblait être un progrès par rapport aux pratiques induites par la seule utilisation des manuels. De plus, la plupart des activités proviennent des recherches I.N.R.P. que les auteurs, heureusement pour eux, ont su faire fructifier commercialement. Actuellement, je me contente de le faire connaître car la reconnaissance institutionnelle que nous accordions à cet ouvrage a entraîné des pratiques biaisées dans le cadre de la formation. En effet, nous verrons⁵² que certains normaliens dans leur recherche d'une "bonne forme" économique se sont rapidement contentés de suivre à la lettre l'activité proposée en évacuant toute réflexion sur la transposition d'un savoir en action didactique.

Pour en finir avec les remarques sur cet ouvrage, il faut observer que les auteurs, très habilement, oscillent constamment entre activité pure des manuels et action didactique. Le maître a toujours la possibilité de renoncer à la manipulation et donc à la préparation du matériel. Le choix du tangram est également astucieux car ce découpage ne déconcerte plus les enseignants, il a été largement diffusé dans les écoles et de nombreuses activités l'utilisent. Des collègues le conseillent même comme un élément indispensable de la valise pédagogique du Z.I.L. c'est à dire du remplaçant itinérant qui ne fait que de courtes interventions en n'apprenant le niveau et l'emplacement de sa

⁵²Chapitre sur l'évaluation des stratégies.

classe que le matin de son affectation. Ainsi le travail de préparation sera largement rentabilisé ce qui est un élément constitutif des bonnes formes.

C. Analyse du texte de la brochure I.R.E.M.

Je vais présenter quelques difficultés que peut éprouver, à la lecture du texte de la brochure un enseignant du primaire désireux d'effectuer l'activité dans sa classe. Ensuite, dans le paragraphe suivant, je donnerai la réalisation que j'ai pu faire dans la classe d'E. Hutin, conseillère pédagogique à Evreux (CM1-CM2).

La première difficulté pour le lecteur non-spécialiste en mathématiques vient sans doute de l'absence d'introduction et de présentation de l'activité. Les auteurs commencent par donner des objectifs qui ne sont pas standards pour le niveau CM puis suit l'activité originale. Pendant une grande partie de la lecture, l'enseignant ne perçoit pas nettement les finalités exactes du travail car il lui faut d'abord s'approprier l'activité. D'une certaine façon, ce début de texte ressemble aux cours de mathématiques où l'on commence par énoncer les théorèmes qui sont suivis par les démonstrations. Sans doute y a-t-il là une difficulté intrinsèque liée à la présentation d'activités déjà réalisées.

Mais le gros problème pour le lecteur soucieux de mettre en oeuvre les idées de la brochure provient de la suite des consignes.

- 1) Assembler les pièces comme un puzzle de façon à reconstituer une feuille entière et plus si nécessaire.
- 2) Evaluer chaque pièce par rapport à une feuille, c'est-à-dire, pour chaque pièce, dire quelle fraction de feuille on utilise pour la réaliser.
- 3) Passer commande du nombre de feuilles de papier nécessaires pour reproduire l'ensemble des pièces de l'enveloppe en faisant le moins possible de chutes. Le reproduire.
- 4) Evaluer la quantité du papier effectivement utilisé et évaluer les chutes. Chacun dans l'équipe fait les calculs.

Brochure IREM, Consignes page 53.

Le grand nombre de consignes impliquant des actions importantes de la part de l'enfant s'oppose aux exemples que j'ai pu donner. En effet, il n'y a habituellement qu'une seule consigne ou alors une suite de petites instructions correspondant à de petites tâches. Evelyne Hutin et moi avons d'ailleurs cassé ces diverses consignes en ne gardant collectivement que 1 et 2, les consignes 3 et 4 étant divisées en de nombreuses autres pour permettre une gestion différenciée de la classe.

En fait, l'effet de rupture par rapport aux habitudes de l'enseignant provient de l'approche globale de la notion qui est proposée ici. La situation de départ étant riche se prêtera à de nombreuses exploitations. On a vu que généralement au contraire, les auteurs de manuels s'efforcent d'appauvrir le point de départ pour parvenir à un découpage simplifié du savoir. Une autre complexification provient de l'abondance des découpages qui n'ont visiblement pas le même degré de difficulté. Comment faudra-t-il gérer cette diversité ? Un dernier effet de rupture est créé par ces sommes supérieures à un, dont j'ai signalé à quel point elles étaient exclues de la pratique scolaire courante.

La façon dont nous avons résolu ces divers problèmes (mais est-elle celle prévue par les auteurs ?) résulte de notre expérience de ce type de situations complexes. Nous savons qu'elles sont généralement le point de départ de nombreuses séances d'exercices exploitant le matériau fourni par la situation inaugurale. C'est ainsi que nous avons agi dans les séances 2,3,4 et suivantes sans hésiter à utiliser les manuels usuels pour obtenir d'autres exercices.

Enfin, la phase difficile à la fin de ce type de séances est la synthèse des différents travaux et la forme de l'institutionnalisation. Cette phase cruciale reste totalement absente de la quasi-totalité des documents didactiques. Cette absence entraîne souvent une pratique de classe de type activité pure (certains parlent d'activisme) sans aucune synthèse qui entraîne beaucoup de réticences de la part des observateurs extérieurs à la didactique. On constate donc que l'opérationnalisation du document est loin d'être évidente. Cette action serait sans doute facilitée par des remarques sur le rôle du maître

qui n'apparaît pas dans le compte-rendu. Tout se passe comme si la séance pouvait avoir sa propre dynamique peu dépendante de l'enseignant qui conduit l'activité. En fait, pour avoir vécu cette mise en oeuvre, je peux attester que le rôle du maître est ici essentiel et particulièrement délicat : il lui faut gérer de nombreux groupes, répondre à de nombreuses questions très différentes révélant des difficultés très variées.

Ma collègue institutrice experte en pédagogie a vivement apprécié cette activité qui lui a permis, dit-elle, de mieux comprendre les fractions. Cependant, il faut nuancer cette appréciation par le fait qu'elle n'a ensuite jamais repris cette séance qu'avec le recul, elle trouve trop difficile. De plus, elle n'aurait jamais mené cette séance sans mon aide, la lecture préalable du document n'ayant rien évoqué pour elle. Cette remarque aura une influence, comme nous le verrons plus tard, sur la formation des instituteurs qui ne sont pas des spécialistes de mathématiques. A l'inverse nous verrons que des professeurs de mathématiques compétents dans leur science mais moins à l'aise en pédagogie ont effectué un certain nombre de transformations et simplifications de l'activité qui la dénaturent profondément.

D. Un exemple de mise en oeuvre effective dans une classe élémentaire

J'en viens maintenant à la présentation de l'opérationnalisation que j'ai effectuée à partir de la brochure dans une classe de CM1/CM2 d'Evreux dont la maîtresse est Evelyne Hutin. Les séances ont duré environ cinquante minutes à chaque fois. Elles étaient placées après cinq séances sur les fractions et les enfants connaissaient déjà les nombres décimaux.

Utilisation de fractions pour coder des aires (Classe d'E. Hutin CM1/CM2 Evreux).

Séance 1

Objectifs: Utiliser des fractions pour évaluer l'aire de portions de feuilles de papier. La feuille entière servant d'unité de référence.

Aborder la différence entre le nombre et la grandeur mesurée en remarquant qu'une même fraction peut coder deux morceaux non superposables.

Matériel: feuilles 21 x 29,7 (deux à trois par groupe). Pochettes contenant les puzzles découpés. (Variante: prévoir un stock de morceaux utilisables à la demande). *Les découpages sont les mêmes que ceux de la brochure mis à part D2 jugé trop complexe et remplacé par un découpage donnant $1 + 1/3$. La fabrication du matériel par le maître demande un peu plus d'une heure de travail.*

Déroulement:

1) Distribution du matériel en précisant au départ: "Avec une seule pièce du puzzle il est possible, en reportant plusieurs fois cette pièce, de reconstituer une feuille entière". *Cette remarque reprise de la brochure est fautive pour $1/4$ (Dans D4) et $3/8$ (Dans D3).*

2) Consignes :

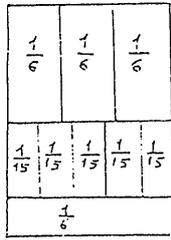
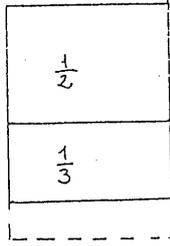
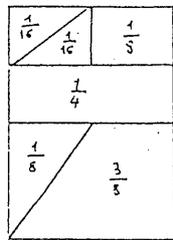
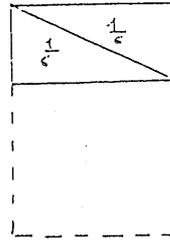
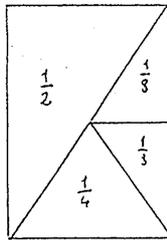
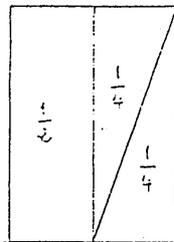
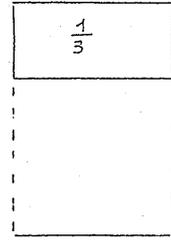
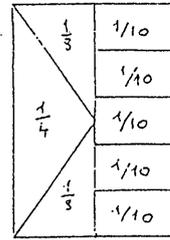
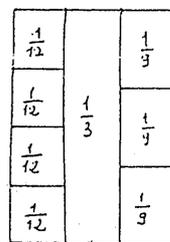
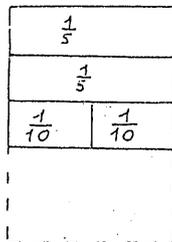
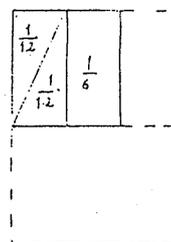
a) Chaque groupe doit reconstituer le puzzle qui correspond à une feuille entière ou plus.

b) Pour chaque pièce du puzzle, dire quelle fraction de feuille on utilise pour la réaliser. *Il s'agit des consignes 1 et 2 de la brochure (voir aussi page 64).*

3) Mise en commun.

Explicitation des fractions évaluées après avoir reconstitué le puzzle. On affichera sur le tableau aimanté les différentes pièces avec leur valeur. *Cette façon de procéder a pour avantage de bien mettre en évidence les égalités fractionnaires pour des pièces distinctes.*

Exemples de découpages.

D₁D₂D₃D₄D₅D₆

Découpages extraits de la brochure de l'IREM de Paris VII.

4) Liste des groupes prévus en fonction des découpages et de leur difficulté supposée.

Remarques sur le déroulement effectif :

1) Reconstitution du puzzle rapide. *Quelques minutes. Il faut cependant aider un groupe qui n'arrivait pas à reconstituer D_4*

2) La deuxième consigne, sollicitant l'écriture fractionnaire, nécessite une explication importante et très inductrice.

3) Chaque groupe a évolué à son rythme ce qui a nécessité des consignes spécifiques qui suivaient un certain nombre de phases prévues à l'avance :

a) écriture fractionnaire des pièces

b) présentation du puzzle sous forme d'une somme de fractions.

c) modification de cette écriture sous forme d'une somme de produits.

d) évaluation du supplément à l'unité

e) évaluation de la chute de papier.

f) représentation du puzzle

A titre indicatif: a et b pour les groupes D_1, D_5

a, b, c pour D_2 et D_3

a, b, c, d pour D_4 et tout sauf f pour D_6 .

Les consignes 3 et 4 de la brochure sont ici détaillées avec une variante, d'après la remarque 4 page 55 , concernant les écritures additives. Ceci conduit normalement à modifier les objectifs initiaux

Remarques:

Les enfants éprouvent de grosses difficultés pour trouver les écritures fractionnaires. Un guidage important du maître est nécessaire pour parcourir les différentes étapes.

Ils utilisent une technique fautive pour le calcul des sommes de fractions avec l'addition de tous les numérateurs et de tous les dénominateurs.

Par contre, les enfants ont fait la remarque qu'un codage identique pouvait désigner des pièces différentes.

Des fractions comme $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{8}$ ne sont pas perçues comme pouvant être égales par les enfants.

Difficultés pour $\frac{3}{8}$ et $\frac{1}{4}$ qu'on ne peut pas reporter pour obtenir la feuille. Il faut suggérer aux enfants de plier les pièces en question.

Cette séance apparaît comme une séance de travail différenciée demandant une grande disponibilité de la part du maître et une familiarité avec les techniques de groupes en situation de recherche.

Séances 2 et 3

Séances de mise au point et d'exploitation des résultats précédents. *Comme on l'a vu précédemment, les enfants avaient atteint différents stades dans la première séance. Le but de ces séances est d'homogénéiser l'ensemble de la classe.*

Objectifs: Savoir réduire les écritures fractionnaires additives et soustractives.

Matériel: Puzzles et feuilles avec les résultats de la séance 1

Déroulement:

1) Début de l'activité.

a) Chaque groupe doit présenter au tableau la somme des fractions nécessaires à la reconstitution de son puzzle.

b) Observation et premières remarques des enfants.

c) Premières simplifications : lien entre produit et somme itérée

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 3 \times \frac{1}{6} \text{ puis } \frac{3}{6}\right)$$

2) Evaluation de la quantité de papier utilisée.

Consigne "Trouver la somme de ces fractions en vous aidant du puzzle reconstitué". Chaque résultat sera noté soit sous forme entière, soit sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction de l'unité ($2 + \frac{1}{3}$).

3) Evaluation de la chute de papier.

Consigne "Trouver le complément à votre fraction pour obtenir le nombre entier le plus proche". Deux formes : additives $1 + \frac{1}{6}$ donne $\frac{5}{6}$ de chute car $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$ et soustractives $1 + \frac{1}{6} = 2 - \frac{5}{6}$.

Séance 4 (et suivantes)

Séance d'institutionnalisation et de familiarisation

Objectifs: Savoir réduire une somme de fractions avec des dénominateurs différents (Exemples simples). Ecritures de fractions équivalentes. Situer ces fractions sur un axe gradué en nombres entiers. Encadrer ces fractions par des nombres décimaux.

Déroulement:

1) Calcul de $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$: Rechercher d'autres écritures de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$ (le dénominateur 12 apparaît dans les deux familles).

Autres exercices du même type.

2) Report des différentes fractions sur un axe gradué, ($u = 4$ cm).

II. Mise en oeuvre de cette activité en formation des maîtres.

La description effectuée dans la partie précédente n'était qu'un préalable pour des utilisations ultérieures en formation des maîtres. Il s'agissait, à partir de ma propre transposition d'un savoir, d'éclairer le travail de transformation que doit effectuer un formateur pour s'approprier une activité qu'il n'a pas lui-même conçue. Cette première transposition définit l'objet à enseigner, nous allons maintenant voir un certain nombre de modalités d'enseignement effectif de cet objet.

Pour cela, je vais présenter différents exemples de formation réalisés à partir de la brochure IREM. Ceux-ci me permettent de préciser les stratégies de formation.

A. Stratégies culturelles.

L'exemple des découpages a été utilisé en formation pour transmettre un savoir mathématique et ceci sans aucune référence à l'activité pédagogique. Cette dernière était transformée en exercice parmi d'autres proposés aux étudiants et portant sur les nombres décimaux et les fractions. Ces exercices étaient pour la plupart inspirés de la brochure et pouvaient donc, éventuellement, constituer une introduction à une lecture future du texte. Voici un certain nombre de ces exercices.

exercice 1 : placer sur la droite numérique les nombres suivants $1, \frac{1}{4}, \frac{16}{10}, \frac{5}{3}$.

exercice 2 : Jeu des fractions : choisir une fraction entre 10 et 100. L'autre joueur doit trouver un encadrement au dixième puis au centième de la fraction.

exercice 3 : D_1 et D_2 sont donnés reproduits sur une feuille et il faut évaluer chaque partie en fonction de la feuille, puis calculer la somme de toutes les fractions obtenues.

exercice 4 : une étude de synthèse sur aires et périmètres de rectangles : étant donné un rectangle de dimensions c et d , on peut étudier les variations de son périmètre P et de son aire A . Par exemple, on prend c égal à 10 cm. Alors on peut faire étudier aux étudiants les fonctions $P=f(d)$ et $A=g(d)$ avec l'aide de constructions graphiques, etc..

A partir du même ensemble d'activités, les objectifs des formateurs peuvent varier tout en restant dans le domaine du savoir mathématique sans application pédagogique. Ils peuvent souhaiter augmenter la culture mathématique des normaliens et la suite du cours sera consacrée à l'étude des différents ensembles de nombres en insistant sur leur construction et leur propriété. De manière moins ambitieuse, ils peuvent se contenter

d'une mise à niveau strictement destinée à des enseignants de l'école élémentaire et il ne proposeront pas d'autres activités sur les fractions.

B. Stratégies d'homologie.

Je donne le compte-rendu d'une activité que j'ai menée avec les normaliens de deuxième année dans le cadre du cours sur les nombres décimaux et qui met en oeuvre une stratégie de formation basée sur l'homologie.

L'objectif de la séance était de présenter un exemple d'activité sur les fractions non liée à la mesure des longueurs ou aux parts de tartes.

Le matériel utilisé comprend cinq découpages différents placés chacun dans une enveloppe. Les normaliens sont répartis en cinq groupes.

Je distribue une enveloppe à chaque groupe avec pour consigne de reconstituer le puzzle puis d'évaluer chaque pièce en fonction d'une unité d'aire particulière : la feuille de papier. Ils doivent aussi dessiner en réduction chaque configuration. Ensuite les groupes échangent leurs enveloppes jusqu'à ce que tous les exemples soient traités. (Cette différence avec l'activité proposée aux enfants est motivée par le fait que les fractions sont connues des formés et par l'idée de faire tester la difficulté de certains découpages).

Lors de la mise en commun, chaque groupe doit dessiner au tableau un découpage avec les fractions et les sommes correspondantes.

Quelques idées sont dégagées :

- formes différentes ayant la même aire,
- petites sommes dont on peut avoir le résultat uniquement en regardant la forme du puzzle reconstitué ...

Puis je montre l'intérêt et la place de cette activité dans une progression sur les nombres décimaux. Enfin, je fournis la référence bibliographique et la photocopie du texte IREM.

On est bien ici dans le cadre des stratégies homologues directes. Les normaliens effectuent l'activité de classe avec de minimes variantes. Ils sont en position d'élèves. On retrouve une particularité de ce type de stratégies. Elles paraissent orientées vers la pédagogie de la classe, mais vu le niveau mathématique des normaliens, elles sont proches des stratégies culturelles. Ici les normaliens apprennent des mathématiques et n'ont pas la distance nécessaire pour faire attention aux démarches du professeur. De plus l'étude du paragraphe précédent montre que l'on en reste à la transmission d'un savoir mathématique car le texte demeure illisible pour la plupart des formés. On peut accroître l'homologie en insistant davantage sur la mise en oeuvre et par exemple en détaillant les séances de classe.

C. Stratégies de transposition.

Je donne deux exemples qui diffèrent par le mode de transmission adopté. Dans le premier cas, il s'agit d'élaborer des séances de classe à partir du document. Dans le deuxième, il s'agit d'un cours magistral insistant sur les difficultés didactiques présentées par la notion de nombres décimaux.

1) Mise au point pédagogique de séances de classe.

J'ai présenté l'activité sur les fractions lors d'un stage de trente heures (six jours en trois sessions) destiné aux professeurs de collège. Contrairement au deuxième cas, le problème posé ici par les stagiaires relevait plus de la pédagogie que de connaissances disciplinaires. De plus, je bénéficiais d'un temps de formation relativement long.

Le départ de l'activité de formation est le même que celui proposé dans l'exemple de stratégie d'homologie effectué avec les normaliens. Cependant dans ce cas, la mise en action des stagiaires sert d'introduction active aux difficultés techniques de la situation de classe. Il s'agit simplement de découvrir l'activité avant de la mettre en place.

Ensuite, je distribue aux stagiaires répartis en groupes le texte de l'I.R.E.M. Leur tâche consiste à préparer une séance à partir du document et de la sensibilisation qui vient d'avoir lieu. Sur le tableau est affiché un canevas d'une séance-type présenté comme un

aide-mémoire et comme une aide à la présentation collective des travaux de groupe. C'est aussi l'occasion de fournir aux stagiaires une structuration des séances qu'ils ignorent souvent. Ils doivent donc compléter les rubriques suivantes :

- nature de la séance,
- objectifs,
- matériel,
- consignes,
- déroulement et institutionnalisation souhaitée.

Après environ quarante minutes de travail, les groupes présentent leurs résultats. Pour finir, je fais le compte-rendu du travail effectué dans la classe d'Evelyne Hutin.

Ce travail présente beaucoup d'aspects communs avec les précédents et peut-être qu'un observateur extérieur les identifiera. Cependant le formateur, de son point de vue, insiste sur une sorte de transposition didactique de la didactique. Dans ce cas précis, cela consiste à tenter de transmettre de façon efficace le contenu d'un travail didactique. Le but est donc de faire travailler les stagiaires à une opérationnalisation et de pouvoir contrôler la compréhension du document.

Je n'étudierai pas en détail les productions des stagiaires car elles s'inscrivent exactement dans la description des pratiques qui suivent une formation et cette description fait l'objet du paragraphe suivant. Cette stratégie permet donc de contrôler en amont certaines interprétations erronées des formés. Ce contrôle précis de l'action des stagiaires résulte de la confrontation des travaux des différents groupes dirigée par le formateur. J'ai parfois l'impression que l'on risque ainsi d'imposer de manière un peu autoritaire un modèle. En effet, le fonctionnement proposé par le formateur est censé être le meilleur sans que son impact effectif sur les élèves soit prouvé aux stagiaires. Cette façon de faire suppose une bien grande certitude dans l'exactitude de ce que l'on recommande. Or les ingénieries proposées en formation ont rarement fait l'objet d'une évaluation approfondie.

2) Le cours de didactique.

En formation des conseillers pédagogiques et sur un temps très bref (trois heures), j'ai fait une présentation de la didactique des nombres décimaux. Je donne uniquement le plan de mon intervention ce qui indiquera les idées directrices de la stratégie.

a) Etude des résultats d'une enquête menée par mes normaliens dans les classes des conseillers.

Cette étude des étudiants portait sur la connaissance des nombres décimaux et des fractions qu'avaient les enfants. Je présenterai plus loin cet exemple d'une stratégie de formation axée sur la transposition mais où les formés ont un rôle plus actif dans le processus de transmission du savoir.

b) Les problèmes rencontrés sont-ils le résultat d'erreurs didactiques ?

Le discours sur ce thème est difficile et ceci pour plusieurs raisons :

✧ certains stagiaires viennent de découvrir les difficultés posées par l'enseignement des décimaux et ils ont tendance à remettre en cause les modalités d'évaluation (parfois avec justesse) plutôt que d'accepter les résultats.

✧ les contenus en question sont pour beaucoup aux limites de leurs connaissances mathématiques.

✧ dans les approches critiquées, certains reconnaissent leur propre façon de faire.

c) Je donne ensuite les objectifs notionnels qu'on doit atteindre sur les nombres décimaux et la place des fractions dans ces connaissances.

d) Je distribue divers documents dont le texte de R. Douady et M.J. Perrin.

Cette stratégie évacue le problème de la mise en place des situations, ceci étant dû en grande partie à la compétence supposée du public en ce domaine. En fait, il s'agit plus

d'une compétence polymorphe de conseillers polyvalents que d'une connaissance précise de l'enseignement des mathématiques.

Cette stratégie de formation met l'accent sur la transposition didactique du savoir savant mathématique en un savoir que doit posséder l'enfant. Une difficulté de ce genre de choix de formation provient de la faible maîtrise de ce savoir qu'ont les formés : la définition des décimaux, le lien entre les fractions et les décimaux et les propriétés de ces nombres sont mal dominés. La difficulté conceptuelle d'une notion, placée par les programmes à cheval sur le cours moyen et le collège, entraîne chez certains la tentation d'évacuer ces problèmes en aval vers les classes de sixième. Certains pays ont d'ailleurs accepté ce raisonnement en supprimant les décimaux de l'école élémentaire (Suède, Pays-Bas..).

Finalement ce type d'intervention très brève et très (trop ?) théorique a peu d'influence sur le public concerné. Au mieux, certains ont apprécié de voir donner un sens à un lot d'activités qu'ils pratiquaient et ainsi d'amorcer une véritable action didactique. Cependant pour la plupart des auditeurs, j'ai certes introduit un doute sur certaines façons de faire, mais ils excluent de changer un ensemble de pratiques stables. En effet, il faudrait qu'ils acceptent de produire un gros travail pour un résultat somme toute aléatoire car si l'ingénierie proposée par l'équipe de Paris VII est particulièrement séduisante intellectuellement (au sens des mathématiques), aucune étude n'a prouvé son efficacité. De plus les difficultés de mise en oeuvre que j'ai pu signaler plus haut n'échappent pas aux regards exercés de ces pratiquants de la pédagogie. Dans ce cas particulier, il ne faut pas oublier leur rôle de formateur d'étudiants par monstration. Aussi lorsqu'ils mettent en place des séances, gardent-ils à l'esprit le rôle de modèles que leur assigne l'Institution. Ce rôle peut les inciter à rechercher des bonnes formes aisément transmissibles.

D. Stratégies de recherche applicative.

J'appellerai ainsi le mode de formation que j'ai mis en place pour E. Hutin et qui consiste à axer la formation du formé sur la réalisation effective d'une activité proposée dans un document didactique faiblement opérationnalisé.

Le travail s'effectue en doublette (formateur/formés) et s'étale dans le temps en suivant le rythme de la classe dans un jeu de préparation, séance et bilan. Cette façon d'agir suppose une grande souplesse d'organisation, une connaissance des formes de travail des formés et aussi, si l'on veut un réel suivi des séances, peu de formés. On pourra presque parler d'une équipe de recherche avec un organisateur. L'avantage de ce type de formation réside dans ses possibles retombées soit par démultiplication avec de nouvelles équipes, soit dans le cadre des stratégies de monstration. En effet, il sera possible d'effectuer une observation de la classe où a eu lieu le travail de transposition avec un groupe de stagiaires.

Par contre son coût en temps la rend peu généralisable pour l'ensemble de la formation d'une cohorte de normaliens. De plus, elle suppose des capacités de transfert sur les autres notions du programme qui sont loin d'être assurées. Signalons cependant que ce mode de fonctionnement était privilégié pour former les conseillers pédagogiques en Ecole Normale. Le professeur travaillait avec deux ou trois instituteurs qui bénéficiaient de trois heures hebdomadaires de décharge pour leur formation. C'est dans ce cadre que j'ai pu effectuer mon travail dans la classe d'E. Hutin. Cette forme de travail a très mal résisté aux restrictions budgétaires des années 80.

III.Exemples de retours de formation.

Nous avons vu différentes manières de présenter une activité à des étudiants en insistant sur le point de vue du formateur. Nous allons maintenant aborder le problème de l'évaluation de ces stratégies à partir de l'étude des mises en oeuvre effectivement

réalisées par les stagiaires. Nous ne ferons ici qu'aborder ce problème qui sera repris de façon plus détaillée dans la partie consacrée à l'évaluation des stratégies.

Les différents exemples de mise en place dans les classes, que je vais rapporter, résultent pour la plupart de suivi (voir page 41) de normaliens ou de "retours de stage". En effet, certaines formations⁵³ comportent plusieurs sessions espacées dans le temps afin de permettre aux stagiaires la réalisation de certaines activités découvertes lors du stage. Les retours de stage sont consacrés, au moins partiellement, aux comptes-rendus de ces expérimentations.

De façon un peu abrupte, ces premiers comptes-rendus font naître les hypothèses suivantes.

H1 : Les stratégies d'homologie entraînent un grand nombre d'applications dans les classes (plus de la moitié des gens contactés ensuite ont tenté de réaliser l'activité), mais avec une grande diversité d'interprétations.

H2: A l'opposé les stratégies transpositionnelles semblent avoir provoqué très peu de mises en oeuvre effectives. Celles-ci (mais j'ai peu d'exemples) semblent plus proches du modèle du formateur.

Esquissons une première justification de ces hypothèses. Parmi les applications, on peut distinguer nettement celles qui gardent la même gestion de la classe que le document (travail de groupe, manipulations des puzzles) de celles qui ont adopté une gestion individuelle généralement couplée à la suppression des manipulations.

Quelques exemples des premières:

exemple 1: Les enfants répartis en groupes doivent reconstituer le puzzle puis le reproduire sur une feuille en donnant la valeur des pièces. L'activité dérive alors vers des problèmes géométriques liés à la représentation de l'espace.

⁵³Hélas! très rares.

exemple 2 : Le maître n'a gardé que les découpages avec $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{10}$. Les enfants doivent reconstituer le puzzle et trouver le nombre de fois qu'on utilise une pièce pour remplir une feuille. Le maître introduit ensuite la notation fractionnaire. Puis l'activité dérive vers la construction de puzzle, donc vers un travail de géométrie sur la reproduction de figures.

La dérive vers la géométrie, volontaire dans le deuxième cas et plus spontanée dans le premier, semble provoquée par le mode de présentation de l'activité aux adultes que j'ai adopté dans le modèle homologue. En effet, les stagiaires avaient dû représenter les puzzles pour mémoriser les différents résultats puisqu'ils réalisaient tous les assemblages. Ainsi c'est plutôt l'activité vécue que réellement l'activité destinée aux enfants qu'ils ont mise en place sans aucun travail de transposition. Tout se passe comme s'ils avaient suivi une stratégie de monstration.

Exemple 3 : L'activité ressemble beaucoup à celle du texte mais avec un seul puzzle pour toute la classe correspondant à D_1 et donc à une seule feuille. La simplification est notable, mais s'explique sans doute par une attitude prudente dans l'innovation. De plus, elle rend singulièrement plus facile la gestion de la classe qui constitue la difficulté majeure de la mise en oeuvre, comme je l'ai déjà signalé.

A l'opposé de ces exemples, on trouve toutes les applications (exemples 4 à 6) qui tendent à ramener l'activité vers une gestion de classe connue et vers un découpage classique du savoir. Les enseignants plutôt que de renoncer à leur confort habituel, métamorphosent l'activité en un objet qui leur est familier. Les transformations opérées se calquent sur le modèle des manuels exposé dans la deuxième partie.

Exemple 4 : Les enfants, travaillant individuellement, reçoivent une photocopie des différents découpages mais réduits. Ils doivent indiquer la valeur de chacune des pièces sans aucune manipulation. La situation d'action avec manipulations possibles devient ainsi un exercice particulièrement abstrait. Les enseignants, ayant fonctionné de cette manière, ont trouvé l'activité beaucoup trop complexe pour les enfants qui se sont

trouvés en situation d'échec. De ce fait, les professeurs la remettent en cause sans percevoir la dénaturation qu'ils ont opérée.

Certains ont cependant tenté des adaptations qui leur permettent soit d'aider les enfants, soit de simplifier l'activité.

Exemple 5 : dans le premier cas, le découpage est réalisé en grand au tableau, les pièces nécessaires sont disponibles, le maître montre la solution pour une pièce et envoie des élèves au tableau pour les pièces suivantes.

Exemple 6 : dans un autre cas, les découpages sont dessinés sur une feuille quadrillée, ce qui permet aux enfants de compter les carreaux (forme classique des fractions dans les manuels). Cette variante a même été proposée en évaluation composée de plusieurs petites questions (nombre de carreaux de la feuille, valeur d'un carreau ..) et à la fin différentes pièces étaient assemblées pour former un voilier dont on demandait la valeur. (On retrouve l'idée du tangram et l'on peut imaginer la mine consternée du formateur obligé de parler des variables didactiques!).

Dans tous les exemples cités, l'activité sur les fractions n'a duré qu'une séance et n'a donné lieu à aucune réexploitation. De plus le nombre de découpage a été réduit, le plus souvent à un, et en privilégiant le découpage de somme un.

IV. Conclusion

L'activité proposée par R. Douady et M.J. Perrin prouve bien sa richesse avec la grande diversité d'avatars qu'elle peut connaître, au niveau tant de la formation des maîtres, que de sa mise en place effective dans les classes.

Mon étude semble montrer que plus que la rédaction du texte, qui sans doute pourrait mieux correspondre à une forme standard, ce sont les habitudes et les connaissances des enseignants qui influent sur leur interprétation de leur formation. On peut alors noter différents obstacles à l'apprentissage chez l'adulte qui seront prioritairement soit d'ordre notionnel, soit d'ordre pédagogique.

Dans notre exemple, les obstacles pédagogiques sont la peur du travail de groupe, la répugnance à la manipulation effective et la crainte d'une recherche des enfants non canalisée. En fait, ces obstacles sont liés.

Les obstacles notionnels proviennent chez l'enseignant de lacunes sur la mesure des aires reliée aux fractions et de sa crainte d'utiliser des fractions supérieures à un avec les enfants. Il y a aussi le refus d'utiliser plusieurs découpages qui multiplient les points de départ de l'activité et rendent sa gestion plus complexe.

Il apparaît aussi que ces obstacles ne peuvent être renversés par les stratégies mises en oeuvre ici. Celles-ci visent plutôt à faire mieux comprendre un point de vue. C'est le degré d'adhésion initiale à ce point de vue qui entraînera une application plus ou moins proche du modèle.

Cependant, la façon de présenter la séance n'est pas neutre, surtout pour les enseignants les moins stabilisés dans leur système de représentation. On a pu noter, dans les stratégies d'homologie, une reproduction de l'activité vécue en tant qu'adulte sans les transpositions nécessaires. C'est peut-être là un biais de ce type de stratégie.

De plus, mais d'autres analyses devront le montrer, il semble que les activités longues et complexes de ce type ne peuvent pas servir de support à un travail sur les obstacles pédagogiques contrairement à des activités brèves. Ainsi, lors du même stage, nous avons fait avec les stagiaires une petite mise en situation autour du jeu Concertum présenté dans une brochure de l'A.P.M.E.P. consacrée aux jeux mathématiques⁵⁴. Ce jeu constitue une introduction très lointaine à la division, mais a surtout pour objet de faire travailler les stagiaires par trois, puis quatre, puis huit, etc.. Certains stagiaires n'ont appliqué dans leur classe que cette activité (pour nous marginale) mais c'était leur première tentative de travail de groupes (restreints à deux, puis trois enfants, il s'agit encore d'une simplification dénaturante) pour mettre leurs élèves en situation de

⁵⁴Jeux 2, jeux et activités mathématiques, 1985, A.P.M.E.P., Paris.

recherche. On constate que chaque obstacle doit faire l'objet d'une étude attentive et d'un retour rapide dans la classe avant qu'on puisse espérer passer efficacement à un autre sujet. Cependant les stagiaires n'ont pas tous les mêmes problèmes, ce qui dans l'absolu obligerait à un enseignement différencié et à la carte.

Enfin il nous faut envisager le lien entre durée de la formation et le type de stratégie utilisée. Sur le temps très court (mais peut-on parler de formation ?) apparaissent les stratégies culturelles.

Sur un temps plus long, on trouve les stratégies d'homologie et de transposition qui peuvent être illustrées par des monstrations avec une autre organisation et plus de temps encore.

Enfin la stratégie de recherche applicative apparaît coûteuse en temps et semble supposer une adhésion à un projet et à des conceptions communes. Par contre, sa durée et l'alternance entre théorie et mise en oeuvre qu'elle propose, permettent de surmonter les différents obstacles à l'apprentissage de l'adulte de façon systématique et progressive.

Conclusion de la première partie.

L'objectif premier de cette partie était de dégager les stratégies de formation liées à un système dont je pense avoir montré la grande complexité tant au niveau institutionnel qu'au niveau des savoirs mis en jeu. Nous avons pu noter l'existence de stratégies de formation différentes. Nous avons également pu constater un certain nombre de difficultés :

✧ La juxtaposition d'enseignements qui n'utilisaient pas nécessairement les mêmes stratégies de formation (voir page 51). Ce fait devra être pris en compte lors de l'évaluation de l'efficacité de la formation. Il sera en effet particulièrement complexe de retenir dans l'analyse des effets de la formation ce qui relèvera soit de la stratégie utilisée en mathématiques soit des transferts opérés par les étudiants à partir de l'enseignement reçu dans les autres disciplines suivant des modalités différentes. En effet, les études sur les modes d'apprentissages des adultes montrent que contrairement aux enfants, les adultes ont la possibilité de jouer consciemment sur divers registres et maîtrisent généralement la plupart des opérations logiques nécessaires aux rapprochements entre diverses connaissances⁵⁵.

✧ La difficulté pour les formateurs de s'approprier les travaux et les méthodes de la didactique ainsi que l'effort important de transposition nécessaire pour transmettre aux étudiants les acquis de la didactique. Les travaux de recherches portent souvent sur l'enseignement de premier niveau destiné à des élèves du primaire. Le formateur doit donc concevoir une transmission de ces études à ses étudiants.

✧ La fréquente opacité sur les intentions réelles du formateur lorsqu'il traite d'un sujet peu connu du formé. Cette difficulté montre la nécessité d'une étude

⁵⁵MALGLAIVE G., 1990, Enseigner à des adultes, PUF, Paris.

disciplinaire mais fait aussi apparaître une certaine disjonction entre les attentes du formateur et celles du formé. Nous découvrons une difficulté qui devra être analysée et qui influe sur l'action de formation : les formateurs et les étudiants ne sont parfois pas dans le même registre de savoir. En effet, le formateur peut penser traiter du savoir didactique ou pédagogique alors que le formé est entièrement absorbé par le savoir mathématique.

Nous distinguerons deux grands types de stratégies de formation. Il y a d'abord celles qui conçoivent la formation des étudiants comme une préparation professionnelle au métier de professeur d'école (ou d'instituteur) au sein de la structure existante. Puis toutes celles qui ne semblent pas avoir cette préoccupation comme une priorité. Parmi ces dernières, nous avons pu repérer :

✧ Les stratégies culturelles. J'ai nommé ainsi les stratégies qui privilégient l'accroissement des connaissances dans le domaine mathématique sans préjuger de la mise en oeuvre opérée dans les classes par les étudiants. Bien sûr, ces stratégies pourront revêtir des formes très différentes suivant les conceptions pédagogiques des formateurs. Cependant, ces formations axées sur la transmission du savoir mathématique ne sont pas spécifiques de la formation des maîtres aussi je ne les étudierai pas en détail. Et, ceci d'autant plus qu'à ma connaissance, ces stratégies ne sont souvent mises en place de manière stricte que par des "professeurs de passage" dans les I.U.F.M. Il faut néanmoins signaler que certaines connaissances sur l'histoire des mathématiques sont largement utilisées dans le cadre de la formation pour illustrer certaines notions. Il s'agit par exemple :

- des constructions géométriques de l'antiquité pour les problèmes de mesure.
- de l'histoire des numérations écrites.
- de la disme de Stevin pour les nombres décimaux.

✧ Les stratégies de recherche applicative. J'ai appelé ainsi les stratégies très ambitieuses qui visent à former les étudiants par la recherche. C'est une voie très riche mais qui relève plus des intentions sur les formes souhaitables que pourrait avoir une formation que de la réalité institutionnelle qui crée des groupes de formation proches de trente personnes. De plus, elle suppose une maîtrise importante des contenus mathématiques qui vont faire l'objet de l'enseignement. J'hésite à particulariser cette stratégie car il me semble qu'elle échappe au cadre de la formation normale et n'en subit pas les contraintes. Elle semble cependant particulièrement adaptée à la formation des formateurs. C'est ce modèle qu'ont suivi par exemple D. Poisson et C. D'Halluin dans un cadre différent qui est celui de la formation de formateurs d'adultes au C.U.E.E.P. de Lille.

✧ Les stratégies basées sur l'autonomie. Dans ce cas une très grande autonomie est laissée aux étudiants : ils doivent faire des exposés, traiter des thèmes du programme avec uniquement des pistes bibliographiques et ces exposés tiennent lieu d'épreuve d'évaluation⁵⁶. Parfois employée de manière systématique par certains formateurs, l'autonomie l'est de façon marginale par d'autres pour aborder certaines notions comme le calcul mental.

Cette forme de formation laisse perplexe. En effet, si d'une certaine façon il faut reconnaître qu'ainsi certains étudiants travaillent parfois de façon intensive et peuvent dans certains cas montrer leurs compétences spécifiques, a contrario ce type de formation nie la nécessité des formateurs et conçoit les centres de formation comme des centres de ressources.

Les stratégies du premier type s'assignent toutes le même but : rendre les étudiants capables d'enseigner en utilisant des activités de formation spécifiques et basées sur les

⁵⁶Avec le paradoxe qu'on évalue des compétences non enseignées dans le cadre de la formation.

moyens que donne la formation des maîtres. Dans ce cadre, nous envisagerons trois grandes stratégies :

✧ Les stratégies basées sur la monstration. Il s'agit de transmettre une pratique en la montrant aux étudiants et en la faisant imiter. C'est le mode le plus naturel et le plus ancien ("leçon modèle") d'initiation aux pratiques professionnelles. Il suppose l'existence de modèles et de maîtres à observer. Nous n'avons pas encore explicité d'exemples de ce type de formation qui dépend de façon importante d'autres formateurs que les professeurs de l'I.U.F.M..

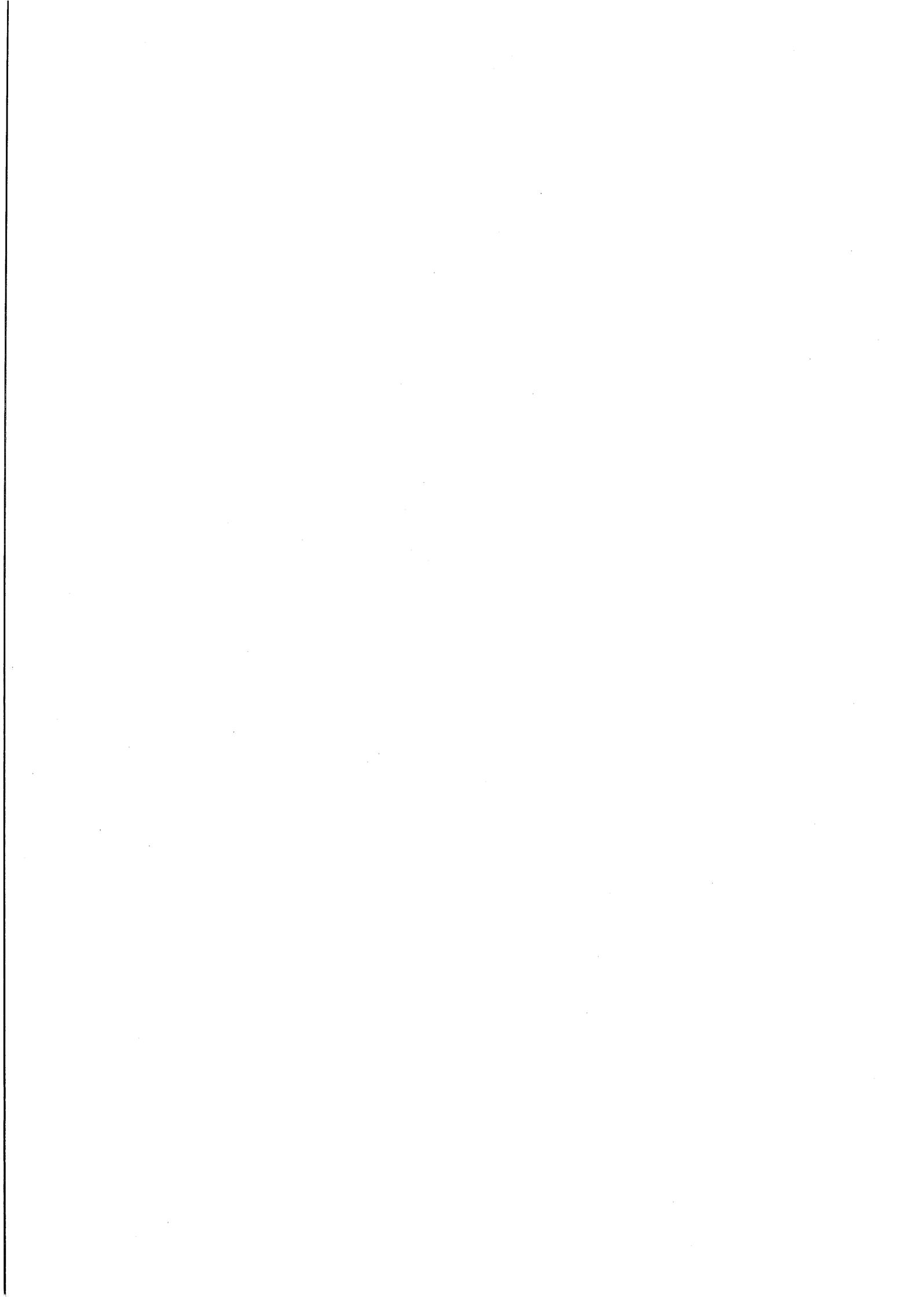
✧ Les stratégies basées sur l'homologie. C'est aussi un modèle fondé sur l'imitation, mais une imitation complexe et transposée par le formé. Ce dernier doit mettre en place un modèle de formation inspiré de celui qu'il a pu vivre en tant qu'étudiant dans le centre de formation. Les formateurs enseignent conformément à leur conception de ce que doit être l'enseignement à l'école élémentaire.

✧ Les stratégies basées sur la transposition. Elles s'opposent aux précédentes par l'insistance mise sur la distanciation théorique. Elles se proposent de transmettre des savoirs de référence mais portant sur la pratique de la classe ce qui les distingue des stratégies culturelles. Pour étudier ces stratégies, il sera important de préciser les savoirs retenus et les modes de transposition mis au point.

*

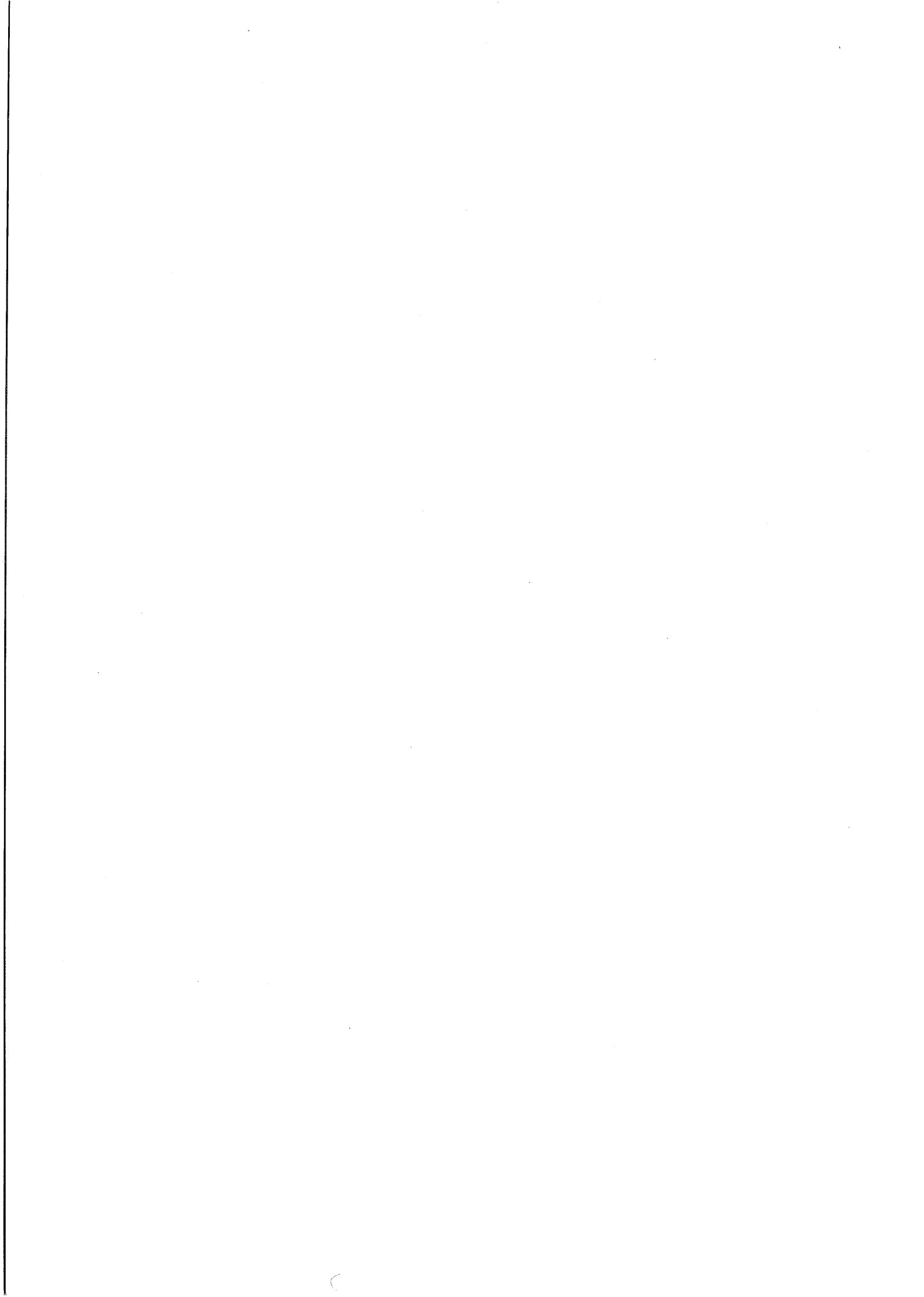
* *

La deuxième partie de cette étude va être consacrée à l'étude approfondie de ces trois dernières stratégies qui sont spécifiquement liées à la formation des maîtres et qui sont marquées par la professionnalisation des étudiants. Nous dégagerons ainsi plus nettement leurs spécificités et leurs propriétés.



Deuxième partie

**Etude des stratégies de formation privilégiant la
professionnalisation**



Les stratégies basées sur la monstration

Traditionnellement l'enseignement professionnel, surtout dans les métiers manuels, se transmet par apprentissage, autrefois le compagnonnage, où les savoir-faire sont montrés par un expert à un débutant. Naturellement, en formation des maîtres, nous allons retrouver cette façon d'enseigner qui consiste à montrer à l'étudiant en formation ce qu'il devra faire ou ne pas faire plus tard. Je nommerai stratégies de monstration toutes les stratégies de formation où cet élément de visualisation sera prédominant. Parfois la monstration servira plutôt d'illustration ou d'exemple pour amorcer ou conclure une autre stratégie, notamment celle basée sur l'homologie. L'objet de ce chapitre est uniquement l'étude des stratégies où la visée monstrative est première.

De plus, mon objectif n'est pas de faire une étude générale du rôle de la monstration dans la formation des enseignants, mais de préciser sa nature lorsqu'elle est utilisée par les formateurs en mathématiques.

La forme la plus simple et la plus immédiate de formation axée sur la monstration consiste à placer les étudiants, et ceci sans préparation spéciale, dans une classe où ils peuvent regarder un maître en train d'enseigner une notion à des élèves de l'école élémentaire. Il s'agit d'une monstration essentiellement axée sur le maître et qui néglige souvent l'élève en tant qu'apprenant. Les étudiants sont ainsi plongés dans le système dans lequel ils devront plus tard exercer leur travail. Ils découvrent petit à petit et par eux-mêmes la fonction qui sera la leur. Le processus de formation repose alors sur l'absorption supposée d'un modèle par imitation. Ce type de formation sur le tas

s'approche de ce que certains sociologues, comme Michelle Salmona⁵⁷ nomment le "nourrissage" dans le cadre des apprentissages de travaux manuels.

La caractéristique de ces formations réside dans l'absence de toute explicitation. Les formés vivent une situation qu'ils reproduiront ensuite uniquement par imitation sans réflexion explicite sur leur vécu. A l'opposé de cette forme de transmission imitative et toujours dans le cadre de la monstration existent toutes les approches qui visent l'acquisition de savoir-faire à partir d'une observation de la classe consciente et active de la part du formé.

Pour que le formé puisse tirer le maximum de profit de sa présence dans le cadre d'une classe, il est important qu'il puisse:

- se situer dans le contexte particulier où se déroule l'observation ce qui nécessite une connaissance minimale du passé de la classe.

- saisir les informations pertinentes et savoir distinguer les notions importantes de celles qui sont accessoires.

- savoir coopérer avec "l'expert" lorsqu'il va devoir conduire lui-même une séance dans la classe du conseiller pédagogique.

Il s'agit donc d'un processus complexe ayant des entrées multiples très dépendantes des connaissances initiales de l'étudiant. Ce processus suppose chez l'étudiant un savoir-observer⁵⁸ qu'il faudra lui enseigner. A défaut, on risque de tomber dans "l'illusion touristique" qui consiste à croire que l'on connaît ce que l'on a simplement visité.

Les formateurs qui utilisent la monstration avec un travail d'explicitation doivent donc clairement dégager les observables qu'ils vont privilégier et préciser le mode d'observation qu'ils vont mettre en place. Ils sont donc conduits à opérer un découpage de la réalité adapté aux objectifs de formation qu'ils poursuivent. De plus, ils doivent

⁵⁷Citée par D. CHEVALLIER et I. CHIVA in *Savoir-faire et pouvoir transmettre*, opus cité.

⁵⁸THEUREAU J,1991, "Cours d'action et savoir-faire" in *Savoir-faire et pouvoir transmettre*, opus cité.

simultanément former les étudiants au "savoir-observer" à l'aide de techniques d'observation adaptées mais parfois un peu lourdes.

Deux critères sont importants pour classer les stratégies de monstration en formation des maîtres. Le premier porte sur les connaissances que le formateur souhaite transmettre de manière prioritaire et le deuxième prend en compte la configuration matérielle et humaine où se déroule l'observation.

L'examen du premier point nous conduit à dégager deux types de stratégies :

✧ Stratégie axée sur l'observation et l'acquisition de savoirs pédagogiques généraux.

Les formateurs en mathématiques choisissent cette direction pour les deux raisons suivantes :

- soit ils considèrent que l'action sur les compétences pédagogiques générales des enseignants constitue un préalable indispensable à toute formation disciplinaire.
- soit ils cherchent à utiliser au mieux la configuration de formation de type stage que nous préciserons plus loin.

✧ Stratégie axée sur l'observation et la mise en oeuvre de contenus liés aux mathématiques.

Cette deuxième piste semble plus naturelle dans le cadre des formations en mathématiques. Elle comporte deux ramifications :

- l'approche pédagogique.
- l'approche didactique.

Pour connaître ces différentes approches, il importe de préciser leurs méthodologies et les grilles d'observation qui les accompagnent.

Dans le cadre de la pédagogie générale et dans la filiation des travaux américains des années soixante repris en France à partir des années soixante-dix, nous trouvons un

nombre considérable d'études du rôle du maître et des méthodologies d'observation. Dans les centres de formation, ce savoir est diffusé par les ouvrages de Postic⁵⁹ et de De Landsheere⁶⁰. Il est rendu opératoire dans la formation des instituteurs par les travaux de Média-Formation⁶¹ avec notamment la brochure "Apprendre à observer"⁶² et la mise en place de laboratoires d'essais pédagogiques. Dans l'optique de ces différents auteurs, il s'agit de mettre en place un nouveau type de compétence de l'enseignant. Postic écrit "*Cette compétence est une aptitude à se conduire d'une façon spécifique à l'intérieur d'une situation sociale déterminée, en vue de produire des effets approuvés par les membres de l'environnement scolaire . Il y a une relativité de la compétence au contexte*" (p 301)

Dans cette optique très relativiste et évolutive, également très dépendante des différents regards extérieurs Postic fixe pour buts à la formation "*de les amener*(les enseignants) *à savoir s'adapter aux situations rencontrées, présentes et futures, à savoir ajuster leur action*" (p 302). D'où l'importance des instruments d'observation du comportement de l'enseignant "*parce qu'ils procurent les moyens d'analyser les schèmes d'action employés, d'examiner les stratégies suivies dans la situation vécue, et d'en concevoir d'autres*" (p 302).

De nombreuses grilles d'observation ont donc été mises au point par les différents chercheurs qui mettaient souvent l'accent sur les relations maître-élèves. Le modèle de Hughes (1962), raffiné par De Landsheere et Bayer en 1969, développe les aspects fonctionnels de l'enseignement (organisation, imposition, facilitation, développement, etc.). Cette conception rencontrait parfaitement le point de vue défendu par la circulaire de 1979 axée sur les démarches pédagogiques. Cela explique le développement du

⁵⁹POSTIC M, 1977, observation et formation des maîtres, PUF.

⁶⁰DE LANDSHEERE, 1976, Introduction à la recherche en éducation, Armand Colin.

⁶¹Il s'agit d'une structure mise en place par la Direction des Ecoles et présentée comme une mission d'animation pour le développement des techniques éducatives nouvelles dans la formation des maîtres.

⁶²Média-Formation, 1982, Apprendre à observer, Ministère de l'Education Nationale.

programme Média-Formation financé par le Ministère de l'Education et qui disparaîtra avec les nouvelles circulaires plus centrées sur les contenus disciplinaires.

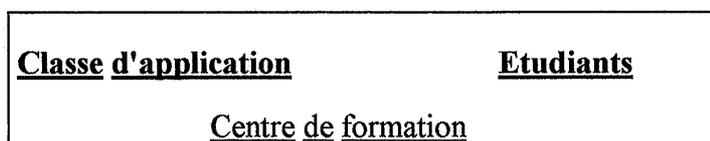
Le deuxième type d'approche qui privilégie l'observation des pratiques liées à l'enseignement des mathématiques nécessite des grilles d'observation spécifiques. Je les signalerai avec des exemples de mise en oeuvre en formation. Cependant, nous pouvons déjà signaler leur côté empirique en comparaison des approches statistiques de l'école américaine de pédagogie générale et de la rigueur de l'approche ethnologique⁶³.

L'autre élément important dans l'analyse des stratégies basées sur la monstration sera la configuration humaine et matérielle dans laquelle se déroule la séance. J'ai distingué deux configurations bien typées qui véhiculent des conceptions de la formation très différentes. Ces configurations s'imposent aux formateurs comme des contraintes non négociables.

1) La configuration de stage.

Il s'agit d'une initiation au métier d'enseignant proche du "nourrissage" où l'appropriation du métier se fait de manière graduelle.

Elle juxtapose le centre de formation et des classes d'application où exercent des conseillers pédagogiques. Ces classes sont privilégiées comme lieu d'observation ou de première prise en main d'un groupe d'enfants.



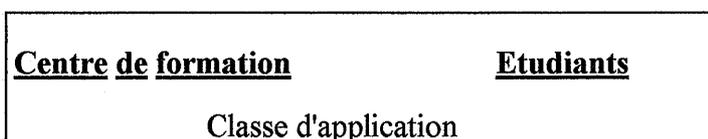
Les formateurs du centre ont pour rôle principal de guider les observations des stagiaires et ils ne sont pas les initiateurs de la formation.

⁶³Voir par exemple POSTIC M et DE KETELE J.M.,1988, observer les situations éducatives, PUF, Paris.

2) La forme standard

Cette deuxième configuration privilégie le centre de formation comme lieu de formation. La classe de base, futur lieu d'exercice, continue d'exister mais passe nettement au second plan. Les étudiants passent la majorité de leur cursus dans l'Institut de Formation.

Cette configuration nous place dans la situation traditionnelle de l'institution scolaire avec des professeurs et des étudiants.



Cette fois la monstration sera mise en oeuvre par le formateur du centre qui en assure la maîtrise.

Je vais procéder à l'étude de ces deux configurations et je signalerai le type d'observation proposée pour les exploiter.

La configuration de stage.

Les stages en question sont ceux dits "en tutelle". Un conseiller pédagogique supervise un ou deux étudiants (parfois plus) dans une classe particulière. Il s'agit en effet d'une classe d'application qui doit fonctionner sans problème externe particulier et ceci dans un environnement pédagogique riche. Le conseiller pédagogique doit montrer à ses stagiaires sa (la ?) façon d'enseigner. Bien sûr, il y a une grande diversité de pratiques du tutorat chez les maîtres formateurs. Certains laissent l'étudiant préparer seul sa séance et critiquent ensuite la réalisation, d'autres se laissent observer mais sans fournir les objectifs de la leçon. Cependant, on peut retenir comme règle générale (et légale) le

fait que les préparations sont effectuées en commun avec une grande diversité de modalités.

Le professeur est extérieur à cette organisation, mais peut tout de même suivre les stagiaires grâce à un certain nombre de visites réglementaires. Il peut aussi donner des consignes pour un travail particulier avant le stage. Mais cela suppose que le stage fasse partie intégrante de la formation donnée au centre de formation et soit donc une structure ouverte aux formateurs du centre. Or certains projets envisagent régulièrement de supprimer le cordon ombilical qui relie les classes d'application aux centres de formation⁶⁴. On note aussi une tendance persistante à vouloir réduire la formation des enseignants du premier degré à ces stages suivant en cela le modèle artisanal⁶⁵ de transmission des savoirs. Remarquons aussi qu'il s'agissait du modèle ancien de formation avant l'existence de centres de formation pédagogique.

Le problème posé par les stages est essentiellement celui de l'articulation entre la formation donnée dans les centres par les professeurs de mathématiques et la pratique effective rencontrée dans les classes par les stagiaires. En effet, les pratiques des maîtres-formateurs sont parfois éloignées des modèles souhaités par les formateurs et ceci d'autant plus que l'institution ne favorise plus la coordination des deux types de formateurs. Il y a donc parfois un conflit de pouvoir entre les différents formateurs et une source de confusion pour les étudiants qui sont confrontés à différents modèles de l'enseignement des mathématiques.

Pour le professeur se pose donc le problème de l'exploitation et d'une certaine manière de la connaissance du savoir transmis dans le cadre des stages. La formation donnée ainsi représente un volant d'heures important. Ainsi à Evreux en 1990, un stagiaire devait passer sept semaines en tutelle. Dans ce laps de temps, il observe plusieurs

⁶⁴Depuis la création des I.U.F.M., les classes d'application ne dépendent plus du Directeur de l'Institut mais d'un inspecteur.

⁶⁵Il n'est pas évident d'apprécier la volonté réelle de mener à bien ces projets qui sont surtout développés aux veilles d'élections par les organisations politiques.

séances de mathématiques et doit en préparer en moyenne une dizaine. On peut estimer à environ soixante-dix heures cette formation liée aux mathématiques qui n'est pas dispensée par un professeur de mathématiques. Ce chiffre est à comparer aux cent heures de formation consacrées à la même époque aux mathématiques dans l'Ecole Normale. De plus, ce travail se déroule dans le cadre d'un enseignement particulier (le tuteur et l'étudiant) et a donc un impact considérable, mais difficilement évaluable vu la diversité des conditions, sur les connaissances professionnelles des formés.

Le thème de l'articulation entre la formation et les stages revient fréquemment lors des colloques de P.E.N.. C'est ainsi que lors du colloque de Paris en 1990⁶⁶, ce problème a fait l'objet d'un atelier (rapport M. Pauvert⁶⁷) curieusement intitulé "Aides aux normaliens en stage". Le compte-rendu de diverses situations insiste sur la grande difficulté d'articulation entre ces stages et les formations en Ecole Normale. et il montre également la prééminence du savoir pédagogique général qui se met en place à cette occasion. En effet, ces stages sont souvent le premier contact de l'étudiant avec les classes et ces expériences visent surtout à lever différents obstacles tels que les problèmes de discipline ou de gestion quotidienne. Elles servent aussi à en poser de nouveaux concernant la découverte de l'hétérogénéité des élèves, la diversité des modes d'apprentissage, la complexité des démarches, l'usage des manuels, etc.

Certains formateurs décident alors de s'appuyer sur ces difficultés pour mettre en place une stratégie qui va viser le développement du savoir pédagogique général. Ainsi, lors de leur départ en stage les étudiants peuvent partir avec une des grilles proposées par Postic, par exemple celles de Hughes (voir un exemple en annexe) ou de De Landsheere. Au retour du stage, la synthèse effectuée sous la direction du formateur sera centrée sur le rôle et les attitudes du maître. Il faut noter ici certains inconvénients des grilles d'observation. Elles peuvent notamment rendre l'étudiant peu sensible aux

⁶⁶IREM Paris VII, 1990, Actes du colloque des Professeurs d'Ecole Normale, Paris .

⁶⁷I.U.F.M. de Créteil.

"événements inattendus" qui peuvent survenir pendant la séance et qui sont souvent très intéressants à étudier. On peut aussi constater que les observateurs de la même séance rendent parfois des grilles d'observation très différentes ou inversement que des grilles identiques décrivent des séances totalement distinctes⁶⁸.

Les professeurs de mathématiques qui veulent exploiter ces stages pour développer les connaissances liées à leur discipline pourront demander à leurs étudiants des comptes-rendus d'observation ou de séances basés sur des grilles à dominante mathématique.

Nous allons voir un premier exemple assez caractéristique de la position ambiguë des professeurs de mathématiques dans une structure qui favorise la pluridisciplinarité. Marcelle Pauvert choisit de présenter à ses étudiants un schéma de préparation de séances dont on ne sait pas s'il peut s'appliquer à toutes les disciplines ou s'il est spécifique des mathématiques. Elle fait distinguer nettement le travail du maître de celui de l'élève pour éviter l'erreur des débutants qui ont tendance à se concentrer sur la prestation du maître.

Elle arrive ainsi à la grille suivante ⁶⁹:

<u>Maître</u>	<u>Elève</u>
(1) Formuler un objectif	(2) Qu'a-t-il à faire ? Quel sera le produit du travail ? Quelles sont les conditions d'exécution (matériel, durée, organisation de groupe, moyens autorisés) ? Quels sont les critères d'exigences: formes ou qualités de la production ?
(3) Formulation de la consigne	(4) phase de travail de l'élève.

⁶⁸ADDA J, 1982, "L'observation de classe et le paradoxe de l'observateur", Educational studies in mathematics, 13,21-32.

⁶⁹Colloque de Paris opus cite page 82.

(5) Observation et médiation.

produit du travail de l'élève

(6) Evaluation du travail de l'élève

part de l'élève dans l'évaluation

(7) Evaluation/bilan

Formulation d'un objectif pour la séquence suivante ...

Dans cet exemple, nous constatons que l'observation n'est pas destinée à prendre une distance par rapport au travail de l'enseignant mais qu'elle apparaît plutôt comme un moyen pour le maître de préciser son action. La finalité de cette action est la transmission de connaissances mathématiques dans une démarche pédagogique centrée sur l'enfant au travail. Les différentes remarques lors de comptes-rendus ne porteront pas (ou peu) sur des attitudes, mais sur l'adéquation entre le projet du maître et les productions de l'élève.

Le savoir que transmet le formateur peut être qualifié de savoir pédagogique à tendance mathématique.

Dans la même optique, mais en distinguant davantage l'observation de l'action, Roland Charnay de l'I.N.R.P. propose⁷⁰ avec des formulations plus ambiguës et plus floues une première grille qui permet de décrire le déroulement d'une séance.

Activités :

Consigne :

Organisation de la classe :

Comportement du maître :

Comportement de l'élève :

Le terme "comportement" pose de nombreux problèmes d'interprétation et renvoie à de nombreuses perceptions des rôles de l'enseignant et de l'élève.

⁷⁰IREM Rouen, 1989, Colloque des Professeurs d'Ecole Normale, Rouen p 73.

Ensuite R. Charnay propose une autre grille présentée comme un support d'analyse de la séance et qui permet de comparer les prévisions du maître avec la réalisation.

Activité	prévu		réalisé		remarques
	maître	élève	maître	élève	

Ce support reste encore une fois très vague ce qui lui donne une certaine neutralité. Cet aspect indéfini du support ouvre de nombreuses pistes au formateur qui peut toujours trouver dans les différentes traces obtenues matière à développer les thèmes qui lui sont chers. Comme nous le verrons en détail (voir le chapitre sur les stratégies de transposition), c'est un point de départ un peu flou qui permet ensuite au professeur de faire part de ses conceptions et qui semble très lié à l'approche pédagogique de la formation qui se distingue ainsi de l'approche didactique.

Dans l'exemple cité, le professeur transmet à cette occasion des notions appartenant à divers savoirs en privilégiant l'étude du lien entre la tâche proposée et les savoirs mis en jeu. Il insiste donc sur des problèmes de formulation, de variables didactiques, d'interprétation des énoncés par les élèves. Il cherche à découvrir les conceptions des élèves et finalement sa réflexion semble le conduire à une analyse des erreurs des élèves et à une exploitation de celles-ci par le maître. Nous sommes donc bien loin de la monstration initiale.

Pour en terminer avec ces exemples un peu empiriques, je vais donner un exemple d'exploitation des stages a posteriori pour effectuer une synthèse commune telle que je la pratique avec mes étudiants. Elle vise, comme dans les deux exemples précédents à préciser la structuration d'une séance de classe mais elle a aussi pour objectif d'esquisser la nature des progressions en mathématiques.

Les étudiants ont été stagiaires pendant trois semaines dans une classe. Ils ont été répartis dans douze classes différentes s'étageant de la maternelle au cours moyen. Au retour de leur stage, je leur propose un travail qui doit permettre de dégager les moments importants d'une séance de mathématiques et qui peut aussi être une occasion d'échanges pour des gens ayant eu des conditions de stage très dissemblables.

L'ensemble des étudiants est réparti par groupes correspondant aux paliers définis par la formation 1985 (maternelle, cours préparatoires, CE-CM)⁷¹. Chaque groupe doit répondre à une série de questions qui portent sur les thèmes suivants :

- ✧ Le contenu mathématique vu pendant les trois semaines.
- ✧ Les dominantes de séances : ont-ils vu des séances de découverte, d'institutionnalisation, de familiarisation ou d'évaluation ?
- ✧ L'organisation de la classe : consignes, matériel, fonctionnement
- ✧ Le rôle du maître
- ✧ Bilan et demandes de formation.

Ensuite à partir des différentes réponses, j'élabore un tableau de synthèse où les différents paliers sont présentés parallèlement.

Ces séances visent l'institutionnalisation et aussi la familiarisation avec un mode d'organisation de l'enseignement des mathématiques que je souhaite voir mis en place.

La confrontation des différents paliers permet aussi de dégager la spécificité des divers niveaux d'enseignement. Ainsi peut-on noter l'émergence disciplinaire progressive à partir d'un fonds relativement indistinct à la maternelle jusqu'au Cours Moyen où le contenu semble premier. Parallèlement à cette évolution, on note une plus grande précision de consignes et une diminution de l'usage du matériel.

⁷¹Cette répartition a été modifiée par l'introduction des cycles en 1991.

Pour conclure cette partie consacrée à la configuration de stage, précisons quelques difficultés liées à ces observations en stage et aux grilles supports.

✧ Les outils d'observation peuvent être très détaillés et scientifiquement testés. Ils deviennent alors particulièrement lourds à mettre en place dans le cadre d'une situation de classe effective. De plus, le rapport observateur/observé va entraîner des glissements dans les relations entre le maître-formateur et l'étudiant. En effet, l'usage d'une grille introduit une sorte d'évaluation objective des pratiques du conseiller pédagogique, qui se sent alors jugé par celui qu'il est chargé d'éduquer et d'évaluer en fin de stage. Rares sont les formés qui osent porter un avis négatif devant le formateur à la fois par crainte d'éventuelles représailles et aussi par la modestie que peut avoir un débutant devant un maître chevronné qui domine les aspects les plus apparents du métier (gestion de la classe, discipline).

✧ A l'opposé, les grilles peuvent être floues, mais alors toutes les interprétations sont possibles. Et finalement, elles ne servent que de vague prétexte introductif à un cours sur les différents types de pédagogie ou sur les erreurs des enfants liées à l'enseignement.

✧ En général, les professeurs n'ont pas assisté aux séances qui ont eu lieu pendant le stages et qui font l'objet de la description, les autres étudiants non plus. Quelle est alors la valeur du compte-rendu ? Quel est son degré de véracité ? Seules les trois ou quatre personnes qui ont participé à la séance peuvent l'utiliser avec fiabilité. Il faut cependant remarquer que ces personnes ne jouaient pas toutes le même rôle (acteur, observateur, conseiller) et qu'elles n'ont pas toutes le même statut et la même familiarité avec l'école.

Les tenants de l'observation méthodique critiquent cette observation spontanée, peu guidée et pratiquée par un public sans formation spécifique. Nous verrons d'ailleurs, dans la suite, des exemples de mise en place d'une technologie de formation axée sur

l'observation avec des précautions méthodologiques importantes (le micro-enseignement).

Cependant on peut tout de même remarquer que ce type d'observation, relativement simple à effectuer et proche de la réalité de la pratique quotidienne, peut donner des éléments d'analyse et de critique. Ceux-ci permettent d'aller plus loin dans la réflexion que les simples souvenirs fugaces d'une séance. En fait, la formation consiste aussi à donner au futur enseignant l'habitude de procéder à des bilans de son action. De plus, cette mise en commun d'expériences diverses permet de dégager certains invariants ou de marquer les différences.

Enfin, les professeurs de mathématiques ne peuvent négliger cet aspect de la formation où se manifeste la pluridisciplinarité et où s'effectue l'intégration des mathématiques dans l'ensemble des disciplines.

La configuration standard

Je vais maintenant décrire les stratégies basées sur la monstration qui prennent appui sur la configuration standard. Cette fois le formateur, contrairement au cas des stages, assume totalement la monstration et met en place ces séances dans le cadre de son cours. Il ne s'agit donc plus d'une entreprise de récupération et de contrôle d'un savoir donné par d'autres, mais d'une forme de transmission de savoir dans le cadre usuel du centre de formation. Cette formation tend à mettre en place des observations conscientes et explicites. Le professeur et les étudiants seront en position d'observateur par rapport :

- ✧ à une classe avec son maître (parfois un étudiant ou le professeur),
- ✧ à une bande vidéo,
- ✧ à un enfant, quelques enfants.

Je vais présenter des exemples de ce type de formation qui ont des finalités et des modes de fonctionnement différents.

1) La monstration-action en liaison avec une classe élémentaire: je présente un cours sur l'enseignement de la division, destiné aux élèves-instituteurs de première année, que j'ai mené avec un maître-formateur. Cet exemple illustre une forme courante de travail avec les classes d'application telle que de nombreux professeurs la pratiquaient dans les Ecoles Normales avant les circulaires de 1986.

2) L'approche technologique.

L'observation peut être centrée sur le maître ou sur les élèves avec un usage important de la vidéo.

Je donne trois exemples de cette tendance :

a) Le premier exemple introductif est constitué par une activité brève servant d'évaluation pour les normaliens. Une bande vidéo d'une leçon filmée dans une classe sert de support à l'observation. Dans le cas rapporté, il s'agit d'une monstration critique.

b) Je présente brièvement la technologie du micro-enseignement où l'usage de la vidéo est fondamental. Ce cas est une extension systématisée et généralisée de l'exemple précédent. Mais la visée de formation est bien plus globale car il s'agit de transformer les pratiques pédagogiques du formé.

L'observation peut aussi se centrer sur l'élève.

c) Il ne s'agit plus de regarder une classe (même filmée) mais d'observer des groupes réduits d'enfants en train de chercher. Parmi les nombreux exemples de ce type j'ai choisi un travail de R. Neyret⁷² sur la résolution de problème.

3) Observation de type didactique. L'observation s'inscrit dans la perspective plus vaste de la didactique des mathématiques. G. Brousseau et son équipe ont mis en place un type d'observation centrée sur une classe pouvant avoir comme finalité soit la recherche soit la formation d'enseignants.

⁷²I.U.F.M. de Grenoble.

Nous allons maintenant détailler ces exemples.

1) La monstration-action.

Lors de ma première année d'enseignement à l'Ecole Normale (1983), j'ai repris le mode de formation mis au point par mes collègues. Les professeurs fonctionnaient alors en "doublette" avec un conseiller pédagogique. A cette occasion, j'ai donc pu présenter aux normaliens de première année l'introduction de la division dans un CM1, sous la conduite de Mr Berbé⁷³. Vu la différence de compétences pratiques entre le maître et moi, ce fut en grande partie lui l'instigateur et le concepteur de la suite de séances. Cependant par la suite j'ai pratiqué de la même manière avec de ma part une initiative plus grande. Cet exemple n'est pas isolé et reflète assez bien, comme je l'ai indiqué, une pratique très répandue dans les Ecoles Normales lorsque le courant pédagogique était à son apogée.

L'ensemble de la formation a duré sept séances de trois heures. L'ensemble était structuré de la façon suivante :

1. Présentation générale de la division.
2. A l'Ecole Normale, présentation et préparation de la séance à effectuer dans la classe.
3. Dans la classe de CM1, les normaliens assistent à la séance menée par le maître (et ensuite par deux fois par l'un de leurs pairs). Un rapide bilan à chaud est effectué et quelques pistes sont données pour la séance suivante.
4. Retour au point 2 (et ceci quatre fois)
5. A la fin de ce cycle, nous présentons une programmation générale de la division et procédons à une évaluation des étudiants.

Les objectifs poursuivis que nous avons en tant que formateurs peuvent se résumer ainsi :

⁷³Alors Directeur de l'Ecole Annexe d'Evreux.

a) Présenter aux étudiants une manière totalement nouvelle pour eux d'introduire la division. Les enfants doivent en effet résoudre un lot de petits problèmes de partage sans connaître la technique usuelle de la division.

b) Faire découvrir un mode de gestion de la classe comportant une phase de recherche en travail de groupe puis une synthèse des différents travaux.

c) Montrer une démarche pédagogique constructiviste qui laisse à l'enfant une certaine part d'initiative.

Dans l'évaluation demandée aux normaliens, les comptes-rendus de séance avaient une place privilégiée. Certains points, en liaison avec les objectifs précités, donnaient lieu à une observation particulière. Il s'agissait de l'analyse des procédures des enfants, de la description critique du travail de groupe et enfin de la présentation du rôle du maître.

Ce moyen de formation s'inscrit dans une pédagogie du modèle à imiter. L'évaluation participe à la formation et contribue à renforcer les points jugés positifs par les formateurs. Les critiques que l'on peut apporter aux options prises par le maître ne peuvent porter que sur des points de détail sans réelle importance sinon le risque est grand de voir le système s'effriter. En fait, tous les participants ont intérêt à rester dans le cadre proposé. Les formateurs assurent ainsi leur crédibilité et les normaliens, d'abord étonnés par le type d'ingénierie proposée, peuvent espérer trouver une certaine stabilité et un lot de recettes pour gérer leur classe plus tard. Bien sûr, ce modèle fonctionne d'autant mieux qu'il repose sur une entente réelle entre les formateurs et sur la participation d'un maître-formateur particulièrement compétent donc susceptible d'être imité.

Cette stratégie de formation tire sa force de son ancrage dans la réalité des classes. Mais cette insertion de la classe dans la formation rend difficile une réflexion décontextualisée. Ainsi dans cette classe de CM1 le maître choisissait, contrairement à la majorité de ses collègues, d'introduire les multiples après les premières séances sur la division. Que faire dans le cas inverse, que faire au CE2 ou plus tard ? Il est sans doute

possible de répondre à ces questions mais la prégnance du modèle, la nécessité de préparer des séances et de les analyser rendent difficile et un peu artificielle toute réflexion sur les différents transferts possibles.

Dans l'ensemble, les formés ont évalué positivement cet enseignement qui résout un problème particulier. Ils ont ainsi l'impression d'avoir un cours complet sur le thème en question. Par contre, ils se sont sentis démunis sur les autres opérations qui ont été traitées beaucoup plus rapidement pour des raisons d'équilibres temporels. Ils souhaiteraient recevoir exactement le même type d'enseignement sur toutes les notions.

Nous devons nous interroger sur la capacité des étudiants à pratiquer dans le cadre de la formation l'analogie et le transfert. Certes, si l'on se réfère à Malglaiive⁷⁴, l'adulte a la possibilité de jouer sur différents registres et d'opérer les transferts nécessaires. Mais d'autres études comme celle de Navarro⁷⁵ montrent que l'adulte placé dans des situations inhabituelles pour lui repasse par les étapes du développement génétique piagétien. Quelles sont les conditions de familiarité avec les contenus transmis qui permettent à l'étudiant d'assurer son autonomie ?

En raison de son coût en temps et en personnel, on a pratiquement mis fin à ce modèle de formation. La volonté de garder une attitude plus neutre vis-à-vis des différentes démarches pédagogiques tend également à écarter cette transmission forte d'un modèle.

Dans ce mode de formation, l'observation est sous-tendue par l'action que constitue la préparation et la mise en oeuvre des séances. On peut donc rapprocher cet exemple de la formation donnée dans le cadre du stage. Mais cette fois, ce mode de formation est en quelque sorte "scolarisé" car il s'effectue au sein d'un grand groupe et sous la direction du professeur et d'un seul conseiller pédagogique. Cette approche fait disparaître certains inconvénients que nous avons rencontrés dans la configuration de

⁷⁴MALGLAIVE G, Enseigner à des adultes, opus cité.

⁷⁵NAVARRO C, 1983, Théorie opératoire de l'intelligence et analyse des processus cognitifs de l'adulte dans la réalisation de tâches : quelques études récentes, in Not L, Perspectives piagétienues, Privat, Toulouse.

stage. Elle permet notamment une observation commune à tout le groupe d'étudiant. La transmission du savoir pédagogique lié aux mathématiques est également plus aisée, moins artificielle et mieux reliée à la pratique de la classe.

2) L'approche technologique

L'observation d'une classe peut aussi se faire sans déplacement en utilisant une bande vidéo ou un film tourné dans une classe. Ce moyen est fréquemment utilisé comme illustration s'insérant dans une stratégie autre que monstrative.

Dans le cadre de la monstration, il s'agira essentiellement d'une approche critique. Ainsi J. Bolon⁷⁶ signale une utilisation possible du support filmé dans le cadre d'une évaluation.⁷⁷

Exemple 2a). Les normaliens reçoivent une fiche de préparation de la séance, consacrée à la proportionnalité, et un questionnaire. Ensuite ils visionnent le film (45 minutes) et après un bref débat par petits groupes, ils doivent rédiger individuellement les réponses aux questions. Celles-ci portent uniquement sur des problèmes de pédagogie des mathématiques dans une perspective constructiviste du savoir et sont réparties en quatre catégories :

- 1) Critique de la fiche de préparation avec un travail sur les consignes.
- 2) Traitement des erreurs des élèves.
- 3) Cohérence interne : dans le film les propriétés mises en oeuvre par les enfants ne correspondent pas aux objectifs de la préparation.
- 4) Question de mathématiques sur les fonctions numériques.

J. Bolon indique que les résultats de l'observation sont meilleurs que ceux réalisés dans une classe. Cela s'explique sans doute par l'existence d'un premier filtre, le regard du cameraman. On est déjà passé de la vision complexe avec différents points de vue à l'intérieur d'une classe à une projection sélective et extérieure. De plus il s'agit d'une

⁷⁶I.U.F.M. Versailles.

⁷⁷ Actes du Colloque des P.E.N d'Angers, 1987, page 170.

situation d'évaluation généralement plus propice à un travail attentif de la part des formés. Enfin, le support filmé permet de revoir plusieurs fois la séquence.

Le film sert de support à une critique de certaines façons de faire des enseignants. Ici, la maîtresse filmée guide pas à pas les enfants et veut à toute force les ramener à ses objectifs pourtant contradictoires avec les procédures générées par la situation de départ.

On a en fait une sorte d'anti-monstration proche des activités de critique de manuels. C'est d'ailleurs une caractéristique de la tendance pédagogique en formation des maîtres (cette activité date de 1985) d'avoir bâti des stratégies basées sur la critique : on montre différents exemples qu'il ne faut pas suivre. Cela résulte sans doute du fait que les pratiques privilégiées par ce courant sont en rupture avec l'enseignement traditionnel. Les exemples conformes aux vœux du formateur en mathématiques étaient donc rares. De plus, notamment pendant les stages, les étudiants étaient plutôt confrontés à un type d'enseignement des mathématiques contradictoire avec celui défendu par le professeur. On peut aussi défendre, comme le fait Josette Adda, la nécessité de l'autocritique du maître pour analyser correctement les malentendus de ses élèves.

Exemple 2b)

Plus ambitieuse dans son utilisation des techniques nouvelles que l'exemple précédent et surtout plus globale dans ses perspectives de formation, apparaît la technologie dite du micro-enseignement. Parmi les professeurs de mathématiques, celle-ci est présentée comme moyen de formation dans le cadre des Laboratoires d'Essais Pédagogiques⁷⁸. J'ai déjà signalé ce courant technologique différent de la didactique des mathématiques et proche des études américaines relayées en France par Postic et par De Landsheere. Il

⁷⁸ Avec par exemple C. Balduzzi à Aix en Provence.

s'agit véritablement de transformer des pratiques en jouant sur certaines variables de pédagogie générale.

G. Mottet, directeur de l'expérimentation, écrit dans "Apprendre à observer"⁷⁹ : *"Notre volonté est de trouver des micro-situations (éventuellement non pédagogiques) mettant en jeu des variables en nombre limité et ne demandant à l'observateur qu'une compétence transférable. Avec l'idée que l'observation aidera le formé à prélever des indices susceptibles de s'auto-évaluer."*

Ce projet est mis en oeuvre suivant une méthodologie très stricte dont je donne un exemple pris à la page 75 du même ouvrage.

Première phase

- a) enregistrement de deux situations pédagogiques S1 et S2 chez des maîtres expérimentés.
- b) ces deux enregistrements sont montrés à un groupe de dix normaliens en position d'hétéroscopie. Ils discutent de leurs observations en table ronde TR1 et TR2 en présence des maîtresses intéressées.
- c) TR1 et TR2 sont enregistrées en vidéo.
- d) analyse par grilles simplifiées et histogrammes de S1 et S2. Sont mis en évidence les caractères majeurs: du comportement verbal et des comportements non verbaux.
- e) nouvelle table ronde TR3 des dix normaliens qui modifient ou entérinent leurs premières observations faites en TR1 et TR2.

Deuxième phase

- f) mise en situation pédagogique réelle d'une normalienne dont l'enregistrement est suivi en simultané par les pairs.
- g) la normalienne s'observe en autoscopie et remplit une fiche diagnostique.
- h) les pairs visionnent à nouveau et évaluent la performance sur l'échelle de Stanford (feed-back de la normalienne).
- i) mise en forme des résultats (grilles et histogrammes). Détermination des skills à travailler.
- j) exercices de micro-enseignement.

Troisième phase.

- Intégrer à une situation réelle les savoir-faire acquis en simulation.
- k) transfert des habiletés au cours d'un stage dans une classe avec l'enregistrement d'une série de séquences.
- l) analyse des matériaux vidéo recueillis pendant le stage.

⁷⁹Opus cité page 69.

On voit ici l'ambition et la portée du projet qui mêle observation et action, mais pas seulement dans une perspective imitative. L'objectif vise l'augmentation des performances pédagogiques repérées d'après certaines variables déterminant certaines habiletés pédagogiques. La liste est longue (cinquante items prolongés par un etc page 79) avec par exemple :

Interventions organisant la situation

Introduire une notion

Savoir faire observer

Recourir aux exemples

Varié le type de question

Utiliser les réponses d'élèves comme occasion d'enseigner, etc.

En fait, les auteurs semblent développer tout un système de métaconnaissances nécessaires à l'enseignement. Ils ignorent superbement les problèmes didactiques disciplinaires. Ceci explique sans doute le côté marginal de ces travaux en mathématiques, les professeurs de cette discipline ont généralement préféré dans l'ensemble se tourner vers la didactique spécialisée qui leur reconnaît une spécificité et correspond mieux à leur cursus. Mais, ils ont souvent été contactés comme fournisseurs de situations de classe dans le cadre des Laboratoires d'Essais Pédagogiques.

Nous pouvons aussi avancer quelques arguments plus fondamentaux qui expliquent les réticences des formateurs de mathématiques vis à vis du micro-enseignement même lorsque celui-ci tente de prendre mieux en compte les problèmes liés aux mathématiques.

✧ Le micro-enseignement semble accepter l'hypothèse que la reproductibilité des phénomènes d'enseignement est possible et qu'elle peut reposer sur des apparences externes. Le point de vue est à la fois déterministe et extérieur à une réflexion sur la nature du savoir transmis.

✧ L'approche de la complexité qui est proposée par le micro-enseignement est réductionniste et s'oppose à l'approche systémique.

Dans les deux cas, cette approche semble contradictoire avec la pensée constructiviste dominante chez les formateurs en mathématiques et qui privilégie les situations mathématiques complexes et sémantiquement riches.

Exemple 2c).

Nous avons rencontré des monstrations relativement lourdes qui pouvaient nécessiter la mobilisation de toute une classe d'enfants et d'une classe de normaliens (soit environ cinquante personnes dans le même lieu). Je vais présenter maintenant un exemple dont le fonctionnement présente une structure éclatée en petits ensembles. Les stagiaires doivent mener à deux ou à trois des observations de petits groupes d'enfants.

De plus, l'observation ne porte plus ici sur le rôle du maître ou sur le fonctionnement de la classe mais plutôt sur les réactions et les procédures trouvées par les enfants en situation de recherche. Comme je l'ai signalé plus haut j'ai choisi de décrire une situation de formation rapportée par R. Neyret de l'I.U.F.M. de Grenoble.

Dans une brochure consacrée à la formation des élèves-instituteurs⁸⁰, R. Neyret présente un module de formation sur la résolution de problèmes. Ce module comporte cinq séances ayant pour objectif principal, la notion de situations-problèmes et pour méthode de travail, l'observation et l'analyse, par les étudiants, de procédures d'enfants.

Dans une première séance, les étudiants doivent résoudre le problème dit de la tirelire. "Dans ma tirelire j'ai 163 F. J'ai 56 pièces de monnaie. Il n'y a que des pièces de 5F et 2F". Les enfants doivent trouver le nombre de pièces de chaque sorte. Ce problème modélisable par un système d'équations à deux inconnues sort du champ habituel de l'école élémentaire. Les enfants n'ont pas à leur disposition une solution standard, ils

⁸⁰Publications de l'IFM de Grenoble, 1987, Formation des Elèves-Instituteurs et Didactique des mathématiques, Grenoble.

sont donc placés dans une situation de recherche difficile. Ce problème avait été donné à des enfants dans le cadre d'une recherche de l'I.N.R.P. Il est ici repris dans le cadre de la formation des enseignants avec la démarche suivante :

1) Les étudiants doivent résoudre le problème (sans équations), ce qui permet ensuite une étude a priori du fonctionnement des élèves.

2) Les stagiaires visionnent ensuite un film montrant deux élèves en train de résoudre le problème.

3) Le professeur et les étudiants préparent une observation effective d'enfants qui cherchent à résoudre un autre problème. La procédure de formation commence de la même façon par la résolution du problème puis par une analyse a priori. Ensuite un protocole d'observation et d'intervention est fourni aux étudiants. (Il s'agit du protocole expérimental mis au point pendant la recherche de l'I.N.R.P.).

4) Par groupes de deux les futurs enseignants observent, en respectant le protocole, deux enfants confrontés au problème.

5) Les étudiants doivent ensuite rédiger une chronique, en faire un compte-rendu individuel, puis après correction par le formateur, effectuer une synthèse des observations.

6) Nouvelles observations du même type, mais dans un autre niveau.

Le travail mené par R. Neyret est le calque de sa recherche dans le cadre de l'I.N.R.P. En effet, comme je l'ai signalé, une équipe de cet institut a longuement travaillé sur le problème de la tirelire (une partie de leurs résultats est publiée dans la brochure "Comment font-ils ?"⁸¹). Ainsi les étudiants revivent l'expérience menée dans le cadre d'une recherche didactique. Mais il ne s'agit pas pour eux de remettre en cause ou de modifier l'expérimentation. Ils doivent simplement s'approprier par leurs observations

⁸¹INRP, 1984, Comment font-ils?, Rencontres pédagogiques n°4.

les résultats des chercheurs concernant la diversité des procédures de recherches des enfants. Les futurs enseignants sont ainsi sensibilisés à un phénomène difficilement analysable dans la pratique quotidienne.

La monstration proposée apparaît comme une preuve supplémentaire de la véracité des faits rapportés par le formateur. La démarche adoptée paraît redondante et semble insistante dans sa volonté de convaincre le normalien. En effet, on lui fournit successivement le travail de la recherche avec une première preuve vidéo, puis la même matière sur un autre problème avec protocole et observation, et enfin une autre observation.

Pourquoi cette insistance que semble particulièrement forte surtout s'adressant à un public d'adultes relativement cultivés ?

Une première explication repose sur la nature des stratégies basées sur la monstration qui ne se veulent pas des démonstrations rationnelles. En effet en basant leur légitimité sur l'observation et la visualisation, ces stratégies souhaitent obtenir une adhésion forte de la part des formés. Dans cette optique la répétition peut s'expliquer.

Une autre raison de cette insistance de la part du formateur peut aussi provenir d'un désir de formation à un certain type de recherche didactique. L'exemple donné ici rentrerait donc dans ce que j'ai appelé les stratégies de recherches applicatives qui cherchent à former les étudiants en les associant à des recherches. Toutefois la non explicitation de cet objectif est contradictoire avec une réelle initiation à la recherche et relève plus des stratégies de monstration sans réelle objectivation.

3)L'approche didactique.

Dans le micro-enseignement, les variables observées et travaillées étaient d'ordre pédagogique assez général, mais la même technologie pourrait servir à un atelier didactique qui, au lieu d'observer les habiletés et les aptitudes signalées page 110, analyserait des variables didactiques. Cette approche a été proposée par certains

professeurs d'Ecole Normales dans le cadre de Média-Formation en 1985, mais cette initiative n'a pas eu de suite faute de moyens financiers.

Par contre, on trouve cette volonté d'une observation didactique qui n'utilise pas la vidéo mais bénéficie de l'infrastructure supplémentaire fournie par une école expérimentale dans les travaux menés par l'équipe de G. Brousseau à Bordeaux.

L'organisation de la formation axée sur la monstration suit le déroulement suivant.

La première séance est consacrée à l'étude a priori des composantes de la situation d'enseignement et des variables didactiques du "sujet" proposé aux participants. Le groupe doit trouver une liste de critères d'analyse a priori.

La deuxième séance est l'observation d'une classe à l'école Michelet⁸²

Enfin la troisième séance procède à une analyse a posteriori.

Ce mode de présentation avait été mis en place lors d'un atelier du colloque P.E.N de Bordeaux en 1988. Il a été repris de façon plus importante lors d'un stage national pour formateurs d'enseignants⁸³, organisé à Bordeaux en décembre 1991. Les formateurs du stage ont mis en place une séance d'observation dans une classe de CE1 à l'école Michelet de Talence. Ils ont proposé aux stagiaires de choisir entre deux points de vue d'observateur pendant la séance :

1) Ils pouvaient centrer leur observation sur l'élève (plus exactement sur des groupes d'élèves) et ainsi fournir un retour à l'enseignant, en lui précisant les différents effets obtenus par ses consignes et par ses actes. Dans ce cas, ils sont plutôt considérés comme des scribes et ne bénéficient pas réellement d'une formation destinée à des maîtres chevronnés. Leur observation sert surtout à préparer la séance suivante.

2) Ils pouvaient aussi se centrer sur le triplet constitué par le maître, l'élève et la situation choisie afin de déterminer l'efficacité du dispositif mis en place lors de la séance. Ce point de vue semble être celui du concepteur de l'ingénierie et dans le cas

⁸²C'est le nom de l'école expérimentale.

⁸³Je dois à mon collègue R. Casel, participant de ce stage, les informations qui suivent.

précis de ce stage, une façon permettant aux formés de s'approprier une situation mise au point par d'autres.

Dans ce cas, nous pouvons constater la mise en place d'une monstration visant une double appropriation de la part des stagiaires. Il vont tout d'abord découvrir la situation de classe (ici il s'agit d'une séance sur la numération), mais le plus important sera sans doute leur apprentissage de la structuration des ingénieries souhaitée par Guy Brousseau et son équipe. En effet l'observation repose sur le triplet didactique traditionnel organisé par l'intermédiaire d'une situation.

L'importance temporelle, dans une formation relativement brève, accordée à la séance dans la classe fait entrer cet exemple dans le cadre des stratégies de formation. Cet exemple montre aussi que les stratégies de monstration peuvent présenter aux étudiants la structuration de l'enseignement souhaitée par les formateurs mais ceci à condition d'avoir un modèle à observer et les moyens nécessaires pour le mettre en place.

Conclusion

Les stratégies basées sur la monstration visent la formation des étudiants à partir de leur confrontation avec le milieu de son action professionnelle future. Nous avons vu la place fondamentale de l'observation dans ce processus.

Il faut distinguer deux approches qui placent l'étudiant soit en situation d'observateur-acteur, soit d'observateur-non acteur ce qui ne signifie pas passif.

Dans le premier cas, l'étudiant va devoir agir en menant une séance de classe. Il sera aidé dans sa tâche par des conseillers pédagogiques qu'il aura pu observer dans le même cadre. Ceux-ci joueront le rôle "d'experts". Le dispositif d'observation, généralement léger, est second par rapport aux interactions entre les différents participants à la séance (étudiant, conseiller pédagogique ou professeur). Il s'agit d'un stade de la formation qu'on peut qualifier d'artisanal.

Ce mode de formation est radicalement transformé par l'apport de la vidéo lorsque la séance est enregistrée et suivie d'une analyse a posteriori comme dans le cas du micro-enseignement. On peut alors parler d'une approche technologique qui place la formation par opposition au mode artisanal dans un mode de raisonnement "industriel" qui donne la priorité aux aspects techniques. "L'expert" disparaît en tant qu'individu et n'apparaît plus qu'au travers de règles extraites de sa pratique⁸⁴.

Ces deux approches visent une transformation des pratiques de l'étudiant par l'appropriation de modèles. Dans le cadre artisanal, ce modèle est transmis de façon empirique par imitation. Dans le modèle industriel, il est acquis par une suite de micro-actions sur des thèmes très ciblés.

Parmi les monstrations uniquement axées sur l'observation, nous avons pu distinguer deux stratégies.

Les premières sont à visée locale et ciblées sur un objectif précis de formation. Elles peuvent permettre différents regards sur le travail de l'enseignant en agissant à différents niveaux du système éducatif.

Ainsi, certaines monstrations axées sur la découverte du système didactique peuvent permettre une première prise en compte du milieu et des réactions des enfants.

D'autres, plus critiques peuvent remettre en cause certaines évidences pédagogiques et introduire un questionnement sur l'enseignement des mathématiques.

Les deuxièmes sont des stratégies plus ambitieuses qui reposent sur l'existence d'un modèle "vivant" observable par les étudiants. Dans ce cas, le formateur peut aisément montrer le point de vue qu'il défend. La vision a valeur de preuve et peut se substituer au raisonnement.

⁸⁴La forme ultime de cette approche est constituée par la création de système expert de formation en informatique.

Les stratégies de monstration supposent toujours un temps important si l'on souhaite les exploiter correctement. Elles supposent un dispositif de formation assez lourd avec la préparation de l'observation, la réalisation des séances et leur exploitation.

Ce sont des stratégies très complexes à gérer à cause de la diversité des points de vue et de la très grande hétérogénéité des observateurs qui rend difficile pour le formateur l'évaluation de l'impact réel de sa formation. Cette complexité peut aussi entraîner certaines illusions :

Dans le cadre artisanal, l'idée qu'il suffit de "faire" sans réflexion peut se mettre en place. Le formateur peut aussi croire, faute de grilles d'observation précises, que tout le monde voit et retient la même chose de la monstration.

Dans le cadre technologique, l'illusion qu'on a affaire à des phénomènes bien définis et parfaitement paramétrés avec l'idée de la reproductibilité des situations.

Aline Robert⁸⁵ fait justement remarquer que les tenants des stratégies qui utilisent l'observation avancent sans justification cette idée de reproductibilité qui est a contrario souvent refusée aux situations construites par les didacticiens. De même, on peut se demander s'il ne s'agit pas plutôt d'une reproductibilité externe, au sens que lui donne Michelle Artigue⁸⁶, qui mime l'histoire extérieure en perdant de vue le contenu mathématique réel des situations.

Nous avons vu la grande importance que les stratégies de monstration accordent aux modèles qui peuvent parfois être des anti-modèles qui permettent de mettre en place une analyse critique. Les formateurs vont parfois se trouver confrontés aux cas des "bonnes formes". Il s'agit de gestions de classe qui peuvent entraîner un bon fonctionnement externe du système mais produire des résultats jugés négatifs par le formateur sur les notions mathématiques mises en jeu. Il est alors très difficile pour le

⁸⁵Didirem 5, Nov 1991, Université de Paris VII.

⁸⁶ARTIGUE M, 1984, Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques. Thèse d'Etat, Université de Paris VII.

formateur de convaincre les étudiants de la validité de son point de vue. Nous reviendrons sur ce problème dans l'évaluation des stratégies.

Les stratégies de monstration illustrent bien les difficiles rapports entre la "pratique" et la "théorie". La "pratique" est représentée par les maîtres-formateurs aux démarches pédagogiques souvent diverses et aux connaissances mathématiques très variables. Les professeurs du centre de formation sont censés être les détenteurs du savoir théorique. Un rapport de force subtil tend à faire osciller la formation entre deux pôles. Dans l'un, le savoir pédagogique général et la pluridisciplinarité amène le professeur de mathématiques à jouer le rôle réduit d'une personne ressource dont le rôle se limite à des conseils ponctuels fournis en réponses aux demandes des étudiants. Dans l'autre, la prééminence est donnée aux apports notionnels fournis par le centre de formation, les classes ne servent plus alors que d'illustration au cadre théorique fourni par les formateurs.

La difficile gestion des stratégies de monstration et l'opacité des objectifs réellement poursuivis et atteints par ce mode de formation ne doivent pas faire oublier un certain nombre d'avantages :

- ✧ la transmission rapide d'informations sur le contexte dans lequel se déroule une action de formation.

- ✧ le lien étroit avec le milieu professionnel qui donne une certaine légitimation à la formation.

- ✧ la preuve par la monstration de la possibilité de mettre en oeuvre le type d'enseignement défendu par les formateurs lorsqu'ils disposent de "bons modèles".

Les stratégies basées sur l'homologie.

Ce chapitre est consacré à l'étude détaillée de ce que j'ai désigné à plusieurs reprises sous le nom de stratégies d'homologie.

Le terme d'homologie correspond partiellement aux notions d'isomorphisme ou de parallélisme parfois utilisées en pédagogie. Ces termes n'ont qu'un rapport analogique lointain avec les notions mathématiques correspondantes. Dans un premier temps, je vais montrer, à partir d'une représentation simplifiée du système de formation des maîtres, pourquoi j'ai choisi ce terme d'homologie. Une fois ces précisions terminologiques apportées, j'étudierai plus particulièrement les stratégies d'homologie qui s'appuient sur le modèle constructiviste de transmission du savoir.

Dans ce dernier cadre, je traiterai, en les illustrant par des exemples, différents problèmes.

a) Quelle doit être la nature des situations mathématiques proposées aux étudiants ? Doivent-elles être simples et utilisables dans les classes primaires (stratégies directes) ou plus complexes (stratégies indirectes).

b) Peut-on mener à bien sur le long terme une stratégie d'homologie directe ? Est-ce pertinent ?

c) Quelle est la place du savoir mathématique dans ces stratégies ? Quel rôle joue-t-il ?

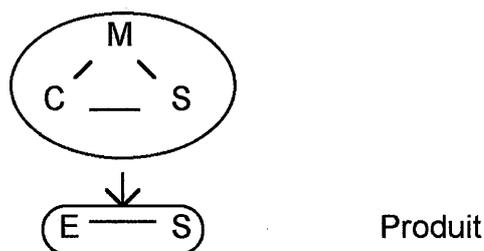
d) Quel est l'impact de ces stratégies sur la future préparation des séances de classe ? Quelle est la nature des transformations opérées par les étudiants à partir du modèle qui leur est présenté ?

Cette étude se terminera par une interrogation sur les avantages et les limites de l'homologie et posera le problème de la nécessité d'un travail de transposition qui sera explicité dans le chapitre suivant.

1. Définitions.

a) Introduction.

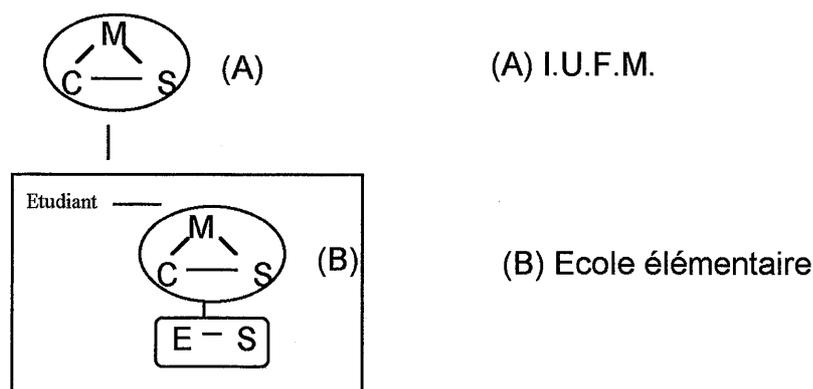
J'ai déjà précisé que j'envisageais la description générale de la formation des maîtres par le biais de l'approche systémique telle qu'elle est présentée et mise en oeuvre dans le livre de Berbaum. Les systèmes étudiés sont toujours des systèmes de formation. De manière classique, je retiens comme élément de base de ce type de système le triplet (M-C-S) constitué par l'enseignant, la classe et un savoir mis en jeu. Ce triplet est plongé dans un milieu qui lui impose de nombreuses contraintes. La finalité que je donne au système de formation, sa "production", sera la transmission d'un savoir aux étudiants qui se traduit par l'augmentation de leurs connaissances individuelles. Cette conception peut se représenter ainsi :



Dans notre étude, le processus paraît se dédoubler car la fonction de l'I.U.F.M. en tant que système de formation est de faire comprendre aux étudiants un autre système de formation, celui de l'enseignement élémentaire. Ainsi notre étude apparaît comme un cas particulier du problème général de la connaissance préalable d'un milieu dans lequel le formé (ici l'élève-maître) va devoir agir.

Ainsi apparaissent deux systèmes emboîtés (A), le centre de formation, et (B), l'école élémentaire, dont l'organisation est homologue. Ceci n'entraîne pas leur identité car les composants du système et le milieu dans lequel ils agissent sont très différents.

On peut alors schématiser cette articulation par la figure plus complexe suivante :



Les théories usuelles de l'apprentissage en situation scolaire ne prennent en considération que le système (B) et dans ce cadre optent pour certaines formes de transmission qui d'une certaine façon vont privilégier une des articulations du triplet M-C-S.

Très schématiquement, on peut distinguer :

1) Accent mis sur la relation M-S.

L'enseignant présente un savoir sous la forme d'un exposé. Le contenu notionnel du cours est alors fondamental et les efforts de l'enseignant porteront sur l'organisation et la présentation de son discours. D'après Flanders ⁸⁷ cet enseignement magistral est le plus répandu et en mathématiques, dans l'enseignement secondaire, le temps consacré à exposer la matière représente 50% de l'horaire de cette discipline. Il serait intéressant de reprendre ces études déjà anciennes. A première vue, cette proportion semble moindre aujourd'hui surtout à l'école élémentaire.

⁸⁷Cité in DE CORTE, 1990, Les Fondements de l'action didactique, De Boeck page 149.

2) Accent mis sur la relation M-C.

Cette fois, l'accent est mis sur l'importance des relations non cognitives entre le maître et ses élèves. Certains auteurs insistent sur les aspects affectifs, d'autres sur la gestion sociologique de la classe (groupes, coopératives). Ces conceptions conduisent plutôt à l'idée d'un maître considéré comme un animateur.

3) Accent mis sur la relation C-S.

Dans ce modèle, la priorité est donnée à l'action de l'élève sur le savoir qu'il doit s'approprier par un travail de construction. Et dans cette optique, on peut citer Bruner pour qui "knowing is a process not a product". Le maître devient un pourvoyeur de situations d'apprentissage axées sur la découverte par l'enfant de notions mathématiques. On peut dire qu'il s'agit du modèle dominant prôné dans la formation des instituteurs en réaction au modèle magistral.

Le formateur d'enseignants peut certes rester neutre devant ces différentes formes de transmission, mais de fait, il opte lui aussi pour un des modèles. Dans ce cas, il peut choisir de transmettre sa forme préférée d'enseignement en la mettant lui-même en oeuvre dans son enseignement à ces étudiants. J'introduis le terme d'homologie pour désigner les stratégies où le professeur utilise (ou tente d'utiliser) un mode de transmission identique à celui qu'il souhaite voir utiliser par ces étudiants lorsque ceux-ci enseignent dans des classes élémentaires.

Ainsi, les diagrammes précédents introduisent a priori trois grandes situations d'homologie possibles qui privilégient les mêmes articulations dans (A) et (B) :

- ✧ un modèle magistral basé sur M-S.
- ✧ un modèle relationnel basé sur M-C.
- ✧ un modèle constructiviste basé sur C-S.

b) Présentation des différents modèles

(1) Le modèle magistral (M-S et M-S)

Dans ce cas, le professeur transmet de façon magistrale à ses étudiants un savoir concernant le sous-système (B) et pense qu'ensuite les étudiants devenus professeurs opéreront la transmission de ce savoir (après une transposition) de façon tout aussi magistrale. En fait j'exclus cette situation du cadre des stratégies homologues, bien que formellement elle s'y rattache. Il me semble en effet que les formateurs qui suivent cette stratégie n'ont pas conscience de cette homologie, ou la jugent négligeable. Ils enseignent de cette façon en suivant le modèle dominant que je signalais plus haut, modèle si prégnant qu'il en devient transparent. Cette stratégie est caractérisée par l'importance du savoir à transmettre et c'est la nature et les formes de ce savoir qui me semblent les plus pertinents pour caractériser ce mode de formation qui fait reposer la transmission des connaissances sur un cours magistral.

(2) Le modèle relationnel (M-C et M-C).

Cette deuxième forme est intéressante mais s'éloigne un peu de notre sujet qui concerne la formation des maîtres en mathématiques. Comme nous l'avons signalé, le savoir mis en jeu passe derrière des facteurs d'ordre psychologique et sociologique. Le formateur d'enseignants attaché à cette stratégie, va privilégier la manifestation de phénomènes affectifs dans son groupe d'étudiants.

A ma connaissance, ce cas touche peu l'enseignement des mathématiques, car il suppose de la part des formateurs un franchissement des frontières qui séparent les domaines attribués à chaque formateur suivant sa discipline d'origine. Les professeurs de mathématiques qui désirent suivre cette voie doivent transmettre des contenus d'enseignement autres que ceux pour lesquels ils ont obtenu leur label institutionnel. Notons que ces formes de formation sont souvent dénoncées par les médias et par les critiques les plus virulents des centres de formation. Ainsi a-t-on signalé les parties de crêpes et autres danses folkloriques dans certains I.U.F.M. comme le comble de

l'absurdité. Le seul cas d'un professeur de mathématiques épinglé par ces critiques et dont je n'ai eu aucune confirmation est celui signalé dans son rapport à l'Assemblée Nationale par Martinez⁸⁸. Il y dépeint le cas d'un professeur agrégé de mathématiques n'assurant plus que des heures de relaxation doublées de musicothérapie.

L'ouverture de la formation vers d'autres conceptions des relations avec les élèves est sans doute pertinente, mais cet élargissement doit rester sur les marges de l'institution et confié à des spécialistes ayant des tâches bien déterminées. Dans cette optique, la place laissée à la psychologie dans le D.E.A. de Didactique de Paris VII semble un exemple pertinent.

(3) Le modèle constructiviste (C-S et C-S).

Après les deux cas précédents, j'arrive maintenant au cas le plus important et au seul que je vais retenir comme représentant des stratégies basées sur l'homologie.

Dans ce cas, les formateurs ont la conviction que le savoir s'acquiert à partir d'une construction et que sa transmission passe par la confrontation de l'apprenant à des situations dites de découverte. Le problème se pose alors avec acuité de faire passer cette conception de l'enseignement auprès des étudiants habitués, a priori, à d'autres pratiques. Dans cette optique, le formateur doit mettre en place une stratégie de rupture avec le modèle dominant présent chez ses élèves. Dès le départ de la réflexion sur l'enseignement dans les Ecoles Normales, on rencontre une formulation vigoureuse de la nécessité d'une sorte de stratégie de combat. Ainsi lors du Colloque d'Auberive⁸⁹, peut-on lire (page 49) à propos de la relation du normalien à l'enseignement des mathématiques "*C'est là que le plus gros travail de **déconditionnement** doit être fait. Amener le normalien à enseigner les mathématiques d'une manière différente de celle qu'il a lui-même **subie** n'est pas chose évidente. Le P.E.N. doit donc commencer par*

⁸⁸Membre du Front National et rapporteur du budget de l'Education Nationale de 1986 à 1988.

⁸⁹ Actes du Colloque des P.E.N d'Auberive. 1978, Université de Reims.

donner l'exemple ; c'est-à-dire mettre en pratique dans sa propre conception de la formation initiale, le modèle qu'il aimerait voir adopter par le normalien".

On ne trouve pas, lors de ce colloque, de solutions bien claires pour mettre en place concrètement cette stratégie de lutte. Mais l'année suivante à Bombannes⁹⁰, la définition de la stratégie à utiliser se fait plus précise et on peut lire à propos de l'enseignement de la géométrie :

On pourra simuler un apprentissage avec les F.P.⁹¹ et le reprendre avec les élèves de l'école primaire. Il importe que la situation se transfère facilement.

Ce parti pris est à rapprocher des instructions ministérielles de 1979 telles que je les ai rappelées dans le chapitre sur les contraintes de la formation. Les textes officiels faisaient explicitement référence à un modèle pédagogique constructiviste qui devait être transmis aux étudiants de façon elle-même constructiviste. (Voir page 26).

Ainsi les stratégies d'homologie se trouvent être bien définies par deux types de ressemblance :

✧ la ressemblance des démarches pédagogiques qui doit permettre d'assurer la cohérence entre le discours et les actes du formateur.

✧ la ressemblance des situations proposées aux enfants et aux étudiants.

De plus, les formateurs, comme le montrent les textes cités, sont conscients de cette ressemblance.

Dans le deuxième cas, plusieurs possibilités dans le choix des situations apparaissent :

a) La situation de départ est la même pour les enfants et les futurs enseignants.

b) La situation présentée aux adultes est légèrement plus complexe mais aisément transférable.

c) La situation présentée aux normaliens n'est pas susceptible d'un transfert simple à l'école primaire.

⁹⁰ Actes du Colloque des P.E.N de Bombannes, 1979, Université de Bordeaux.

⁹¹ Sigle qui désigne les normaliens.

En fait, le choix de ces situations dépendra de l'appréciation par le formateur des difficultés liées à la notion abordée. On peut formuler ici deux hypothèses :

H1 : Une situation simple permet une prise de conscience nette de la démarche pédagogique suivie, mais en contrepartie elle risque d'infantiliser l'étudiant et/ou de provoquer son rejet.

H2 : Une situation plus complexe transmet un savoir mathématique non trivial aux étudiants, mais la nouveauté de ce savoir peut occulter la démarche suivie.

2. Etude des stratégies d'homologie (modèle constructiviste).

a) Homologie directe et indirecte.

Pour étudier plus complètement les stratégies basées sur l'homologie, je vais présenter deux exemples introductifs qui illustreront différentes facettes de ces stratégies et apporteront une justification aux deux hypothèses précédentes.

(1) Cas d'une situation simple ou homologie directe.

Je vais rapidement indiquer une manière d'introduire la notion de division en formation des maîtres. Il s'agit d'un exemple standard dans la mesure où il est largement utilisé dans les divers centres de formations depuis le début des années 80. Les formateurs présentent aux futurs instituteurs une ingénierie bien rodée. En effet, elle est reconnue par les différents courants didactiques, elle est bien acceptée par les maîtres titulaires et bénéficie d'une mise en place assez répandue auprès des conseillers pédagogiques.

Dans le cadre de la formation, on va simuler l'apprentissage premier de la division par les enfants de Cours Moyen. Voici un déroulement possible:

Une situation donnée dans des classes primaires (ou très semblable) constitue le point de départ. Ainsi, j'ai posé le problème ouvert, sans question, aux étudiants :

Bébé, Gargantua appréciait beaucoup le lait de vache qu'il buvait par biberons de 23 l.

Ce 5 novembre, les vaches de Pautille et Brehemond fournirent 1225 litres pour sa consommation.

D'autres formateurs donnent une situation prise dans un manuel, par exemple celle d'Objectif Calcul qui présente un ogre et ses bottes de sept lieues.

Les étudiants reconnaissent une situation de division et résolvent le problème sans calculette. Cette première phase permet d'obtenir la réponse exacte et donne l'occasion aux étudiants de refaire une division (parfois la première depuis vingt ans).

Ensuite, je leur impose une contrainte. Ils doivent résoudre le problème mais n'ont plus le droit d'utiliser la technique classique de division, ceci afin de les mettre dans les conditions d'un enfant qui rencontre pour la première fois ce type d'exercice. Ils ne doivent donc utiliser que les trois premières opérations élémentaires.

Enfin, une mise au point est faite sur les différentes procédures utilisées, et le parallèle avec les procédures employées par les enfants est effectué⁹². Suivant les différents formateurs, le temps utilisé pour cette phase est plus ou moins important. Ainsi l'accent est mis par le professeur sur la simulation d'un apprentissage scolaire et sur les situations de départ qui portent sur la division et qui sont utilisables dans les classes.

Cette mise en situation est simple car les étudiants peuvent tous résoudre le problème aisément, cependant elle ne provoque pas de rejet car aucun d'entre eux n'est capable de justifier l'algorithme standard de la division. L'activité ainsi n'est pas vécue comme élémentaire, mais comme un apport d'information non trivial.

Dans la logique des stratégies d'homologie, les étudiants sont supposés capables de mettre en oeuvre dans leur classe ce qu'ils auront vécu en formation et ceci sans trop de déformations. Cependant, cette phase n'est pas évidente et nous allons voir que les transformations apportées par les étudiants aux situations découvertes en formation sont loin d'être négligeables.

Ainsi, dans ce cas à la suite de ces séances, j'ai demandé aux étudiants de produire des situations de départ qu'ils jugeaient propices à l'introduction de la technique de la

⁹²Pour une analyse détaillée de ces procédures, voir NEYRET dans INRP, 1984, "Comment font-ils?", Rencontres pédagogiques n°4.

division. J'ai alors pu noter que leurs productions ne remplissent pas les conditions souhaitées par les formateurs.

Généralement, ils proposent des situations encore plus simples, susceptibles de manipulations, et avec quotient exact. Par exemple : *comment peut-on partager 15 billes entre trois enfants ?*

Lorsqu'ils proposent des quotients non exacts, c'est toujours dans la deuxième partie d'un exercice et avec des données très simples (nombres inférieurs à 100).

Ainsi nous découvrons une caractéristique fondamentale du transfert qui s'opère à la suite des situations d'homologie : la tendance simplificatrice, voire réductrice. Cette hypothèse sera précisée et étudiée ultérieurement dans ce chapitre (voir page 131).

(2) Cas d'une situation complexe ou homologie indirecte.

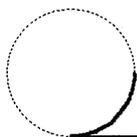
Je vais illustrer ce cas à partir d'une situation de formation portant sur la mesure. L'exemple qui va suivre souhaite mettre en évidence la différence entre une grandeur et sa mesure. En effet, une grande difficulté dans l'enseignement de la mesure auprès des élèves-enseignants vient de la confusion qui s'opère en eux entre les objets physiques, les grandeurs mathématiques et leur mesure. Cette confusion est favorisée par l'usage courant : ainsi le terme de longueur désigne indifféremment une grandeur ou la mesure associée. Elle est aussi entretenue par le degré de familiarité des étudiants avec des notions qu'ils ont totalement intégrées.

Comme précédemment, il s'agit de retrouver la genèse d'une notion familière et certains formateurs décident d'effectuer une simulation semblable à celle mise en oeuvre dans le cas de la division. Mais cette fois, l'aspect élémentaire de la situation (redécouvrir le concept de longueur) demande aux formés une très grande volonté de jouer le jeu et provoque chez certains des rejets plus ou moins virulents dus au sentiment d'infantilisation et sans doute aussi d'ennui éprouvé lors de cette activité comme annoncé dans l'hypothèse H1 (voir page 126).

Pour éviter ce sentiment et produire une activité plus riche, le formateur peut chercher à mettre en place une situation comparable mais non évidente car moins usuelle. C'est ainsi que Marie-Claude Chevallier⁹³ propose à ses étudiants l'étude des angles cornus ou corniculaires formés par un arc de cercle et sa tangente en un point. L'objectif qu'elle donne à sa séance est de "*dissocier grandeur et mesure*".

Elle fournit un corpus aux normaliens qui doivent comparer les angles cornus et les mesurer. Le travail s'effectue par groupes. Elle donne comme seule indication supplémentaire :

Un angle rectiligne est déterminé par deux demi-droites.



Un angle cornu est déterminé par une demi-droite et un arc de cercle.

Son compte-rendu montre que la comparaison des angles ne semble pas poser problème sauf à un groupe qui estime que tous les angles cornus sont égaux. De plus, les étudiants proposent quatre types de mesure mais l'activité est relativement complexe surtout si l'on espère arriver à une mesure additive où il faut prendre l'inverse des rayons des cercles supports.

Dans son bilan, M.C. Chevallier estime que sa situation permet de *retrouver des notions de géométrie élémentaire en tant qu'outil, de réfléchir à la validation d'une solution*. Il faut noter qu'elle ne rappelle plus ses objectifs initiaux c'est à dire la volonté pédagogique de mettre en valeur une différence essentielle entre grandeur et mesure. Il semble que la séquence pédagogique a finalement dérivé vers une activité portant sur le savoir mathématique.

⁹³Professeur à l'I.U.F.M. de Toulouse-Cahors.

(3) Conclusion.

Dans ces deux premières activités, nous pouvons percevoir combien est délicat l'équilibre entre le savoir mathématique et le savoir pédagogique ou didactique. Le premier occulte aisément le second dès que la situation apparaît un peu compliquée aux étudiants. Par contre, une situation basée sur des notions mathématiques trop simples entraîne un rejet des étudiants. Ainsi les bonnes situations qui permettront une double exploitation mathématique et pédagogique seront difficiles à trouver.

Le formateur devra clairement préciser ses objectifs et se méfier d'une certaine forme d'illusion, fréquente dans les stratégies basées sur l'homologie, sur la nature du travail fourni par l'étudiant. En effet, le formateur pense montrer un exemple significatif d'un type d'enseignement constructiviste des mathématiques alors que l'étudiant n'est préoccupé que par la résolution du problème posé et ce, d'autant plus que pour éviter les effets de rejets, le problème aura été choisi pour son côté attractif.

Pour estimer l'efficacité de son action, le formateur peut envisager qu'une suite d'activités du même type transformera dans un processus d'imprégnation les idées des étudiants sur l'enseignement des mathématiques. Le formateur peut aussi penser que sur les notions abordées, l'étudiant n'aura pas d'autre choix que celui de suivre le modèle qui lui aura été inculqué. Dans ce cas, les situations choisies doivent rester proches de la pratique effective future.

Ainsi se pose la question de savoir si des stratégies d'homologie peuvent se dispenser d'un effort de distanciation. Est-il envisageable de mener des actions de formation de ce type sans explicitation et sans le pas de côté qui fonde les stratégies de transposition ?

Je vais étudier ce problème dans la partie **b)** de ce chapitre où je présente un exemple d'homologie "pure" ayant trait à l'enseignement du langage Logo.

Nous avons également signalé que les connaissances mathématiques des étudiants influaient sur le déroulement des stratégies d'homologie et provoquaient une simplification des situations mises en place par les étudiants.

Voici l'hypothèse que je me propose de clarifier :

HS: La simplification opérée par les étudiants leur permet de préparer des séances que leur savoir mathématique suffira à dominer.

Cette étude sera menée dans le paragraphe c à partir d'une suite d'activités que j'ai conçue à partir du thème des "Malheurs d'Alfred".

Enfin, jusqu'à présent nous pouvons noter que les activités bâties dans le cadre des stratégies homologues sont très orientées sur une professionnalisation immédiate. Peut-on conduire dans ce cadre des activités consacrées à un thème plus théorique et moins immédiat ? Cette possibilité semble a priori contradictoire avec la conception première des stratégies basées sur l'homologie et relève plutôt des stratégies de transposition. Nous verrons dans le chapitre consacré à ces dernières que les modes de travail mis au point dans le cadre des stratégies basées sur l'homologie influent sur la transmission des savoirs théoriques de type didactique.

b) Etude de l'homologie non distanciée.

Comme je l'ai annoncé, je vais tout d'abord tenter de préciser ce que peut être un enseignement basé sur l'homologie sans travail important de distanciation. Cette stratégie a pour particularité de simplifier la formation des enseignants en assimilant quasiment enfants et étudiants.

L'exemple type de cet enseignement que j'ai déjà décrit est représenté par la séance d'E.P.S. du stage de Quimper consacrée à la découverte du frisby. Rappelons qu'elle visait la notion d'espace à travers l'appropriation d'un objet. Mais cet objectif n'avait pas été annoncé aux stagiaires.

En recherchant des exemples de mise en place de ce type de stratégie en mathématiques, j'ai remarqué la relation fréquente qui existait entre ce mode de formation et la découverte de notions liées à du matériel (activités liées aux calculatrices, informatique, matériel pédagogique pour les maternelles ou construction de polyèdres divers).

Y a-t-il une connexion naturelle entre ces stratégies et la présence de matériel ?

Parmi les divers exemples possibles, j'ai choisi de présenter celui qui concerne l'introduction de l'informatique auprès des étudiants. C'est un exemple d'activité longue mise en place à une époque où il y avait peu d'études didactiques disponibles pour le niveau d'enseignement de l'école élémentaire .

(1) Place de l'informatique dans la formation des maîtres.

Dans le cadre de la formation des Elèves-Instituteurs, l'informatique a été rendue obligatoire, et non plus facultative, en 1986 et ceci dans le prolongement du plan I.P.T.⁹⁴ qui avait doté d'ordinateurs toutes les écoles. Le module consacré à l'informatique durait initialement 70 heures mais fut vite réduit à 55 heures⁹⁵ pour alléger le temps de présence des étudiants. Les textes définissant les contenus et la place de l'informatique à l'école ont suivi une lente genèse qui visait à définir la spécificité d'un tel enseignement dispensé à de jeunes enfants. En effet la transmission des contenus, définis par l'enseignement supérieur, de cette technoscience ne pouvait être envisagée pour des enfants compte tenu de leur moindre maturité intellectuelle et de leurs connaissances mathématiques limitées.

Le point de vue qui a été adopté consiste à produire une transposition de ces savoirs basée sur une approche culturelle. Ainsi l'enseignement de l'informatique s'insère dans le développement de la culture technologique à l'école. Concrètement, cela se traduit par le fait que l'informatique doit être approchée suivant quatre directions qui permettent de la situer dans l'espace de ses applications. Les auteurs des programmes ont privilégié les entrées techniques, sociologiques, logistiques et plus récemment la connaissance des grands logiciels utilitaires.

C'est l'approche logistique qui justifie le lien de l'informatique avec l'enseignement des mathématiques. Le langage LOGO constitue le support choisi pour cette approche. Il

⁹⁴Informatique Pour Tous

⁹⁵Cela représente la moitié environ du temps consacré aux mathématiques.

peut être considéré comme un objet didactique. En effet, il fut créé en 1970 par Minsky et Papert avec la volonté qu'il soit un élément facilitateur⁹⁶ de l'acquisition des concepts mathématiques par les enfants. Il favorise la manipulation d'un objet graphique (la tortue) qui permet à l'enfant de réaliser des dessins plutôt géométriques que figuratifs. Une abondante littérature a été consacrée aux différents usages de LOGO à l'école. Mon propos n'est bien sûr pas de développer la problématique de l'usage de ce langage à l'école, mais d'explicitier à l'occasion du travail sur LOGO la stratégie de formation par pure homologie auprès des étudiants.

(2) Présentation de la démarche suivie.

Deux données sont importantes pour comprendre la mise en place de la stratégie que nous avons mise au point à Evreux après de nombreux tâtonnements. Il s'agit de la qualification des formateurs et du niveau de connaissances des étudiants en informatique.

a) L'enseignement de l'informatique dans les Ecoles Normales a été assuré par des professeurs d'origines disciplinaires diverses avec un noyau important de mathématiciens et de physiciens. Les autres matières avaient pour représentants des passionnés d'informatique souvent autodidactes dans ce domaine, mais qui ont ensuite suivi les formations "lourdes" d'un an organisées par les Rectorats. A Evreux, c'est un professeur d'E.P.S. qui s'est joint au noyau scientifique. Ainsi la stratégie mise au point par l'équipe de formateurs est-elle une synthèse de diverses sensibilités pédagogiques qui finit par donner un bon exemple de la stratégie dominante dans les centres de formation.

b) Les étudiants, tout au moins pendant les années 80, peuvent être considérés comme des néophytes en informatique sans que cette donnée prenne une coloration négative. En mathématiques, même si leur niveau est parfois très faible, les étudiants ne

⁹⁶PAPERT S, 1981, Le jaillissement de l'esprit, Flammarion, Paris.

sont pas vierges de toutes connaissances et la transmission du savoir passe souvent par une reformulation d'un savoir mal assimilé. De plus, leurs lacunes sont considérées comme des échecs.

Dans le cours d'informatique, les étudiants suivent une formation basée sur une stratégie d'homologie directe. Ils apprennent le LOGO à partir de situations de programmation basées sur des figures simples qui ont été proposées dans des classes de l'enseignement élémentaire ou au début du collège. La progression suivie est la même mais nettement accélérée. Les institutionnalisations sont plus théoriques en formation des maîtres et explicitent davantage les concepts mis en jeu (modularité, séquentialité, variables, tests, itération ...) mais les problèmes posés restent accessibles à de jeunes enfants.

Cette phase est suivie par une rapide initiation au traitement de texte. Enfin, la formation s'achève par la préparation et la mise en oeuvre de séances dans les classes. Les étudiants doivent par groupes de trois ou quatre personnes intervenir dans des classes du département pendant trois ou quatre séances. Ils font ensuite le compte-rendu de leur expérience à l'aide du traitement de texte.

Cette façon de procéder nous a en fait été suggérée par le collègue d'E.P.S. qui reprenait ainsi la technique de formation suivie dans sa discipline. Le principe étant que lorsqu'une activité utilise du matériel, seule la confrontation effective, pendant la formation, aux contraintes dues à ce matériel peut rendre cette dernière efficace. Nous suivîmes son point de vue d'autant plus facilement que nous avons pu constater la faible répercussion de nos formations antérieures. Les étudiants avançaient toujours comme argument des problèmes de pannes, de complexité de machines pour étayer leur absence d'action pédagogique en informatique dans la période qui suivait leur formation.

Cette formation a obtenu un indice de satisfaction important de la part des étudiants car elle a pour beaucoup contribué à désacraliser l'ordinateur. Nous rencontrons un problème similaire avec les activités géométriques où les mêmes réticences par rapport

aux constructions et aux objets (surtout les volumes) sont perceptibles. Les exemples de stratégies d'homologie directe sont d'ailleurs nombreux dans ce domaine.

(3) Conclusion

Les stratégies d'homologie directe semblent bénéficier d'une acceptation assez large de la part des étudiants lorsque l'enseignement porte sur l'appropriation d'outils n'ayant fait l'objet d'aucun apprentissage initial. Leur mise en place suppose l'existence d'un modèle que les formateurs jugent efficace. Cette forme d'enseignement reste très proche des stratégies de monstration, étudiées précédemment. La différence provient essentiellement de la nature indirecte du processus. Cette fois les étudiants n'observent pas des enfants mais vivent un apprentissage proche de celui de leurs futurs élèves.

Cependant, cette homologie trop simple peut paraître fruste et insuffisante dans le cadre d'un dispositif de formation d'enseignants. Il semble nécessaire, encore une fois, de faire prendre nettement conscience aux étudiants des méthodes utilisées par le formateur. Dans le cas rapporté, le travail d'explicitation est apparu à plusieurs reprises et a rendu le dispositif plus complexe. En effet, parallèlement aux exercices donnés, on peut effectuer une analyse des difficultés rencontrées, on peut fournir des détails sur la gestion de la classe. De plus, les synthèses théoriques structurent la progression. Et surtout, l'évaluation ne porte pas sur la simple résolution d'exercices d'informatique (comme on le ferait avec des enfants) mais tente d'aller jusqu'au terme de cette logique d'homologie en faisant effectuer des séances de classe qui permettent de juger de l'imprégnation du modèle et de vérifier leur capacité à savoir transmettre les connaissances en question.

Il faut également noter que, pour que le formateur puisse aller au-delà de la simple homologie, il faut qu'il puisse tenir un discours plus théorique sur la pratique. Cela suppose l'existence d'une recherche non-empirique sur cette pratique. Or, dans le cas de l'informatique, les formateurs avaient dû faire face à une situation d'urgence où leur première tâche était de bâtir des séances pour les classes élémentaires. Dans ce cas,

l'homologie directe fournissait une voie simple et rapide pour former simultanément les élèves et leurs maîtres.

Ainsi, si les contraintes matérielles peuvent favoriser les stratégies basées sur l'homologie, l'absence de recherches didactiques et pédagogiques susceptibles de fournir un cadre de référence largement reconnu par les professeurs contribue aussi à mettre en place ce type de stratégie dans sa forme la plus élémentaire.

c) Difficultés inhérentes aux stratégies basées sur l'homologie.

Cette partie se donne comme objectif principal la clarification des interactions qui s'opèrent entre les savoirs mathématiques et les savoirs professionnels à l'occasion des situations développées dans le cadre des stratégies d'homologie. Je vais tenter cette élucidation à partir d'un exemple d'activité réalisée en formation des maîtres dont la situation de départ est issue d'un manuel de l'école élémentaire. Rappelons qu'il s'agit ainsi, dans l'optique du formateur, de former les futurs enseignants en leur fournissant des idées qu'ils pourront éventuellement réinvestir dans leur pratique future.

(1) Présentation de l'activité.

L'exemple traité se ramifie en deux parties dépendantes d'objectifs de formation différents. Dans un cas, c'est le savoir pédagogique qui sera favorisé et dans l'autre, l'accent sera mis sur le savoir mathématique. L'activité centrée sur le savoir mathématique nous permettra de présenter quelques caractéristiques du rapport aux mathématiques entretenu par les étudiants qui suivent la formation pour devenir maîtres de l'Ecole Élémentaire. La partie qui explicite la mise en oeuvre pédagogique relève déjà d'une stratégie basée sur la transposition. Elle est utilisée ici pour montrer certaines limites des stratégies d'homologie.

Le point de départ de l'activité est un problème extrait du livre Objectif Calcul CM2 page 64 et plaisamment intitulé "Les malheurs d'Alfred".

Au cours d'une séance d'éducation physique et sportive la maîtresse organise un jeu: "Vous courez dans tous les sens et au signal, vous vous regroupez par 5". Au signal convenu chacun s'exécute. Alfred, étonné, se retrouve seul.

-Parfait! dit la maîtresse. Maintenant vous vous regroupez par 3.

A nouveau, au signal, les groupes se forment. Et cette fois encore, Alfred se retrouve seul.

"Qu'à cela ne tienne, pense-t-il, j'aurai plus de chance avec les groupes de 2 que demande maintenant la maîtresse!".

Mais hélas le voici encore seul! Vexé, il propose alors de former des groupes de 4.

-Volontiers, répond la maîtresse, mais cela ne marchera toujours pas!

Explique à Alfred ce qui se passe et trouve le nombre d'élèves de la classe, sachant que celui-ci est compris entre 0 et 50.

Ce problème a été proposé aux deux publics suivants :

- 1) Les professeurs d'école de première année.
- 2) Les Elèves-Instituteurs de deuxième année.

Simultanément, cette activité a été également conduite dans deux classes à triple niveau de CE2-CM1-CM2. En effet, dans les stratégies basées sur l'homologie, la mise en oeuvre dans des classes élémentaires constitue à la fois une référence et une justification pour le formateur. Elle permet également d'explicitier certains modes de résolution propres aux enfants comme dans ce cas.

D'un point de vue mathématique, ce problème peut être modélisé de la façon suivante en utilisant les congruences :

Le nombre N cherché vérifie le système de congruences suivant :

$$N \equiv 1 \pmod{2}$$

$$N \equiv 1 \pmod{3}$$

$$N \equiv 1 \pmod{5}$$

$$N \not\equiv 0 \pmod{4}$$

La dernière équation n'apporte rien de plus car :

$$N \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow N \equiv 1 \text{ ou } 3 \pmod{4}$$

Le nombre 1 est solution de ce système de congruences, comme de plus 2, 3 et 5 sont premiers entre eux, nous pouvons conclure que toute solution N du système vérifie

$$N \equiv 1 \pmod{30}.$$

Ainsi N est de la forme $30k + 1$ avec k dans \mathbb{Z} . N est donc égal à 1 ou 31 car compris entre 0 et 50. La solution correcte d'un point de vue mathématique, mais assez surréaliste et linguistiquement incorrecte, qui suppose qu'Alfred est le seul élève de la classe doit être rejetée.

Les étudiants n'utilisent pas cette modélisation liée aux congruences que généralement ils n'ont pas rencontrées pendant leur scolarité.

◇ Types de solutions apportées par les étudiants au problème.

Plusieurs types de solutions, qu'une analyse a priori pourrait partiellement dégager, sont trouvés par les étudiants et les enfants. J'ai classé les diverses solutions en utilisant le cadre de référence dans lequel elles se situent.

Un cadre mathématique post Ecole Élémentaire.

Soit N le nombre cherché. $N-1$ est un multiple commun à 2,3 et 5 dont le P.P.C.M. est 30 ($2 \times 3 \times 5$). Ainsi N est égal à 31 car le nombre cherché doit être inférieur à 50. Enfin ce nombre ne "*marche toujours pas*" avec 4 qui est un multiple de 2. (Dans ce cas le reste est 3).

Il faut noter une certaine ambiguïté de l'énoncé qui peut laisser supposer qu'Alfred doit toujours se retrouver seul ("*Mais hélas le voici encore seul!* puis plus loin *mais cela ne marchera toujours pas!*"). Dans ce cas le P.P.C.M. de 2,3,4 et 5 est 60 et la méthode semble en échec.

Un cadre numérique élémentaire.

Il s'agit des solutions qui ne font appel qu'à des connaissances strictement au programme du Cours Moyen. On repère ici deux grandes familles de solutions. Certaines utilisent et explicitent les critères de divisibilité. D'autres sont basées sur des calculs effectifs de multiples. Ainsi, nous trouvons :

1) Ce n'est pas un nombre pair, affirmation qui est suivie de l'écriture de tous les nombres pairs jusqu'à 50. Ce n'est pas un multiple de 3 (de 5) suivi de la liste

des multiples de 3 (de 5). Ensuite les 50 premiers nombres sont écrits et testés un par un grâce aux listes précédentes.

2) Usage des critères de divisibilité (parfois faux): c'est un nombre impair qui ne se termine ni par 5, ni par 3.

3) Ecriture des nombres de la forme $5n+1$ et tests dans cette liste par 3 puis par 2.

Référence à un "cadre matériel" basé sur des représentations.

Ce dernier cadre n'apparaît que dans des productions d'enfants. Ces derniers utilisent des dessins figurant les élèves de la classe.

✧ Remarques sur les procédures utilisées.

Ce travail permet de constater l'utilisation par les élèves de stratégies de tâtonnement qui vont optimiser progressivement les procédures de choix et de contrôle des données. Dans un premier temps, les enfants choisissent un nombre puis le testent. La faible disponibilité de connaissances déclaratives sur les multiples d'un nombre entraîne que la phase de vérification est particulièrement longue (additions répétées, représentation) et fastidieuse. Dans ces conditions, le nombre choisi présente un lien avec la réalité de la classe. Ainsi c'est 24 (nombre d'élèves de la classe) qui est d'abord choisi ou un nombre voisin pour ceux qui ont constaté la non parité du nombre cherché (25 ou 23).

Une fois les règles de la multiplication mieux maîtrisées, la procédure de "scannerisation"⁹⁷ se met en place de façon ordonnée. Ainsi sont testés les nombres autour de trente ou tous les nombres inférieurs à 50. La surprise de ce travail provient du fait que les adultes en formation ont majoritairement utilisé cette méthode avec très peu de "focalisation"⁹⁸ comme dans le type 3 précédent où seuls les multiples de 5

⁹⁷IREM Grenoble, 1987, L'apprentissage du raisonnement au Cours Élémentaire, CRDP Grenoble.

⁹⁸La scannerisation suppose l'examen successif de tous les candidats alors que la focalisation met en place une approche ordonnée comme par exemple la dichotomie.

étaient testés dans la division par 3, puis par 2. De plus, ils ne donnent pratiquement aucune explicitation.

Enfin le cadre 1, post-élémentaire, n'est apparu qu'une fois chez les adultes sur trois groupes de 25 personnes. D'une manière générale, on peut remarquer le caractère empirique, éloigné de toute modélisation mathématique, des procédures utilisées.

Nous allons proposer quelques explications de ce phénomène.

1) Les étudiants éprouvent de grandes difficultés à réaliser des modélisations mathématiques. On constate généralement une bonne manipulation formelle, ainsi par exemple les règles de calcul algébriques sont bien connues. Par contre le rôle modélisant des fonctions numériques et des équations n'est pas perçu. Or de nombreux problèmes élémentaires nécessitent souvent de procéder à une mathématisation à partir de données concrètes.

2) Le contexte et la situation de formateurs du premier degré ne favorisent pas l'abstraction nécessaire pour user de la modélisation. En effet, le problème est présenté aux étudiants comme issu d'un livre de CM2 (et c'est bien le cas), il s'avère donc comme assez naturel de vouloir le résoudre par des moyens simples sans recours à des théories "sophistiquées" facilement considérées comme hors programme. Cet effet d'horizon sera encore plus sensible chez les instituteurs titulaires. Il sera même perceptible dans l'approche des professeurs qui enseignent dans les centres de formation et qui valorisent l'analyse a priori. Or celle-ci se propose de réfléchir aux moyens dont disposent les élèves pour résoudre le problème et exclut de ce fait toute référence au programme de collège.

Cet effet d'horizon permet une bonne adaptation au niveau des enfants et favorise la gestion de la classe. Par contre, il renforce la mauvaise articulation entre les différents cycles du système d'enseignement des mathématiques qui apparaît comme constitué de mondes clos.

(2) Les difficultés liées au savoir mathématique.

Comme je l'ai indiqué au début de ce chapitre, j'ai utilisé "les malheurs d'Alfred" dans deux perspectives de formation différentes, l'une destinée aux professeurs d'école, et l'autre à des Elèves-Instituteurs de deuxième année. Ces deux approches me permettent d'étudier le lien entre les stratégies d'homologie et les savoirs mathématique et didactique. Je vais d'abord développer le premier aspect.

Dans le cadre de la formation des enseignants du premier degré, les étudiants peuvent généralement suivre un module optionnel dit de "mise à niveau" essentiellement axé sur une augmentation de leurs connaissances mathématiques. Ce module est devenu particulièrement important depuis la création des I.U.F.M..

La "mise à niveau" s'insère facilement dans les *stratégies culturelles* qui fondent leur action justement sur la prééminence d'une base mathématique dans l'acte d'enseignement. Par contre, elle pose un problème réel aux formateurs qui privilégient la professionnalisation et qui refusent généralement de séparer apport théorique et apport didactique comme le montre une synthèse de l'Inspection Générale⁹⁹.

Les formateurs de l'I.U.F.M. de Rouen précisent dans la présentation écrite du module que "*le savoir mathématique sera transmis en tenant compte des apports de la didactique*". En fait, cette affirmation péremptoire vise à assurer une cohérence entre le modèle pédagogique prôné par les formateurs et leur pratique d'enseignement.

Cette conception conduit à utiliser les "malheurs d'Alfred" dans le cadre d'une explicitation du savoir mathématique mis en jeu autour de la division. Il s'agit ici de développer plus particulièrement la connaissance de quelques critères de divisibilité (par les puissances de 2, par 3, par 9, par les puissances de 5), de revoir le vocabulaire spécifique à ce type de problème et d'utiliser quelques propriétés élémentaires des multiples.

⁹⁹Synthèse réalisée en 1989

Les étudiants, en travaillant par groupes de trois ou quatre, doivent résoudre le problème posé et préciser leur solution sur une feuille. Il peut sembler surprenant de donner à des adultes, futurs enseignants, des énoncés aussi élémentaires. Et tous les nouveaux formateurs d'enseignants ont éprouvé à ce propos une certaine gêne. Mais une fois apaisée la crainte de donner des exercices trop faciles, survient la désagréable sensation de mettre en échec des futurs collègues. Ainsi C. Castela¹⁰⁰ décrit-elle son embarras en observant, dans un stage d'enseignants de Lycée, un professeur utiliser une procédure fautive. Malheureusement l'expérience de nombreux formateurs montre qu'un grand nombre des conceptions erronées des enfants sont partagées par certains enseignants¹⁰¹.

Cependant la surprise passée, il faut affronter ce problème de manière sans doute moins délicate dans le primaire que dans le secondaire. Il est en effet possible de mettre sur le compte de la pluridisciplinarité l'importance dramatique de certaines lacunes mathématiques¹⁰². Il faut aussi noter que la volonté de bâtir un enseignement centré sur les connaissances de l'enfant et sur ses capacités de raisonnement supposées oblige à cette confrontation des formés avec leurs propres difficultés.

La gestion de ces situations reste malgré tout délicate d'autant plus que certains formateurs craignent de rebuter définitivement des étudiants qui devront de toute façon enseigner les mathématiques. Il s'agit là d'un enjeu fondamental de formation : est-il légitime d'éviter toute crispation sur les contenus afin de préserver ou de mettre en place une représentation plus favorable des mathématiques ? Le formateur suppose avec optimisme qu'une partie des difficultés disparaîtront avec la pratique de la classe. Il suit en cela l'ancienne remarque pragmatique qui affirme que l'on apprend beaucoup sur un

¹⁰⁰ Mémoire de DEA, 1991, Université de Paris VII.

¹⁰¹ Voir par exemple la thèse de Monique PEZARD consacrée à la proportionnalité et celle de Françoise CARAYOL.

¹⁰² En effet croire que la proposition (la série (a_n) de nombres réels converge) est équivalente à $(a_n \rightarrow 0 \text{ quand } n \rightarrow \infty)$ paraît plus inquiétant de la part d'un professeur certifié stagiaire.

sujet quand on doit l'enseigner. Nous verrons cependant que cette méconnaissance des mathématiques n'est pas sans conséquence sur la forme même des préparations de séances.

Dans le cadre de la mise à niveau, le cours de mathématiques que j'ai effectué comporte une mise au point sur les critères de divisibilité.

✧ Les critères classiques de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 11

✧ Un nombre est divisible par 2^n (4, 8, 16 ...) si le nombre formé par ses n derniers chiffres est divisible par 2^n . Il y a des règles semblables pour les puissances de 5 (25, 125, 625 etc.).

✧ Un critère moins courant qui porte sur la divisibilité par 7, 11 ou 13, et qui repose sur le fait que $1001 = 7 \times 11 \times 13$. Illustrons-le comme le font Hardy et Wright¹⁰³ sur un exemple.

Si 29 310 478 561 est divisible par 7 ou 11 ou 13 il en est de même du nombre $561 - 478 + 310 - 29 = 364$. Or ce dernier est égal au produit de 4, 7 et 13. Le nombre d'origine est donc divisible par 7 et 13 et n'est pas divisible par 11.

Il faut noter la nécessité d'introduire les congruences si l'on veut donner des démonstrations simples de ces différents critères. Par contre dans ce cadre, je n'ai pas travaillé la structure d'anneau de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

J'ai également explicité les notions de P.G.C.D. et de P.P.C.M. La recherche du P.G.C.D. peut se faire suivant deux méthodes :

✧ La première repose sur le fait que \mathbb{Z} est un anneau factoriel et conduit à la recherche des décompositions d'un nombre en facteurs premiers. Les nombres premiers sont ainsi introduits et recherchés.

✧ La deuxième utilise la structure d'anneau euclidien de \mathbb{Z} et permet d'introduire l'algorithme classique d'Euclide. Dans le cadre du cours d'informatique, cet algorithme

¹⁰³HARDY G.H. et WRIGHT E.M., 1938, An introduction to the theory of numbers p 114, Oxford Science Publications, 1979.

permet d'introduire, comme le fait Sedgewick¹⁰⁴, la notion de récursivité. En effet, on peut le présenter sous la forme suivante (sans test d'arrêt) :

Si $v=0$

alors $\text{PGCD}(u,v) = u$

sinon $\text{PGCD}(u,v) = \text{PGCD}(v, u \bmod v)$.

(Il n'est pas nécessaire d'ordonner u et v , car si u est plus petit que v alors $u \bmod v$ est égal à u et la première étape de la récursivité permute u et v).

Un exercice particulièrement intéressant dû à Polya¹⁰⁵ sert d'illustration pour compléter les activités sur la divisibilité.

Dans les papiers de grand-père, on a trouvé une note :

72 dindons, -67,9- dollars

Les premier et dernier chiffres du nombre qui, évidemment, représentait le prix total de ces volailles sont remplacés, ici, par des tirets, car ils s'étaient estompés, devenant illisibles.

Quels sont les deux chiffres disparus, et quel était le prix d'un dindon?

Pour résoudre ce problème, on peut remarquer que le nombre cherché est divisible par 72 donc par 8 et par 9. Etant divisible par 8, le nombre 79- doit être lui-même divisible par 8, c'est donc 792. Puis on applique la règle de divisibilité par 9 et l'on trouve 3 pour le premier chiffre. Le prix d'un dindon est donc 5,11 dollars. Après avoir résolu ce problème, j'ai demandé aux étudiants d'inventer des problèmes semblables en variant les données de façon à utiliser des critères différents.

Pour en finir avec les remarques sur cette tentative de mise à niveau, il faut préciser que l'évaluation fut décevante. Ainsi l'exercice suivant, très semblable à l'exercice sur les malheurs d'Alfred, (encore tiré d'un manuel de CM2) donna lieu à de nombreuses erreurs.

¹⁰⁴SEDGEWICK R., 1983, Algorithms, Addison-Wesley.

¹⁰⁵POLYA G, 1957, How to solve it, Princeton University Press.

Un magasinier souhaite répartir des pommes en barquettes. Il calcule qu'avec le nombre de pommes dont il dispose, il peut remplir un nombre exact de barquettes de 6, 8 ou 9 pommes. Trouver le nombre exact de pommes sachant qu'il est compris entre 1700 et 1750.

Il y avait essentiellement deux façons de faire cet exercice :

1) On pouvait écrire les multiples de 8 compris entre 1700 et 1750, puis leur appliquer le critère de divisibilité par 9. Le cas de 6 (2×3) se trouve alors résolu.

2) On pouvait aussi chercher un multiple de 72 (P.P.C.M. de 6, 8 et 9) compris entre 1700 et 1750 en utilisant la multiplication ou la division. Les calculettes étaient autorisées.

Sur les 24 présents lors de l'évaluation, seuls huit étudiants ont totalement résolu le problème; six autres ont trouvé le résultat mais sans expliciter leur démarche. Enfin, dix étudiants ne sont pas parvenus au résultat. Les erreurs rencontrées ne détonneraient pas dans le cadre d'un Cours Moyen, elles proviennent de :

✧ la difficulté de trouver un multiple de 6, 8 ou 9 compris dans l'intervalle souhaité. (Certains commencent la liste à 8).

✧ la longueur de la procédure utilisée (liste des multiples de 6, 8 et 9),¹⁰⁶ ou test de tous les nombres entre 1700 et 1750.¹⁰⁷

✧ l'affirmation par certains que le nombre doit être un multiple de 23 (somme de 6, 8 et 9) ou de 432 (produit des trois nombres). Malheureusement, cette méthode donne ici le bon résultat car $1728 = 4 \times 432$. Cela conduit à proposer d'autres exercices qui remettent en question cette procédure erronée ou à modifier l'énoncé (nombre entre 1650 et 1700). On peut s'interroger sur le choix des données fait par les auteurs de l'exercice : hasard malencontreux ou désir de mettre en place une remise en cause d'une procédure spontanée très courante.

¹⁰⁶Cette procédure reste majoritaire même chez ceux qui réussissent à trouver le résultat.

¹⁰⁷Une étudiante oubliant malheureusement, dans sa liste de tous les nombres, 1728 qui est le bon résultat

Ces résultats, obtenus après 10 heures de cours de mise à niveau sur la division, confirment les remarques précédentes sur le niveau des étudiants et font de cette faiblesse en mathématiques une donnée fondamentale de la formation des enseignants du premier degré. De plus, il semble que dans ce cas la mise à niveau ressemble plutôt à une remise en train d'étudiants n'ayant plus résolu de problèmes de mathématiques depuis de nombreuses années.

Dans ces conditions, on peut alors comprendre que certains formateurs renoncent à développer le savoir mathématique de leurs étudiants pour consacrer l'essentiel de leur action à la mise en place d'une démarche pédagogique adéquate. Mais alors ils s'exposent à la dénaturation par simplification des activités qu'ils proposent en formation. C'est à l'étude de cette simplification que nous allons procéder dans le paragraphe suivant.

(3) Les difficultés liées à la transmission d'un savoir pédagogique ou didactique :

la dénaturation simplificatrice.

Cette fois les étudiants sont des Elèves-Instituteurs de deuxième année. L'activité sur les malheurs d'Alfred s'inscrit dans un sous-module de formation consacré à la résolution de problèmes à l'école élémentaire. Il s'agit essentiellement de travailler sur la mise en place d'une séance de classe en partant d'un énoncé de problème relativement difficile tant par l'abondance du texte que par la complexité de la tâche demandée aux enfants. Le savoir mis en jeu ici reste donc très axé sur la pratique professionnelle future avec un sous-objectif didactique qui porte sur l'usage de l'analyse a priori. L'activité n'est donc plus un exemple de stratégie d'homologie mais bien une esquisse d'une stratégie basée sur la transposition. Cependant, elle me permet de mettre en relief un défaut que présentent les stratégies d'homologie lorsqu'elles oublient de s'intéresser aux retombées de leur action.

Voici rapidement le déroulement de la séance de formation:

- 1) Résolution du problème.
- 2) Analyse a priori.
- 3) Mise en place d'une séance.

La première phase se déroule comme précédemment mais de façon beaucoup plus rapide et moins approfondie. Ainsi, je procède à une institutionnalisation sur les critères de divisibilité mais je ne continue pas tout le travail de familiarisation et d'évaluation présenté dans le paragraphe précédent. Dans les stratégies d'homologie standard, le formateur arrête là son effort de transmission du savoir mathématique nécessaire à la poursuite de l'activité. Les difficultés que j'ai signalées plus haut montrent bien le caractère imparfait de cette mise à niveau mathématique.

La deuxième phase comporte deux moments tous deux consacrés à l'analyse a priori. Dans un premier temps, je présente de façon magistrale ce qu'est une analyse a priori et son rôle dans la préparation d'une séance; dans un deuxième temps, je demande aux normaliens de répondre par groupes aux questions suivantes:

- 1) Que doit savoir l'enfant pour comprendre la consigne et s'appropriier le problème ?
- 2) Que doit-il faire pour résoudre le problème ?
- 3) Quelle aide peut-on envisager ?

A partir de cette réflexion, les différents groupes doivent ensuite bâtir une séance respectant certaines conditions : objectifs, énoncé du problème, présentation aux enfants, organisation.

Dans le cadre de cette séance se produit un important travail d'élagage de toutes les difficultés par les groupes de normaliens.

α) La première simplification, qui d'ailleurs se conçoit aisément, est la suppression dans l'énoncé du cas du regroupement par quatre dont j'ai déjà signalé l'ambiguïté.

β) Un groupe d'étudiants propose ensuite une activité préalable sur les multiples de 2, 3 et 5 par le biais du calcul mental. Le problème est ensuite posé aux enfants. Il apparaît ainsi comme la simple mise en oeuvre de ce qui précède.

γ) Une autre tendance très marquée est celle du recours aux représentations et aux manipulations :

1) apport de cubes dans la classe. Les enfants doivent les regrouper par 2, 3 ou 5. Que se passe-t-il avec 31 cubes ? Là encore ce travail est donné avant le problème.

2) même travail qu'avec les cubes, mais à partir de dessins avec des croix.

δ) Enfin une dernière proposition situera l'activité dans un cadre que l'on pourra peut-être appeler "corporel". Les enfants vivent la situation d'abord en E.P.S., puis utilisent des cubes, avant d'avoir enfin le droit de chercher le problème.

Je présente en annexe à titre d'exemple la préparation la moins éloignée de mes attentes. Lors de cette activité, diverses caractéristiques du transfert qu'opèrent les étudiants à la suite de leur formation sont mises en relief.

✧ On peut observer un glissement de cadre systématique vers des cadres empiriques. En fait, j'ai pu constater que le cadre choisi par les étudiants pour leur séance correspondait quelquefois au cadre dans lequel ils s'étaient placés pour résoudre eux-mêmes le problème, mais le plus souvent au cadre immédiatement inférieur.

✧ On assiste à une simplification radicale de la situation initiale qui n'est plus conçue comme une source de découverte nécessitant un temps de recherche non négligeable. Le problème se transforme généralement en exercice d'application préparé par une suite de questions préliminaires. La situation complexe du départ est linéarisée dans un processus de passage du complexe au simple.

✧ Enfin, nous découvrons l'importance donnée aux manipulations de toutes sortes par les étudiants (cubes, dessins, action corporelle). Ce phénomène nous

transporte aux antipodes d'une certaine conception épistémologique des mathématiques définies comme une activité modélisante. Cette tendance "manipulatrice" s'explique sans doute par tout un contexte favorable. Mais elle résulte pour une part des stratégies basées sur l'homologie qui, en insistant sur la mise en situation d'adultes au détriment du détour théorique, accentuent cette conception basée sur l'action plus que sur la réflexion.

Il faut noter que ces particularités ne sont apparues qu'à la suite d'une stratégie plutôt basée sur la transposition que sur l'homologie. Je rappelle en effet que les formateurs usant des stratégies d'homologie ignorent généralement le travail de transformation opéré par les formés à la suite des cours¹⁰⁸. Ces stratégies semblent prisonnières de leur idéologie qui accorde un pouvoir de "révélation" à toute mise en action supposée être un support de la construction du savoir. Elles excluent également tout élargissement du domaine du savoir mathématique, ici les congruences.

3. Avantages et limites des stratégies basées sur l'homologie .

Les stratégies d'homologie ont connu un grand développement au sein des Ecoles Normales et ont certainement constitué un modèle dominant stable particulièrement adapté à ces institutions. Cependant, les comptes-rendus explicites sont difficiles à trouver et proviennent souvent d'entretiens et d'échanges avec des P.E.N.. Cette rareté des sources écrites provient de diverses causes :

1) Ces stratégies sont a-théoriques et sont d'abord le fruit de la pratique. Elles reposent néanmoins sur un cadre idéologique de type constructiviste.

2) Les activités proposées aux étudiants ne sont souvent que des variantes d'activités destinées aux enfants. Ainsi, les auteurs préfèrent présenter ces dernières, lorsqu'elles sont originales, plutôt que leur adaptation à l'usage des futurs maîtres.

¹⁰⁸Nous avons mis en évidence ces déformations, mais il faut noter que les maîtres ne pensent généralement pas avoir transformé la situation d'origine mais simplement avoir aidé leurs élèves.

3) La volonté d'écrire et donc de décrire ces activités entraîne logiquement un effort théorique et une distanciation critique qui dénature d'une certaine façon la stratégie. Cet aspect est bien visible dans l'exemple consacré aux malheurs d'Alfred où la volonté d'évaluer la stratégie crée une nouvelle approche de type transpositionnel.

Ces réserves faites, je pense avoir dégagé deux grandes formes de stratégies basées sur l'homologie.

La première ignore totalement le processus de transfert qui sous-tend ce type de stratégie. Elle est très proche de la monstration mais sous une forme indirecte puisque ce sont les étudiants qui jouent le rôle des élèves. Il s'agit d'une reprise directe du modèle de l'enseignement primaire.

La deuxième approche consiste à instiller des éléments propres à provoquer une certaine réflexion critique de la part des étudiants. Les objectifs sont davantage explicités, des détails sur la mise en oeuvre des situations dans les classes primaires sont travaillés dans le cadre du cours. Cependant, même dans ce cas, on peut dire que la réflexion sur le phénomène de transposition du savoir qui s'opérera ensuite de la part des étudiants est ignoré. Les explicitations ne visent de la part du formateur qu'à mieux se faire comprendre. Cette occultation de la transposition fait négliger aux formateurs ce que j'ai appelé la "dénaturation simplificatrice".

Un autre aspect important de ces stratégies est qu'elles supposent de la part des formateurs une attitude relativement "militante" axée sur la présentation d'un modèle, comme dans les stratégies de monstration. Cette attitude des formateurs provient du fait que le modèle prôné est peu représenté (ou supposé tel) dans la pratique courante des classes des écoles élémentaires. Les stratégies d'homologie visent donc à déranger des conceptions et aussi par transfert à mettre en place un nouveau type de fonctionnement des classes élémentaires. Pour évaluer leur efficacité, il serait important de savoir si d'une part, elles entraînent une évolution de la représentation des mathématiques chez

les étudiants et si d'autre part, elles provoquent un enseignement de type constructiviste avec mise en recherche plus grande des élèves. J'apporterai des éléments de réponse à cette question dans la partie consacrée à l'évaluation des effets des différentes stratégies.

Les stratégies d'homologie sont également fondées sur le fait que le niveau mathématique moyen des futurs enseignants du primaire est faible. Contrairement aux stratégies culturelles et même aux stratégies de transposition, elles ne cherchent pas à lutter contre ce phénomène mais plutôt à s'y adapter. Elles tentent de montrer que chaque étudiant peut avec des moyens limités mener une activité mathématique, le primat étant donné à l'approche pédagogique.

Cette approche a minima est favorisée par les simplifications successives des programmes. Elle a besoin pour fonctionner d'ingénieries portant sur des notions simples où les carences mathématiques ne constituent pas un obstacle rédhibitoire. Cela peut expliquer, au moins partiellement, l'abondance de recherches sur des problèmes qui n'en sont pas pour plus de 80% des enfants (apprentissage des nombres, problèmes additifs et multiplicatifs simples).

En allant jusqu'au bout de notre description, les stratégies d'homologie risquent de ressembler à "*l'arte povera*" de la pédagogie résultat d'un ensemble de contraintes négatives : savoir mathématique faible des étudiants, absence de formation des formateurs et savoir didactique théorique peu élaboré sur les notions abordées.

Il ne faut pas négliger leur richesse comme point de départ pour mettre en place une formation. Les activités menées par les formateurs peuvent alors servir de situations de référence utilisées pour un discours théorique plus achevé.

Un de leurs grands avantages est de confronter l'étudiant avec les difficultés que rencontre tout apprenant. Ainsi, l'élève-maître peut mieux saisir les phénomènes d'apprentissage et commencer à en apprécier la complexité. Il constate aussi que les

notions qu'il va devoir mettre en oeuvre bien que qualifiées d'élémentaires, ne sont pas simples.

Il va aussi éprouver par lui-même la nécessité pour celui qui cherche de pressentir les attentes de celui qui fait chercher. Cela peut susciter une réflexion sur la nature des consignes, l'importance du contrat didactique. On constate à nouveau la richesse potentielle de ces stratégies si l'on dépasse la simple homologie pour parvenir à une distanciation théorique.

Plus fondamentalement, les stratégies basées sur l'homologie semblent être les premières à avoir intégré l'importance des représentations dans la pratique des enseignants. Elles tentent d'agir sur ces dernières mais de manière empirique. En effet :

- ✧ il n'y a pas d'étude approfondie des représentations initiales des étudiants.

- ✧ la formation mise en place est uniforme et ne tient pas compte de la disparité des conceptions des étudiants.

- ✧ il n'y a pas d'évaluation et de contrôle du processus de transformation des représentations mis en oeuvre.

Les stratégies d'homologie semblent avoir connu leur apogée et être devenues moins prédominantes. Cela peut provenir de plusieurs facteurs.

- ✧ Tout d'abord, elles ne sont plus préconisées par les textes officiels comme en 1979.

- ✧ Elles sont sensibles à toute réduction de la durée de la formation car la mise en action des étudiants suppose un temps de formation non négligeable. Cette remarque a été formulée par les formateurs à la suite de la réduction de la formation de trois à deux ans, puis plus récemment au moment de la création des I.U.F.M.

- ✧ Le développement de la recherche pédagogique et didactique fournit le cadre théorique nécessaire à d'autres conceptions de la formation des enseignants plus axées sur la transposition.

Les stratégies basées sur la transposition

Nous allons envisager maintenant l'étude de stratégies qui gardent comme finalité première la professionnalisation des étudiants et qui se fondent sur un savoir théorique qui organise et structure la pratique pédagogique. D'après les tenants de ces stratégies, les éléments constitutifs de ce savoir relatif à la pratique de l'enseignement existent et sont susceptibles d'être enseignés aux étudiants. Dans ce cadre, l'ensemble des connaissances, plus ou moins intuitives, relatives à la pratique se structurent en un réseau théorique organisé qui constitue le savoir savant de référence. La définition précise des contenus de ce savoir constitue un des points importants de la description de ces stratégies.

La première difficulté pour les formateurs qui utilisent ces stratégies consiste à déterminer les contenus qu'ils doivent transmettre à leurs étudiants. Ils doivent sélectionner dans le savoir savant de référence les connaissances qu'ils peuvent transmettre dans le cadre des structures de formation que sont les I.U.F.M. et les Ecoles Normales. Nous sommes donc véritablement devant un travail de transposition didactique du savoir savant concernant l'action de l'enseignant. C'est pour cette première raison que je parlerai de stratégies de transposition. Il faut noter que cette transposition est actuellement en train de se faire et n'est pas un processus achevé. Cela explique que ces stratégies semblent moins homogènes que les précédentes et plus dépendantes des individus.

J'ai également nommé transpositionnelles ces stratégies pour une autre raison. Nous avons vu que dans les stratégies d'homologie, le phénomène de transfert et d'adaptation opéré par les étudiants était généralement ignoré par les formateurs. Ce n'est plus le cas

ici et le formateur intègre le fait que le savoir qu'il transmet sera adapté, modifié et lui-même transposé par les étudiants. Cette préoccupation conduit certains formateurs à tenter de canaliser cet effet en "aval" de transposition.

Ainsi sont mis à jour deux niveaux dans la transposition. Il y a un passage entre le savoir savant et le savoir enseigné aux étudiants, puis une autre transformation entre le savoir reçu et le savoir appliqué par ces derniers.

L'objectif que s'assignent les stratégies basées sur la transposition est de définir la première étape et de contrôler la seconde.

Dans cette étude, je distinguerai deux catégories de stratégies établies sur deux corpus de savoirs différents. Ces savoirs représentent deux approches différentes de la théorisation des faits d'enseignement en mathématiques à l'Ecole Elémentaire. La première approche est de type pédagogique et se structure autour de productions de l'I.N.R.P.. Quant à la seconde, elle est de type didactique et son influence en formation des maîtres passera par les publications des I.R.E.M. ayant des équipes de Didactique. L'équipe de Bordeaux a sans doute été la plus active dans la diffusion de ses travaux, notamment par sa présence active dans les colloques des Professeurs d'Ecole Normale. Celui de Bombannes (1979) est particulièrement important dans ce travail de diffusion. Les travaux de l'équipe de Paris VII, moins militante et aux positions plus nuancées, sont également largement connus¹⁰⁹.

Le présent chapitre sera donc structuré en deux grandes parties qui reposent sur la différence entre ces deux approches pédagogique et didactique. Nous verrons en conclusion si cette opposition, souvent explicitée par les différents formateurs, résiste à l'analyse.

¹⁰⁹Il existe bien sûr d'autres écoles de didactique, notamment à l'étranger, mais celles-ci, peut-être à tort, ont jusqu'à présent peu influencé la formation des professeurs d'école dans les centres de formation.

1. Etude de la tendance pédagogique.

La tendance pédagogique peut d'abord être définie de façon négative et assez bureaucratique comme ne se rattachant pas à la didactique universitaire. Mais, de manière plus positive, on pourra la caractériser comme le fruit des recherches de l'I.N.R.P. (Institut National de la Recherche Pédagogique) surtout avant 1985¹¹⁰. Les travaux dont il s'agit seront souvent le résultat des efforts d'équipes constituées majoritairement de Professeurs d'Ecole Normale agissant dans le cadre de ce qui a souvent été présenté comme des recherches-actions, liant théorie et pratique. Ces recherches sont financées par le Ministère de l'Education et doivent répondre à une demande institutionnelle souvent précise qui exige des applications.

J'ai choisi d'articuler la présentation de cette tendance autour des deux niveaux de transposition que j'ai signalés plus haut.

1) La première transposition concerne la transmission directe et explicite d'un savoir de référence que je serai amené à préciser.

2) La deuxième se propose d'agir au niveau des conceptions et des représentations des enseignants en s'appuyant sur certains leviers. On pourra parler d'une approche indirecte du savoir de référence dont je donnerai deux exemples.

a) Dans le premier, ces stratégies expliciteront les démarches pédagogiques suivies en comparant des préparations de séances.

b) Dans un deuxième cas, elles s'appuieront sur l'analyse et le rôle des erreurs des enfants.

a) La transmission directe du savoir pédagogique (La leçon de pédagogie).

Pour qu'on puisse parler d'un savoir théorique, il faut que celui-ci ait été dégagé et inscrit dans des textes de référence. La première référence qui ait existé dans le cadre de la formation des maîtres, est constituée par l'ouvrage collectif connu sous le nom de

¹¹⁰ Actuellement, les recherches de l'I.N.R.P. sont dans la mouvance didactique.

ERMEL¹¹¹. Cet ouvrage dont la première édition date de 1977 a longtemps constitué pour le P.E.N. débutant (et même confirmé) la matière principale de son enseignement. Le ERMEL est le fruit du travail d'une vingtaine d'équipes de recherche, travaillant autour des Ecoles Normales, dans le cadre d'une recherche financée par l'I.N.R.P..

Sa première édition, celle dont l'influence a été la plus importante, comporte six tomes¹¹² :

Le cycle préparatoire paru en 1977.

Le cycle élémentaire (deux tomes) paru en 1978.

Le cycle moyen (trois tomes) paru en 1981.

Par la suite, une équipe renouvelée a entamé une nouvelle recherche plus axée sur les apprentissages numériques par la résolution de problèmes et a commencé une nouvelle série de publications (non achevée à ce jour) dont les tomes parus concernent la Grande Section de Maternelle (1990) et le Cours Préparatoire (1991). Mon étude portera davantage sur la première édition dont l'impact a été considérable sur la formation des maîtres dans le cadre des Ecoles Normales.

L'ouvrage s'adresse normalement aux instituteurs à qui les auteurs affirment "*avoir voulu fournir un bilan provisoire de (leurs) travaux*¹¹³". Cependant l'Inspecteur Général Duma, auteur de la préface, caractérise mieux la fonction réelle de l'ouvrage : "*Ce ne sont pas des recettes que l'on trouvera dans ce travail, mais la mise en oeuvre d'une méthode de formation susceptible d'aider les professeurs d'Ecoles Normales comme les instituteurs désireux de maîtriser leur auto-formation et d'assurer leur perfectionnement*¹¹⁴".

En fait, nous verrons plus loin que l'ouvrage reste peu accessible aux instituteurs sans formation et nécessite la médiation presque obligatoire d'un formateur spécialiste des

¹¹¹ Equipe de recherche mathématique à l'Ecole Élémentaire.

¹¹²Tous parus chez Sermap-Hatier.

¹¹³Cycle élémentaire, tome 1, page 6.

¹¹⁴Opus cité page 4.

mathématiques. De plus, ce n'est effectivement pas un livre de recettes et son utilisation dans les classes suppose un travail important de mise en oeuvre de la part de l'instituteur. Cette raison (ajoutée à d'autres plus commerciales) explique la parution de manuels pour les classes élémentaires rédigés par des membres de l'équipe. Ainsi a-t-on G. Perrot avec Math-Hebdo chez Hachette et surtout Y. Clavier avec Objectif Calcul chez Hatier qui présente des mises en place dans les classes directement inspirées des esquisses proposées dans ERMEL.

(1) Étude détaillée du ERMEL.

Afin de mettre en évidence certaines spécificités de l'ouvrage, je vais procéder à l'étude détaillée d'un chapitre du ERMEL. J'ai choisi de présenter la partie concernant la mesure. Celle-ci constitue le chapitre 2 du tome 2 de la série consacrée au Cours Moyen et couvre les pages 169 à 237.

Conformément à l'articulation générale de l'ouvrage, le chapitre est divisé en deux sections. La première développe *"les aspects théoriques et les objectifs pédagogiques"*, la seconde présente des activités au Cycle Moyen et comporte six sections : Longueurs, Masses, Capacités, Durées, Aires, Volumes. Les grandeurs traitées sont celles qui sont rattachées par les Instructions Officielles aux mathématiques, d'autres comme la chaleur ou la dureté font partie de la physique.

Après un rapide survol historique des mathématiques de la mesure, les auteurs présentent différents points de vue sur la notion traitée :

- ✧ l'aspect psychologique qui est relié aux théories de Piaget sur la conservation des grandeurs.

- ✧ l'aspect physique qui concerne plus spécifiquement les problèmes de mesurage.

- ✧ l'aspect mathématique qui doit proposer *"un modèle explicatif adéquat"* pour le concept de grandeur (articulé autour de la théorie des ensembles) et pour le concept de mesure des grandeurs (notion de nombre, de groupe et de fonction).

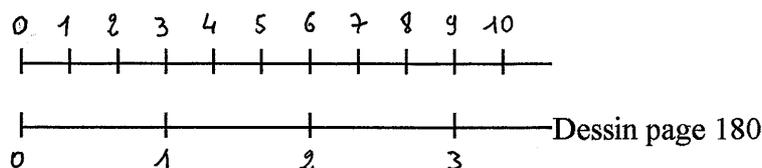
On peut lire page 173 que *"Les activités conduites à l'Ecole Élémentaire sur le thème "mesure" relèvent de ces différents points de vue"*.

Les auteurs développent ensuite trois aspects qu'ils affirment *"plus strictement mathématiques"* : les grandeurs mesurables, le lien entre la mesure et les nombres décimaux et enfin la mesure comme fonction.

Ils procèdent d'abord à une étude assez détaillée de la notion de grandeur mesurable. Ils donnent comme exemple de leur théorie la notion de longueur dégagée à partir de la relation d'équivalence, dangereusement tautologique, "est aussi longue que". Ils insistent sur la double nécessité de *"classer, puis de ranger des grandeurs physiques"*.

Les grandeurs mesurables sont définies comme *"des grandeurs pour lesquelles il est possible de définir une addition. Il est important de remarquer que cette addition peut être définie à partir de procédures, sans qu'il soit nécessaire de passer par l'intermédiaire de nombres et de la somme de deux nombres (page 176)"*. Ils introduisent ensuite les notions d'étalons, d'unités et de graduations.

Dans un deuxième temps, ils développent le *"lien didactique"* entre mesure et décimaux. Les nombres décimaux font l'objet d'une présentation dans le même tome et sont introduits avant la mesure. Les auteurs justifient le choix de présenter ces nombres indépendamment de la notion de mesure. Pour cela, ils rappellent (page 179) que les nombres décimaux étaient introduits à l'école élémentaire à partir de la mesure en développant l'idée de multiples et sous-multiples de l'unité, ce qui conduisait à désigner la mesure d'une grandeur tantôt en nombre entier (125 cm), tantôt en nombre à virgule (1,25 m). Ils repoussent avec force cette introduction qu'ils jugent *"frauduleuse"* et porteuse de confusion pour les enfants. Ils rappellent leur parti pris d'introduire les décimaux comme des nombres à part entière. Ils mettent alors en place un outil didactique destiné à présenter l'idée de multiple et de sous-multiple nécessaire à la précision de la mesure, il s'agit de la correspondance de graduation.



Un peu plus loin (page 181), ils critiquent les tableaux de conversion et préconisent l'usage des fonctions "multiplier par 10^n " et "diviser par 10^n ". Il faut noter qu'ainsi, ils vont à l'encontre d'une pratique séculaire particulièrement stable car basée sur un outil didactique créateur de "bonne forme"¹¹⁵.

Enfin, ils développent un troisième aspect qui relie la mesure et la notion de fonction. Cette approche est celle de la théorie de l'intégration où la mesure apparaît comme une forme linéaire définie sur un espace fonctionnel convenable ($L^1(X)$). Il peut aussi s'agir des mesures probabilistes qui associent un réel à chaque élément d'un ensemble donné. Il faut noter que les auteurs rejettent l'introduction de cette approche dans l'enseignement élémentaire. Au modèle savant, jugé non transposable, les auteurs du ERMEL opposent un modèle basé sur les graduations. Il ne fait pas de doute que ce modèle reste plus proche de l'intuition et des capacités d'un enfant, mais il faut toutefois remarquer qu'en privilégiant l'idée d'échelle de mesure, il entraîne une confusion entre grandeurs repérables et grandeurs additives.

Une fois terminée la mise en perspective théorique, à partir de la page 186, l'ouvrage commence la présentation d'activités susceptibles d'être conduites dans les classes sur le thème de la mesure. Comme je l'ai indiqué, c'est d'abord la notion de longueur qui est développée suivant un canevas standard. Les "buts" des activités sont d'abord énoncés, puis se succèdent diverses propositions de séances qui suivent le plan :

- 1) Comparaison de longueurs à partir d'une activité de communication.

¹¹⁵L'apprentissage du tableau permet la mise en oeuvre d'activités routinières faciles à structurer et à gérer. Mais il y a un risque réel de substituer la connaissance de l'outil à celle de la notion visée.

2) Construction d'un système de référence "local" avec l'étude des correspondances entre différents systèmes. L'étude utilise les fonctions numériques.

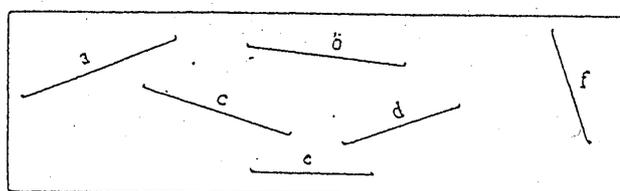
3) Présentation du système métrique usuel qui permet des activités de mesurage avec le mètre et des activités d'estimation de longueur.

Voici un extrait (page 186) qui montre la présentation standard d'une séance.

I.1. Comparaisons

- Par la comparaison de segments sans instrument gradué, on incite les élèves à utiliser la transitivité de la relation « ... est moins long que ... ».
- Il s'agit d'une activité de transmission de message entre des groupes G_1 (émetteurs) et des groupes G_2 (récepteurs).

G_1 dispose d'une feuille sur laquelle sont dessinés plusieurs segments, de compas et de bandes de papier ... (mais pas d'instrument gradué).



Il doit transmettre à G_2 le plus court message écrit possible, permettant à ce dernier de remplir le tableau suivant, puis de proposer le rangement des segments du moins long au plus long :

... est moins long que ...

	a	b	c	d	e	f
a						
b						
c						
d						
e						
f						

- Au cours de la mise en commun, sont discutés :
 - les outils utilisés (compas, bandes de papier, ...) et leur mode d'utilisation ;
 - la forme des messages : utilisation du langage courant ou de symboles (par ex : <);
 - les informations données : sont-elles suffisantes ou non (et sinon, comment les compléter ?) sont-elles, au contraire redondantes ? lesquelles peut-on alors supprimer ? certaines sont-elles incompatibles ? comment ont été trouvées par G_2 des informations qui n'étaient pas données dans le message (utilisation de la transitivité) ?

Enfin, on peut rechercher le nombre minimum d'informations nécessaires... ce qui peut être réalisé au cours d'un nouvel exercice du même type.

Nous constatons qu'il s'agit plus d'une ébauche de séance que d'une mise en forme complète. Le ERMEL suppose donc de la part de son utilisateur un travail important de

mise au point pour arriver à une réalisation effective. De plus pour obtenir un résultat convenable, le lecteur doit avoir bien compris les notions développées dans la partie théorique. Il doit également avoir une vision claire de la gestion d'une classe basée sur la mise en recherche des élèves et sur la communication de messages entre enfants.

Dans l'extrait présenté ici, on peut noter l'absence de toute institutionnalisation. Cette lacune est constante dans tout l'ouvrage. De même, les exercices d'application et de systématisation sont laissés à la charge du lecteur qui devra les inventer.

Le chapitre consacré à la mesure ne comporte pas, comme c'est parfois le cas pour d'autres parties, d'illustrations par des travaux d'enfants. En effet, certains chapitres sont complétés par des chroniques de classe. Ces exemples plus précis peuvent permettre au lecteur de mieux percevoir les intentions pédagogiques des auteurs.

Le ERMEL constitue incontestablement un outil de qualité et un ouvrage abouti. C'est le fruit du travail approfondi d'un groupe de personnes compétentes. Nous avons pu constater qu'il se situait résolument en rupture des pratiques antérieures. Il rejette d'une part, certaines conceptions anciennes (cas de l'introduction des décimaux à partir de la mesure) et d'autre part, les ingénieries mises en place à l'occasion de la réforme dite des "mathématiques modernes" (rejet de la mesure fonction). Les activités proposées s'insèrent dans une vision d'ensemble et sont des activités "longues" nécessitant plusieurs séances. Ces deux points (la volonté de rupture et la longueur du projet) rendent son utilisation quasiment impossible à un instituteur sans formation, d'où sa réputation d'ouvrage complexe et peu pratique. Par contre, je pense avoir montré qu'il a toutes les qualités d'un ouvrage de référence pour le formateur d'enseignants.

(2) Transmission du savoir contenu dans le ERMEL.

Dans son étude sur la transposition didactique¹¹⁶ (page 39), Y. Chevallard propose un schéma qui visualise le passage du savoir savant au savoir enseigné :

¹¹⁶CHEVALLARD Y., 1985, La transposition didactique, La Pensée sauvage.

→¹¹⁷ Objet de savoir → Objet à enseigner → Objet d'enseignement

Dans ce processus, le ERMEL occupe une place hybride. En effet, cet ouvrage définit le savoir savant de l'époque et se constitue en objet à enseigner. Il a la double ambition d'être à la fois le texte du savoir et un mode d'enseignement. La volonté de produire un savoir aux retombées pratiques immédiates différencie radicalement l'approche pédagogique de l'approche scientifique synonyme, dans cette thèse, de didactique.

Enfin, à l'époque de la parution du ERMEL, le savoir pédagogique n'est pas perçu comme autonome et il se rattache aux disciplines constituées (Dans le cas précis de la mesure : les mathématiques, la physique, la psychologie). Pour les professeurs d'Ecole Normale, c'est la mise en place de situations destinées à des enfants qui importe et qui est prioritaire par rapport à l'étude des modalités de la transmission de ces connaissances aux étudiants. Il y avait même parfois une certaine ambiguïté sur la place exacte du professeur : certains s'assimilant à des instituteurs spécialisés en mathématiques.¹¹⁸

Dans ces conditions, les contenus proches de ceux du ERMEL vont faire l'objet d'un travail de transposition didactique sans la conscience explicite du phénomène. Les pratiques des différents formateurs vont se différencier par rapport à l'équilibre respectif des parties théoriques et pratiques. Les nouveaux professeurs privilégient, souvent par nécessité, l'aspect théorique tandis que les plus anciens valorisent leurs connaissances des classes primaires, acquises lors des travaux de recherche-action.

Cette opposition entre théorie et pratique qu'on retrouve dans la structure du ERMEL est aussi favorisée par l'Institution. En effet la structure fonctionnelle des Ecoles Normales, prévue par les textes de 1979, suggère une transmission des connaissances qui répartit les rôles entre un professeur et un conseiller pédagogique. A l'époque,

¹¹⁷Ce "premier chaînon marque le passage de l'implicite à l'explicite". (page 40)

¹¹⁸Ainsi lors d'un congrès de l' A.P.M.E.P., le rapporteur relève l'absence d'enseignants du primaire lors des journées et note avec ironie que les deux inscrits s'affirmant membres de cette catégorie se sont avérés être des Professeurs d'Ecole Normale.

l'enseignement pouvait être distillé en doublette : le professeur se chargeait de l'apport théorique et le conseiller pédagogique illustre ses propos en détaillant son expérience¹¹⁹. On peut constater que l'ouvrage favorise cette répartition bicéphale alternant les mises au point théoriques et les illustrations pratiques.

Nous allons illustrer rapidement une première tendance où le formateur suit le plan du Ermel et n'apporte que quelques variantes mineures. Ainsi, voici le plan du cours sur la mesure qu'a effectué un professeur en 1985, lors de sa deuxième année d'enseignement dans une Ecole Normale¹²⁰.

- 1) Mesurer, c'est quoi ?
- 2) La vision du physicien.
- 3) Celle du mathématicien.
- 4) Problèmes psycho-pédagogiques.

Ces quatre points suivent exactement le ERMEL.

- 5) Trois sortes de concepts scientifiques.

Cette partie est plus originale et s'appuie sur un ouvrage de Carnap consacré à la philosophie des sciences¹²¹.

Ensuite, le formateur propose des exercices autour d'un thème. Il a choisi de travailler sur π . (Sa définition géométrique, son calcul approché par des décimaux et des fractions, son rôle dans différents domaines des mathématiques). Cette partie sert d'illustration. La plupart des exercices sont inexploitablement dans les écoles primaires, mais présentent un intérêt mathématique intrinsèque.

Ce type de formation n'a rien d'original et ne fait évidemment pas l'objet de communications écrites de la part des formateurs. Mais il a été utilisé par bon nombre de nouveaux formateurs, nommés après la parution du Ermel. Cependant, il ne faut pas

¹¹⁹Il s'agit d'un cas extrême.

¹²⁰L'exemple cité est authentique, mais je n'ai pas jugé utile de donner le nom du professeur.

¹²¹CARNAP, 1966, Introduction to philosophy of science, Basic Books.

oublier le rôle de médiateur des formateurs. L'explicitation du savoir contenu dans le Ermel dépend largement des compétences et du savoir-faire pédagogique du professeur qui joue là son rôle traditionnel d'intermédiaire entre le savoir et l'étudiant. Notons enfin que seule la visée d'une professionnalisation des étudiants différencie cet enseignement des stratégies culturelles.

Nous allons maintenant voir un deuxième exemple de la transmission directe du savoir pédagogique. Mais il repose sur une meilleure connaissance du fonctionnement des classes élémentaires que précédemment et dépend donc moins du contenu du ERMEL. Il s'agit du cours de J.M. Baricault, professeur à l'I.U.F.M. de Rouen depuis 1979 et qui m'a fait part de certaines de ses méthodes de travail à l'occasion d'un entretien¹²².

Il articule sa présentation de la notion de mesure autour d'un discours présentant deux facettes, l'une théorique et l'autre plus pratique. Son approche théorique est à la fois mathématique et psychologique. La théorie de la mesure qu'il utilise est celle que présente Donnedu¹²³.

Cette théorie repose sur l'introduction d'un ensemble dérivé des objets physiques et que l'on dote, avec une opération additive, d'une structure de demi-groupe commutatif archimédien totalement ordonné. La mesure est alors une application μ de $(A, +, \leq)$ dans $(\mathbb{R}_+, +, \leq)$

qui vérifie les propriétés suivantes :

- 1) Il existe u tel que $\mu(u)=1$
- 2) Pour tout couple (X,Y) d'éléments de $A \times A$:

$$\mu(X+Y)=\mu(X)+\mu(Y)$$

Il donne la définition précédente aux étudiants, sans insister, mais il précise ainsi le caractère rigoureux du discours mathématique qui constitue le socle de la théorie.

Il double son discours mathématique d'une approche psychologique (aujourd'hui il la qualifie de pseudo-psychologique) de la mesure qui provient des travaux de Piaget. Il signale comme importantes les fonctions psychologiques : la mémoire, le

¹²²Je le remercie vivement.

¹²³DONEDDU, 1963, Les bases de l'analyse mathématique moderne, Dunod.

fonctionnement sémiotique, la transitivité et la réversibilité, la conservation et les invariants.

Après ce premier exposé consacré aux bases théoriques concernant la mesure, il procède ensuite à la présentation d'activités dans les classes, qu'il a lui-même mises au point¹²⁴ avec des conseillers pédagogiques. Il tient beaucoup aux réalisations effectives des situations qu'il développe devant ses étudiants. Il se démarque ainsi, grâce à son expérience, d'une application trop servile d'un ouvrage de référence. Cette deuxième partie de son cours constitue une leçon sur la pratique.

Son exposé s'articule autour de trois grands axes.

Il décrit avec précision le travail donné aux enfants, notamment en explicitant les consignes.

Puis il fournit une analyse de la tâche réelle de l'enfant telle qu'elle semble être a priori.

Ensuite il donne des illustrations de travaux réellement effectués par les enfants pour développer la sensibilité des normaliens aux productions de leurs élèves.

J. M. Baricault n'utilise pas une stratégie basée sur l'homologie, il tient absolument à développer un discours explicatif. Il fait parfois faire certaines manipulations à ses étudiants mais elles doivent s'intégrer dans le discours. Elles sont une illustration de ce dernier, une sorte de concrétisation des difficultés rencontrées dans l'élaboration de la notion. Mais il les perçoit aussi et peut-être surtout comme un obstacle à la conceptualisation. En effet, la manipulation polarise l'attention sur les objets physiques et risque de bloquer le passage à l'objet mathématique abstrait qui fait l'objet de son discours.

Il est très sensible aux difficultés que présente cette approche discursive de la formation car selon lui différents niveaux de discours s'enchevêtrent : le discours sur le discours

¹²⁴A partir de canevas proches de ceux proposés par ERMEL.

qu'il tient, le discours sur la pratique toujours assez flou, le discours sur la classe avec la confusion des rôles entre étudiants et élèves du primaire.

Son idée de base est qu'il ne faut jamais confondre l'adulte et l'enfant, car leurs comportements, leurs raisonnements et leurs modes d'apprentissage sont radicalement différents. L'institution de formation doit se livrer à un travail d'élucidation, d'explicitation des concepts, elle doit donner des outils. L'étudiant peut seul ensuite mettre en place sa pratique, aidé par ce travail théorique d'explicitation antérieur. Les connaissances acquises pendant la formation doivent lui permettre d'arriver à produire une réflexion et un discours sur la pratique qu'il suivra. J. M. Baricault livre cette formulation pour résumer sa pensée : "Quand tu agis (dans le cadre d'un cours), tu ne réfléchis pas mais tout ce que tu fais est comtable de ta réflexion".

Je pense que cet exemple met bien en évidence une stratégie radicalement différente des stratégies d'homologie et qui affirme un désir d'explicitation très fort. Le point de vue présenté ici représente un extrême difficile à tenir devant les étudiants qui trouvent cette forme de travail très théorique.

Le cours de pédagogie des mathématiques tel qu'il apparaît dans ce cas suppose une expérience préalable de l'enseignement des mathématiques à l'Ecole Élémentaire. Et ainsi pour certains, le formateur idéal devrait être un ancien instituteur devenu spécialiste des mathématiques ce qui explique les confusions évoquées page 162.

b) Les approches indirectes.

Comme je l'ai indiqué (voir page 155), il existe des formes moins directes de transmission du savoir de référence. Ces formes indirectes visent à mieux contrôler le phénomène d'appropriation des connaissances chez l'étudiant. Elles souhaitent aussi éviter le rejet qu'entraînent fréquemment les formations précédentes souvent assimilées par les étudiants aux stratégies culturelles.

Les formateurs vont prendre appui sur le ERMEL et sur des travaux de recherches pédagogiques plus récents pour tenter d'influer sur les représentations et les conceptions des étudiants. Ces dernières ne font généralement pas l'objet d'une étude a priori très poussée mais sont dégagées de manière empirique par les formateurs qui s'appuient sur leur expérience de la formation. Nous rencontrons, à nouveau, cette caractéristique des approches pédagogiques : elles reposent sur une expérience préalable de la formation d'enseignants chez le formateur. Les situations mises au point par des P.E.N. chevronnés ne pourront être exploitées que par des formateurs eux-mêmes expérimentés.

L'objectif premier reste de transmettre un savoir conforme aux idées pédagogiques du formateur. Mais, à la différence des stratégies basées sur l'homologie qui fonctionnaient par imprégnation, ces formations sont nettement plus explicites et sont aussi plus précises dans la définition des démarches pédagogiques utilisées. Elles se révéleront aussi plus déstabilisantes.

(1) L'explicitation des démarches pédagogiques.

Une façon courante de faire dégager aux étudiants les démarches pédagogiques effectuées dans les classes consiste à étudier des préparations de séances. Nous reverrons ce type de formation dans l'approche didactique-outil (voir page 185). Il faut noter que fondée sur une approche pédagogique, l'analyse des séquences n'est pas basée sur une approche théorique et qu'elle se rapproche plutôt d'un certain "bon sens" pédagogique. Cela n'exclut pas la valeur de certaines de ces analyses et leur rôle d'outil pour les étudiants. La valeur de ces analyses est encore une fois très dépendante de l'expérience et de la qualité du formateur.

Dans le cadre de ces activités, j'ai choisi de présenter la forme qui me semble la plus élaborée et la plus riche. Il s'agit d'une activité réalisée par Roland Charnay¹²⁵ en 1987 et qu'il a présentée au Colloque de Rouen en 1988¹²⁶.

Son idée de base est de faire comparer trois préparations de séances sur le même thème. Chacune de ces préparations qui ont été mises au point par le formateur développe une vision particulière de l'enseignement. Cependant, "*ces préparations ne sont pas caricaturales et exigent de la part de l'étudiant une analyse assez fine*".

Le premier projet repose sur un travail individuel des élèves, très guidés par le maître. Il n'y a pas de vrai problème et la tâche des enfants est essentiellement une tâche de vérification.

Le deuxième projet est basé sur une situation de recherche utilisant la communication entre différents groupes. C'est une situation complexe difficile à gérer, ceci à cause de la diversité des consignes et du travail différencié. C'est la conception préférée du formateur.

La troisième se présente aussi comme une situation de recherche, mais elle se révèle floue et aucune gestion logique des réponses n'est possible ou alors le maître doit les imposer.

Les étudiants doivent répondre à une série de questions volontairement assez vagues et qui portent sur les caractéristiques de chaque situation, sur la tâche effective de l'élève, sur le rôle du maître. Ils doivent également fournir des éléments pour choisir ou modifier une des situations.

Cette activité, que j'ai pratiquée en formation, se révèle très riche au niveau de la production des étudiants (Voir Annexe). Cependant la gestion de la synthèse et de l'institutionnalisation qui suit posent certains problèmes qui vont montrer le caractère plus idéologique que scientifique des approches pédagogiques. Les difficultés

¹²⁵Professeur à l'I.U.F.M. Lyon-Bourg en Bresse et un des responsables des recherches INRP.

¹²⁶Actes du Colloque des PEN de Rouen. page 49 et suivantes.

surviendront lorsque la préférence accordée par le formateur à un des modes de fonctionnement ne correspond pas à celles de certains formés.

Dans sa brochure, R. Charnay présente le discours qu'il tient ensuite aux étudiants et renvoie le lecteur à un article de M. Mante¹²⁷. Ce dernier dégage trois conceptions de l'enseignement suivant l'idée que se fait le professeur de son élève. Il présente ainsi :

- ◇ la conception de la tête vide qu'il faut remplir,
- ◇ celle des petites marches qui par degrés amènent à la connaissance
- ◇ et enfin celle de la tête pleine confrontée à un nouveau savoir qu'elle va

intégrer.

Cette présentation sera reprise plus récemment et de façon moins imagée par Anne Ragot¹²⁸ qui distingue des références platoniciennes, logicistes et constructivistes.

Les trois articles en question sont intéressants et permettent au moins de situer clairement les conceptions des trois auteurs, qui se rattachent tous à l'I.N.R.P.. Dans la situation de formation proposée par R. Charnay, le professeur explicite ses choix et ses partis pris. Cependant, il faut bien voir que les présentations simplifiées des conceptions en jeu dans les deux projets rejetés visent à justifier la conception constructiviste comme étant la meilleure. L'argumentation proposée ne peut que difficilement convaincre de manière rationnelle des étudiants ayant d'autres conceptions. Leur adhésion à cette théorie résultera soit de leurs conceptions personnelles, soit de l'autorité du professeur. Celle-ci dépendra des connaissances empiriques de formation du formateur.

Certains soutiennent d'ailleurs que l'imposition autoritaire de modèles de formation est inévitable. Dans cette optique, l'objectif essentiel de la formation d'enseignant est de provoquer une action et non pas une interrogation. Dans ce cas, le formateur ne doit

¹²⁷IREM de Lyon, Suivi scientifique 6°, 1987.

¹²⁸INRP, 1991, "Construction de savoirs mathématiques au collège", Rencontres pédagogiques n°31.

pas trop raffiner la présentation de sa pensée et doit se montrer manichéen s'il veut avoir une efficacité.

Le mérite principal de l'activité proposée par R. Charnay réside dans la mise en évidence de la non-neutralité idéologique des séquences de classe. L'étudiant est conduit à s'interroger sur ses partis pris, sur ses choix pédagogiques. Nous sommes bien dans le cas d'une stratégie de transposition dont nous voyons apparaître l'aspect parfois déstabilisant.

(2) Etude des erreurs et des procédures de "remédiation".

Dans les exemples que nous allons voir maintenant, le formateur privilégie les productions des enfants et utilise les erreurs produites par ces derniers comme un levier pour interroger les pratiques des enseignants. L'accent est mis sur le regard que doit avoir le maître sur le couple élève-savoir (E-S) présenté comme déséquilibré en faveur de l'enfant. Celui-ci n'est plus soumis à un savoir qui lui est imposé, mais il en devient l'artisan et le constructeur, parfois malhabile mais toujours pardonné. En effet, ses erreurs ne sont plus uniquement le prétexte à des sanctions, mais elles constituent une source de réflexion et d'interrogations critiques pour son enseignant.

Nous renvoyons à l'ouvrage de M. Sanner¹²⁹ pour une étude de la genèse de ce statut si particulier donné à l'erreur dans la formation des enseignants. Cependant, il semble que la prise en compte des erreurs des enfants de façon non négative dans l'enseignement prenne sa source lointaine dans l'ouvrage de Bachelard, La formation de l'esprit scientifique¹³⁰. Dans cet ouvrage, Bachelard introduit l'idée d'obstacle épistémologique dans le cadre de l'étude des sciences. Il annonce clairement (page 22) ne pas intégrer les mathématiques dans le champ de son étude. Cela ne signifie pas qu'il faille rejeter cette notion en mathématiques, mais qu'il est nécessaire de la manier avec précaution sans

¹²⁹SANNER M., 1983, Du concept au fantôme, PUF.

¹³⁰BACHELARD, 1938, La formation de l'esprit scientifique, Vrin, 1969.

utiliser la référence à Bachelard¹³¹. Ces réserves faites, on peut souligner le rôle fondamental de l'étude des erreurs dans la compréhension des phénomènes d'enseignement.

Nous allons maintenant décrire deux exemples de formation utilisant les erreurs des élèves.

Le premier est relativement empirique et présente un cours que j'ai effectué en 1987 sur le thème des nombres décimaux.

Le deuxième nous donnera un exemple de stratégie appuyé par l'Institution scolaire, il s'agira du mode de formation mis en place à l'occasion des évaluations en CE2 et Sixième.

Un cours sur les décimaux.

Pour préparer mon cours axé sur la gestion des erreurs, j'ai utilisé essentiellement deux sources.

Tout d'abord, je me suis inspiré de l'article consacré aux problèmes posés par l'enseignement des décimaux au Cours Moyen¹³² par C. Comiti et R. Neyret. Les auteurs développent leur réflexion en deux temps. Ils analysent d'abord des types d'erreurs relevées dans l'usage des décimaux par les élèves. Ils examinent surtout les problèmes liés à l'ordre et à l'intercalation, laissant volontairement de côté les erreurs qui apparaissent dans les opérations. Dans un second temps, ils essaient de comprendre les erreurs commises en étudiant différentes introductions scolaires des décimaux et passent en revue pour cela différents manuels. De cette manière, ils font apparaître le lien maintes fois signalé entre la mesure des longueurs et les nombres décimaux, outil de codage des mesures physiques obtenues. Ainsi ils mettent en évidence les racines didactiques de ces erreurs.

¹³¹Je reviens sur ce problème dans un article où j'ai étudié le rôle du conflit socio-cognitif en formation. COPIRELEM Pau 1992.

¹³²COMITI C et NEYRET R, 1979, "A propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de cours moyen", Revue Grand N, CRDP Grenoble.

Il faut noter ici l'hypothèse forte mais non formulée, que les erreurs rencontrées sont nécessairement le fruit de l'enseignement et que ce dernier est donc déficient. L'inversion de point de vue sur la relation entre l'élève et le savoir que j'ai signalée plus haut, dans sa déculpabilisation de l'enfant, en arrive à suspecter systématiquement les méthodes du formateur. L'erreur n'est pas considérée comme un moment dans un processus d'apprentissage mais comme le révélateur d'une mauvaise conception de la stratégie de formation.

De façon naturelle, les auteurs en arrivent à poser le problème des remédiations possibles à ces présentations erronées. Dans leur article, ils ne proposent pas d'ingénieries nouvelles mais indiquent les conceptions qui doivent guider les auteurs de telles approches:

1) Les décimaux sont de nouveaux nombres, distincts des entiers, qui représentent un étape dans l'approche des nombres réels.

2) Parallèlement à cela, il faut bien voir que les décimaux sont utilisés comme un outil dans toutes les activités humaines en particulier celles faisant intervenir les mesures.

Ainsi une bonne ingénierie doit lier la nature numérique des décimaux à leur usage social.

La deuxième source que j'ai utilisée pour mon cours est une étude de micro-didactique. Cette fois, il n'est plus question d'expliquer ou de rechercher les sources des erreurs mais plutôt de les analyser dans la perspective de découvertes de procédures élémentaires dont l'étape ultime sera peut-être la mise en évidence d'un schème supplémentaire. Les auteurs¹³³ mettent en évidence trois règles implicites, toutes erronées, mais qui permettent à l'enfant de traiter correctement un grand nombre de cas de comparaisons de nombres décimaux ayant la même partie entière.

Il s'agit:

¹³³GRISVARD C et LEONARD F, 1986, "Résurgence de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux" in Les nombres décimaux, Publication de l'APMEP n°61.

R₁: comparer les parties décimales considérées comme des entiers. (3,12 sera plus grand que 3,6 car 12 est plus grand que 6)

R₂: utiliser la longueur des parties décimales.

R₃: elle concerne les nombres ayant 0 comme première décimale. Ceux-ci sont plus petits que les autres, ensuite la règle R₁ est utilisée.

Voici maintenant le plan de mon cours

1) Présentation des différents travaux qui insistent sur les erreurs produites par les élèves lorsqu'ils utilisent les décimaux.

2) Vérification de ces difficultés. Pour cela, les normaliens sont invités à bâtir un questionnaire destiné à des élèves de Cours Moyen et de Sixième.

3) Analyse des réponses des enfants, étude critique du questionnaire et présentation de solutions didactiques.

Evaluation du ministère.

Après avoir sensibilisé de façon positive l'étudiant aux erreurs des enfants, la pratique que nous venons de décrire tente d'introduire une ingénierie spécifique censée résoudre les problèmes évoqués. Cette stratégie de formation va connaître une amplification et une reconnaissance institutionnelle avec la mise en place généralisée de l'évaluation en début d'année des savoirs mathématiques de tous les élèves de CE2 et de sixième. Le Ministère de l'Education Nationale prit cette mesure d'évaluation à grande échelle en 1989 et accompagna celle-ci de formations pour des enseignants plus ou moins volontaires. C'est le type de formation qui fut mise en place à cette occasion que je vais présenter maintenant.

On peut s'interroger sur la primauté donnée aux actions d'évaluation à partir du milieu des années 80. Selon moi et de manière purement idéologique, une étude doit pouvoir expliquer la convergence entre les choix socio-économiques de la société optant alors résolument pour le dogme de la compétitivité dans tous les domaines et les priorités

pédagogiques dégagées par l'Institution scolaire. De même, il faut noter la synchronie entre la demande de l'Institution et les réponses d'un groupe d'enseignants qui mettent tout leur zèle à faire fonctionner la machine mise en route.

De fait, lorsque le Ministère lance son opération pour les CE2 et les sixièmes, des collègues regroupés autour de l'I.N.R.P. fournissent rapidement, en mathématiques, la matière de l'évaluation en puisant dans les travaux portant sur les erreurs des élèves et sur le rôle des enseignants. Les actions de formation, liées à l'opération, seront conçues par une structure très centralisée¹³⁴. Celle-ci mettra au point un modèle destiné à être mis en oeuvre par tous les formateurs d'enseignants. Le projet de formation que je vais présenter, constitue donc bien plus qu'un simple exemple local de formation, il est d'abord un exemple de la nature des formations institutionnalisées après 1985.

Le point de départ de l'action de formation est le cahier d'évaluation que doivent faire remplir à tous leurs élèves, les instituteurs de CE2 et les professeurs de mathématiques de sixième. Ces cahiers sont divisés en quatre parties couvrant les grandes rubriques du programme des classes élémentaires : travaux géométriques, mesures, travaux numériques et résolution de problèmes. Tous les items sont codés avec au moins trois possibilités :

1 pour la réponse attendue

9 pour une autre réponse

0 pour l'absence de réponse.

Certains exercices comportent des codes supplémentaires correspondant à certaines erreurs attendues par les auteurs des tests.

Ainsi l'exercice suivant (Exercice 12 CE2 1990)

On a commencé à tracer un segment. Il doit mesurer 7 cm
Finis de le tracer en utilisant ta règle graduée.

¹³⁴Une équipe de direction met au point un premier canevas de formation. Puis se tient à Paris une réunion de responsables académiques qui peaufinent le projet, mais en s'insérant dans le canevas retenu. Enfin dans des réunions locales les formateurs de base sont informés des décisions prises.

comporte deux codes supplémentaires :

2 Tracé de longueur correcte (à 2 mm près) mais ne respectant pas la consigne de prolongement.

3 Erreur imputable à un mauvais positionnement du 0 (-5 mm).

Ainsi la correction des tests comprend déjà une première analyse d'erreur.

Les séances de formation proprement dites prennent appui sur un certain nombre d'exercices plus particulièrement riches en réponses non standards. Les stagiaires doivent alors remplir un tableau où ils relèvent les différentes erreurs trouvées avec pour chacune d'elles une analyse en termes de fonctionnement de l'élève. Ils doivent aussi indiquer une origine ou une cause probable des différentes erreurs relevées.

Voici par exemple le résultat obtenu lors d'un stage que j'ai animé en 1990 et qui porte sur l'exercice 24. Cet exercice propose le calcul de l'aire d'un triangle à base horizontale inscrit dans un rectangle. Les dimensions en mètres sont portées sur la figure. Un formulaire des aires usuelles est fourni.

Les deux questions sont :

- a) Recopie la formule d'aire que tu utilises:
- b) Ecris tes calculs et donne le résultat.

$$A = \quad \text{m}^2$$

Cet exercice reprend la forme de l'exercice 26 posé l'année précédente mais dans lequel la formule utilisée n'était pas demandée, ce qui rendait difficile l'interprétation des résultats faux. D'autre part, l'unité n'était pas donnée ce qui avait entraîné certaines erreurs, notamment l'oubli des unités.

Erreurs relevées

a) formule non recopiée.
formule incomplète

b) Démarche
raisonnement: base coupée en deux
morceaux addition et formule
utilisation des données,
problème d'unités,
problème de calcul.

Analyse et origine

lecture ou compréhension de la question
(vocabulaire...)
exploitation du tableau codage
vocabulaire

difficultés pour planifier les étapes du
calcul.

La question a) perturbe les élèves.
Moins d'échecs si formule à
entourer puis à recopier.

Sélection des données pertinentes.
(Trop d'informations données)

A la suite de ce travail, le formateur effectue une synthèse dont les objectifs sont ainsi formulés dans un document de travail produit lors des journées parisiennes:

Mettre en évidence deux catégories d'erreurs : les erreurs dont l'origine est notionnelle et les erreurs méthodologiques, entre autres dues à la formulation.

La conception sous-jacente à ce type de formation est clairement explicitée dans un document de travail, signé INRP/DP1, qui fait la synthèse des journées (5 et 6 juin 1990) dont l'objet était d'élaborer une méthode de travail à l'intention des formateurs d'enseignants dans les stages liés à l'évaluation.

Ce document contient un aide-mémoire pour la formation d'enseignants qui propose la stratégie suivante:

Il faut partir des difficultés rencontrées par les élèves et perçues par les enseignants. Mais il est important de les identifier clairement et ainsi d'objectiver la nature des difficultés. Ensuite il faut aider l'enseignant à identifier les modes de fonctionnement des élèves et l'aider à prendre la décision d'une action éventuelle pour remédier à la

difficulté rencontrée¹³⁵. Enfin la formation doit aider l'enseignant à concevoir et à mettre en oeuvre des *situations d'action*. Ce dernier point semble avoir posé des difficultés aux auteurs. Ils admettent que les formations basées sur l'analyse d'erreurs sont efficaces dans le domaine de l'objectivation et de la sensibilisation à un problème mais reconnaissent que ces formations ne répondent pas correctement aux demandes de solutions efficaces de la part des stagiaires.

2. Etude de la tendance didactique

Les approches à tendance didactique sont plus récentes en formation des maîtres que l'approche pédagogique. Cela provient d'abord du développement récent de la didactique qui va fournir le savoir de référence. Mais, il y a aussi le fait que la didactique des mathématiques s'est développée, du moins dans un premier temps, de manière indépendante de la formation des maîtres¹³⁶. Le premier moteur de l'accroissement de la didactique est lié aux élèves et vise à l'élaboration d'un savoir théorique cohérent. L'action sur les pratiques enseignantes ne constitue pas une priorité. Ainsi, contrairement aux acteurs de l'approche pédagogique très présents et très combatifs à propos des pratiques des enseignants, les précurseurs de la didactique paraissent parfois éloignés des enjeux véhiculés par la formation des maîtres. Cela ne signifie pas, loin de là, que tout dogmatisme et tout militantisme soit absent de cette tendance, mais cette fois l'enjeu est déplacé à la fois sur le terrain de la reconnaissance universitaire et scientifique et sur celui de l'apprentissage des élèves.

D'autre part, la formation en didactique reçue par les formateurs des maîtres n'est plus dispensée par le canal interne de l'institution des centres de formation de formateurs. Les professeurs intéressés doivent suivre un cursus universitaire non intégré dans la

¹³⁵L'idée intéressante qui est formulée ici insiste sur le fait que toutes les erreurs ne doivent pas faire l'objet d'une remédiation spécifique. Il faut noter l'évolution après la première année nettement plus dogmatique.

¹³⁶A l'exception notable des travaux de G. Brousseau.

formation continue. Cette différence d'approche conduit à une appréciation différente des différentes mises en oeuvre du savoir de référence :

1) Dans l'approche pédagogique, la transposition est quasiment incluse dans le savoir de référence qui de ce fait acquiert un statut un peu bâtard entre théorie et pratique.

2) Dans l'approche didactique, le travail de transposition du "savoir savant" est totalement laissé à la charge du formateur des maîtres.

Cela explique une plus grande diversité dans les démarches suivies dans le cas de l'approche didactique. Les différences dépendront de plusieurs facteurs :

α) la place du formateur par rapport à la didactique : sont-ils eux-mêmes des chercheurs actifs comme D. Butlen à Paris ou comme les membres de l'équipe de Bordeaux autour de G. Brousseau ? Sont-ils de simples utilisateurs de la didactique ?

β) l'Université de rattachement et donc l'équipe de didactique. En effet contrairement au savoir pédagogique relativement homogène autour de l'I.N.R.P., des clivages importants¹³⁷ liés à des préoccupations différentes existent entre les différents groupes de chercheurs.

γ) l'ancienneté du formateur dans l'institution de formation : a-t-il un passé important de formateur des maîtres et donc déjà une stratégie personnelle de formation qu'il devra modifier ou bien met-il en place sa première stratégie de formation ?

A côté de la transposition didactique de la didactique, nous avons signalé (voir page 154), un deuxième niveau de transposition qui concernait les adaptations opérées par les étudiants par rapport au cours donné à l'I.U.F.M.. Il sera important de voir comment est pris en compte ce deuxième niveau dans l'approche didactique.

Ces différents paramètres m'ont conduit à faire une classification fondée sur les différentes types de réponses apportées par les divers formateurs aux problèmes posés

¹³⁷Du moins pour un regard averti.

par la transposition. Pour illustrer ces différents thèmes, j'ai choisi des activités présentées par différents auteurs dans la brochure COPIRELEM de Cahors. Cela me permet de faire le point à un moment donné sur un sujet en pleine évolution. De plus¹³⁸, je ne prétends pas que les exemples retenus soient caractéristiques des pratiques générales des formateurs cités. J'utilise simplement ces exemples pour illustrer certains aspects de la relation de la didactique et de la formation professionnelle des maîtres.

Voici le plan de ce qui suit :

1) La didactique objet d'enseignement.

Cette première partie comporte deux aspects principaux :

a) Le cours de didactique qui est l'équivalent du cours de mathématiques ou de pédagogie. Dans ce cadre le formateur privilégie le savoir didactique, jugé comme primordial dans le processus de formation des maîtres.

b) Les stratégies basées sur l'homologie enrichies par la didactique. Cette approche tente de lier l'action sur les représentations des mathématiques propre aux stratégies d'homologie et la distanciation par rapport à la pratique que permet la théorisation didactique.

2) La didactique-outil.

Cette fois les formateurs utilisent les apports de la didactique des mathématiques pour suivre ou contrôler le deuxième niveau de transposition. On peut distinguer deux grandes tendances dont les ambitions ne sont pas comparables :

a) L'apport d'outils d'analyse didactique pour le maître. La didactique des mathématiques joue un rôle d'appoint.

¹³⁸ Voir la partie sur la méthodologie.

b) La construction de séquences didactiques par les maîtres en formation.

Le projet est beaucoup plus ambitieux et vise à fonder une pratique du métier d'enseignant de type didactique.

Je vais présenter et illustrer ces différents aspects.

a) La didactique objet d'enseignement.

(1) Le cours de didactique.

J'ai signalé que j'arrêtais la partie principale de mon étude à la fin des Ecoles Normales avec certains prolongements dus à la période de transition où les anciennes formations continuaient de fonctionner dans le cadre de l'I.U.F.M.¹³⁹

Durant l'existence des Ecoles Normales, les cours de didactique sont rarissimes. Un consensus semble s'être dégagé sur la double formulation suivante :

✧ Il ne suffit pas de savoir des mathématiques pour savoir bien les enseigner.

✧ De même, la connaissance de la didactique des mathématiques est insuffisante pour enseigner. Le champ de cette dernière ne recouvrant pas tous les phénomènes d'enseignement.

Certains cours d'initiation à la didactique existaient mais ils s'articulaient avec la formation. Ils ne prétendaient généralement pas épuiser le cadre de la formation, bien conscients du caractère expérimental de cette approche¹⁴⁰.

Il semble que dans le cadre des formations développées dans les I.U.F.M., les choses changent et que fleurissent les cours de didactique. Cela tient bien sûr à la plus grande facilité d'évaluation lors d'un concours tel qu'il est maintenant défini et aussi à l'arrivée de nouveaux formateurs sans l'expérience professionnelle de formation des maîtres mais formés en didactique. Une partie d'entre eux juge indispensable de transmettre le "savoir didactique" et note comme une carence des anciennes Ecoles Normales,

¹³⁹Cette période doit prendre fin en 1993.

¹⁴⁰Je pense par exemple à ROBERT A., Une intervention en didactique des mathématiques à des élèves-instituteurs en 3ème année d'Ecole Normale, Cahiers de didactique n°17, Paris VII.

l'absence de manuels de didactique pour les maîtres. De plus, ces didacticiens de profession ne se sont généralement préoccupés que de la transmission directe du savoir aux élèves et ignorent tout de la problématique au second degré qui sous-tend la formation des maîtres (Voir Introduction)¹⁴¹.

Il faut relever un problème posé par cette approche dans le cadre de la formation des maîtres du premier degré. En effet, les cours de didactique des mathématiques "pure" dispensés à l'Université s'adressaient généralement à des étudiants ayant un niveau mathématique souvent supérieur à celui de la licence. Nous avons vu que c'est loin d'être le cas des étudiants qui souhaitent devenir professeurs des écoles. Dans ces conditions, faute d'ingénierie appropriée, ces cours magistraux ne peuvent qu'apparaître que comme théoriques et dogmatiques.

Cependant, on peut espérer que ces cours lorsqu'ils seront publiés contribueront à dégager les notions les plus utiles à la formation des maîtres et créeront ainsi les bases d'une certaine homogénéité du "savoir didactique".

(2) Entre stratégies d'homologie et stratégies liées à la transposition.

Contrairement à l'approche précédente qui semble ignorer les aspects pédagogiques et mathématiques, nous allons voir des modes de formation qui souhaitent transmettre un savoir didactique mais sans négliger les particularités des étudiants¹⁴² et notamment leur difficile relation avec les mathématiques.

Les exemples de ce type de stratégies sont nombreux parmi les interventions effectuées par les anciens professeurs d'Ecole Normale ayant suivi une formation en didactique. Ils essaient ainsi de concilier un mode de formation axée sur "une réconciliation avec les

¹⁴¹On peut signaler certains "Libres propos" au Séminaire National de Didactique à Paris le 23 /01/93. A cette occasion, un orateur fit preuve d'une tranquille méconnaissance de tous les écrits concernant la formation des maîtres et parut considérer ce champ de réflexion comme une terra incognita.

¹⁴²Cette préoccupation fondamentale semble curieusement ignorée par certains didacticiens.

maths"¹⁴³ et l'apport nouveau de connaissances didactiques. Je vais présenter deux exemples qui illustrent deux tendances légèrement différentes de cette approche qui continue à privilégier la mise en action des étudiants tout en tentant de mettre en place une distance par rapport à l'action.

1) Marie-Lise Peltier et Catherine Houdement¹⁴⁴ décrivent une activité qu'elles ont menée autour de la "boîte du pâtissier"¹⁴⁵. Elles distinguent clairement deux temps dans le déroulement de leur séquence.

Tout d'abord, un temps consacré à la résolution du problème et à la réflexion mathématique. Les étudiants doivent construire une boîte à partir d'une feuille de format A4. Elles ajoutent ensuite diverses contraintes : base carrée, taille maximale, conditions d'existence.

Cette phase est accompagnée de la visualisation d'un film vidéo réalisé dans une classe de CM2 ayant fait la même activité.

Nous sommes bien dans le cadre traditionnel des stratégies d'homologie avec le parallèle entre situation pour adultes et situation pour enfants. La monstration rapide d'un film prouve la faisabilité de l'activité au niveau des classes élémentaires. Elle permet aussi de quitter le savoir mathématique parfois trop prégnant, pour s'intéresser aux aspects pédagogiques.

A la suite de ce travail, survient une deuxième phase qu'elles présentent comme *un recul didactique* destiné à *faire basculer les étudiants du côté enseignant*. Ces derniers cessent d'être de simples élèves et doivent acquérir le point de vue d'un enseignant sur l'activité qui vient d'être menée. Il n'y a plus ici homologie mais passage à un niveau réflexif qui caractérise les stratégies liées à la transposition.

¹⁴³D. BUTLEN in Didirem 5, Paris VII, Nov 1991.

¹⁴⁴Professeurs à l'I.U.F.M. de Rouen.

¹⁴⁵ COPIRELEM Cahors, 1991 La boîte du pâtissier page 131 à 136.

Pour provoquer cette distanciation, le formateur tient un discours sur l'activité qu'il vient de conduire où il explicite ses choix, analyse les procédures utilisées en termes didactiques. Ainsi, les formateurs procèdent à une institutionnalisation didactique qui suit une mise en action des étudiants sur un contenu mathématique.

La volonté de rendre conscient et d'objectiver la pratique au sein d'un cadre théorique est bien apparente. L'intérêt du compte-rendu provient aussi des thèmes didactiques cités par les deux auteurs et qu'ils ont jugé important d'institutionnaliser. Cela permet d'amorcer une réflexion sur les concepts de didactique utiles en formation des maîtres du premier degré. Elles retiennent ici :

- ◇ les conditions pour qu'un problème puisse être source d'apprentissage.
- ◇ les phases d'une situation didactique.
- ◇ la dévolution du problème
- ◇ la dialectique outil-objet
- ◇ les variables didactiques
- ◇ le contrat didactique.

Ajoutons la notion de cadre et nous obtenons une première liste de concepts fréquemment cités par les formateurs parmi les plus intéressants à enseigner aux étudiants.

Le cas rapporté ici développe, au moins de façon implicite, un modèle fondé sur une approche simultanée des trois grands types de savoirs mis en jeu dans la formation des maîtres. Il institutionnalise nettement la partie didactique et de façon moins nette les deux autres parties qui sont abordées par une stratégie d'homologie.

Aline Robert et Régine Douady ont décrit un mode de formation des maîtres semblable¹⁴⁶ articulé sur ce qu'elles présentent comme une "double institutionnalisation" mathématique puis didactique, nettement plus explicite. Dans un premier temps, il s'agit

¹⁴⁶Didirem 5, Paris VII, Nov 91.

de mettre en place des activités avec un enjeu d'apprentissage mathématique marqué par une première institutionnalisation. Puis après une décontextualisation, c'est le volet enseignement qui est développé.

2) Nous allons voir un deuxième exemple fourni par François Huguet¹⁴⁷ qui va appliquer une technique de mise en action des étudiants mais cette fois pour transmettre un contenu didactique précis : il s'agit de la notion de variable didactique. F Huguet intitule son compte-rendu : Comparaison de collections au CP- Dévolution de la notion de variable didactique¹⁴⁸.

Il utilise le problème classique de la comparaison de deux collections au Cours Préparatoire comme support d'une sorte de TP de didactique. Les normaliens de deuxième année, par équipes de trois, proposent dans la même classe deux séquences espacées d'une semaine. Les problèmes proposés sont très semblables, seules certaines variables changent. L'objectif essentiel de l'activité consiste à faire observer aux étudiants le rôle et la pertinence de ces changements. Dans le premier cas, les contraintes (collection d'objets fixes) vont conduire les enfants à des productions très pauvres, contrairement à la deuxième situation où les enfants peuvent découper et déplacer les objets.

Ainsi, François Huguet a imaginé une activité qui permet aux étudiants de s'appropriier le concept didactique visé, celui de variable, et d'en percevoir immédiatement l'intérêt.

Cette fois la situation proposée aux normaliens est très simple d'un point de vue mathématique et le seul savoir mis en jeu est le savoir didactique acquis de façon non magistrale. Le formateur respecte une forme de transmission de savoir cohérente avec le mode d'enseignement des mathématiques qu'il souhaite. En ce sens, on est proche des stratégies d'homologie, mais cette fois le contenu explicite n'est plus une simple activité

¹⁴⁷Professeur à l'IUFM de Rennes-Quimper.

¹⁴⁸COPIRELEM Cahors, page 135 à 137.

directement exploitable à l'école primaire mais un objet de la didactique. Certes, il reste une interrogation sur la perception réelle de l'activité chez l'étudiant car il lui est toujours loisible de ne retenir de cette activité que la situation de la classe qu'il aura dû gérer. Mais il semble incontestable que cette deuxième forme intègre directement dans la formation le processus de transposition qui n'est plus plaqué comme un discours sur une stratégie ancienne.

b) La didactique outil.

En poussant la réflexion un peu plus loin, on peut poser de façon explicite et critique le problème du rôle de la didactique des mathématiques en formation des maîtres. En quoi la didactique est-elle un élément important et indispensable de la formation des enseignants ? Nous avons vu que sa place en tant qu'objet d'enseignement n'a rien d'évident surtout lorsqu'elle est enseignée de façon magistrale. Qu'en est-il de sa place en tant qu'outil pour le futur maître ?

(1) L'apport d'outils d'analyse.

Toujours dans la même brochure¹⁴⁹, Denis Butlen et Monique Pezard présentent deux exemples de leur stratégie de formation qui suivent exactement le même canevas et qui utilisent des résultats de la didactique des mathématiques pour agir sur le deuxième niveau de transposition, celui opéré par l'étudiant.

Le point de départ est un document fourni aux étudiants et qui présente l'approche d'une notion. Il s'agit ici d'une introduction aux écritures multiplicatives rédigée par D. Butlen. Mais le point de départ peut aussi être un extrait du Ermel ou d'un autre texte non rédigé par un didacticien.

¹⁴⁹COPIRELEM Cahors, page 115 et suivantes.

Les étudiants doivent étudier ce texte et répondre à une série de questions dont voici les premières :

- 1) Déterminer les objectifs.
- 2) Justifier le choix didactique.
- 3) Y a-t-il plusieurs cadres ? Lesquels ?
- 4) Déterminer les variables de la situation.
- 5) Faire une analyse de la tâche de l'élève.

Cette approche rappelle l'exemple donné par Charnay (voir page 168), la différence provient ici des outils d'analyse mis en oeuvre ; jeu de cadre, variable didactique, analyse a priori. Il faut également noter la plus grande précision du questionnement.

La question 3) permet aux auteurs une présentation et un développement sur la théorie des jeux de cadres due à Régine Douady. La question 4) introduit un développement sur les variables didactiques. On assiste ici à la présentation relativement traditionnelle d'un savoir, la nouveauté provenant de la nature du savoir qui n'est plus ici le savoir mathématique mais un savoir sur la pratique de l'enseignement des mathématiques. Les formateurs donnent des exercices qui nécessitent ensuite une mise au point sur certaines notions didactiques, celles-ci sont immédiatement mises en oeuvre pour résoudre les exercices proposés. Ainsi le savoir est présenté comme opérationnel dans certaines conditions de la pratique effective de l'enseignant.

De plus, si on peut dire que des éléments de la didactique sont utilisés ici comme outil et pour fournir une aide à l'analyse de l'action de l'enseignant leur connaissance ne constitue pas en préalable nécessaire à toute action du maître. Si l'expression ne semblait pas curieuse, on pourrait presque parler d'un rôle d'appoint de la didactique des mathématiques.

Nous avons souligné l'importance de l'aspect idéologique dans l'approche pédagogique et notamment dans la phase de synthèse qui suit la séance proposée par R. Charnay (voir page 168). A priori, l'idéologie semble absente de l'approche didactique que j'ai assimilée à l'approche scientifique des phénomènes d'enseignement. Cependant, Denis

Butlen estime qu'il donne à la didactique un rôle idéologique¹⁵⁰ dans ce type de séance. Il s'agit de s'appuyer sur un ensemble de connaissances légitimé par son efficacité supposée pour les élèves. Il parle aussi de "réfèrent épistémologique".

Pour préciser le rôle de l'idéologie dans ces formations où intervient la didactique des mathématiques, il me semble utile de faire référence au point de vue de Jürgen Habermas sur le rôle de la science et de la technique en tant qu'idéologie¹⁵¹. Habermas montre que dans la société capitaliste avancée, la référence à la science et au technicisme devient une façon de rationaliser et de camoufler la domination de certains groupes sociaux. Il montre aussi comment cette nouvelle idéologie introduit la dépolitisation de masse en dégageant les processus de décision du monde social de *la justification idéologique, c'est-à-dire des règles normatives de la communication*¹⁵². La nouvelle idéologie technocratique se veut transparente et domine à l'arrière-plan en supprimant toute velléité émancipatrice.

Dans le cadre plus modeste de la formation des maîtres, la référence théorique à la didactique peut apparaître pour les étudiants et les professeurs comme un moyen de légitimation autoritaire qui n'est soumis à aucune discussion. Cette impression résulte du fait qu'il n'y a pas de formation réelle (dans le cadre de la formation des maîtres) à la recherche didactique et qu'ainsi l'appropriation des modèles didactiques n'est absolument pas critique. Si l'on veut éviter cette transparence idéologique au sens d'Habermas, il devient alors nécessaire que les formateurs aient une réelle pratique de la didactique afin de connaître les limites de la validité des théories qu'ils énoncent. Il faut aussi que les formés soient initiés à ces mêmes méthodes. Si la première condition peut et doit être envisagée, la seconde pose de nombreux problèmes pratiques que nous discuterons plus loin.

¹⁵⁰ BUTLEN D., 1992, "Quelle didactique des mathématiques en formation des maîtres ...". Document de travail pour la formation des enseignants, Université de Paris VII.

¹⁵¹HABERMAS J, La technique et la science comme idéologie(1968), Denoël, 1973.

¹⁵²Opus cité page 57.

(2) La construction de séquences didactiques.

Dans l'approche précédente, les formateurs fournissaient à leurs étudiants des outils qui leur permettaient de procéder à une analyse de leur pratique. Nous allons voir une activité de formation qui suit de façon plus précise le processus de transposition opéré par les étudiants lorsqu'ils mettent en place leurs propres séances de classe. Joël Briand¹⁵³ présente sa conduite d'une activité complexe mise au point par l'équipe de Bordeaux dirigée par G. Brousseau. Le titre de l'article Rapport au savoir, évolution, institutionnalisation¹⁵⁴ nous situe clairement dans le cadre de la didactique. L'objectif de formation annoncé est *d'amener l'étudiant*¹⁵⁵ *à construire des situations didactiques pour les élèves ceci après lui avoir donné l'occasion de pratiquer une activité mathématique pour lui-même.*

L'action de formation est d'une grande ampleur et comporte sept phases.

Première phase : résolution d'un problème de mathématiques par les stagiaires. Cette phase correspond à la mise en action annoncée. Elle est présentée comme très importante, mais son statut apparaît mal à moins de l'interpréter sur le mode des stratégies d'homologie.

Deuxième phase : un énoncé de problème simple sans rapport avec le précédent est fourni aux stagiaires. Ceux-ci doivent élaborer une situation de classe autour de ce problème. Ils doivent également fournir des aides pour faciliter la recherche des enfants.

Troisième phase : les stagiaires partent observer une classe où se déroule une séance élaborée à partir du même énoncé mais indépendamment des stagiaires. L'observation est centrée sur le rôle du maître et sur les stratégies de résolution utilisées par les enfants. J'ai étudié de façon plus détaillée un travail spécifique mené par l'équipe de Bordeaux autour de l'observation d'une séance (Voir Les stratégies de monstration

¹⁵³I.U.F.M. Bordeaux.

¹⁵⁴COPIRELEM Cahors page 105 et suivantes.

¹⁵⁵Dans l'exemple rapporté, il s'agit de stagiaires de formation continue.

page 113). J'ai signalé l'importance centrale de ces phases de monstration qui peuvent occulter partiellement le reste du processus de formation.

La quatrième phase est consacrée au compte-rendu de la séance.

La cinquième phase reprend la phase 2 mais cette fois les stagiaires doivent bâtir une séance à partir d'un autre énoncé en sachant que c'est leur proposition qui sera mise en oeuvre par un Maître-Formateur.

Sixième phase : nouvelle observation.

Septième phase : elle est présentée de façon un peu ambiguë comme une institutionnalisation fonctionnant à deux niveaux. Le premier concerne les stagiaires, le second renvoie aux enfants qui ont été observés. Les concepts qui sont précisés sont la dévolution et la notion d'institutionnalisation.

L'activité que nous venons de voir est très complexe, elle met en oeuvre de façon imbriquée les stratégies de monstration et d'homologie. Elle se veut aussi transpositionnelle aux deux niveaux que j'ai distingués : le formateur transmet un savoir didactique (rapport au savoir, dévolution) et il fait également mettre au point par ses étudiants des séances de classe. Il est difficile, faute d'une évaluation de cette action de formation, de percevoir l'importance relative des différentes stratégies et leur impact sur les formés.

De façon objective, il me semble qu'on peut souligner la lourdeur du dispositif et les conditions qu'il implique pour fonctionner de manière satisfaisante, c'est à dire pour que toutes les stratégies opèrent efficacement :

- des formateurs expérimentés possédant une certaine expérience de formation des maîtres .
- une école spéciale¹⁵⁶ où la monstration se déroule dans les conditions souhaitées par le formateur.

¹⁵⁶Dans le cas rapporté, il s'agit de l'école Michelet dont l'organisation et la structure doivent beaucoup à G. Brousseau.

- des étudiants ayant déjà des connaissances didactiques.

Par ailleurs, l'expérience que j'ai de la mise en place de tels modèles montre que le formateur parvient rarement à conduire le processus dans son intégralité, certaines phases se développant au détriment d'autres.

Malgré ces restrictions, ce dispositif apparaît comme un modèle de formation idéal au sens de que Claude Nicolas Ledoux¹⁵⁷ donnait à ses constructions architecturales. Il représente une certaine forme d'aboutissement dans la synthèse des approches théoriques et pratiques de la formation des maîtres. Notons aussi qu'il présuppose pour exister bien des éléments constitutifs des Ecoles Normales¹⁵⁸ dont il constitue sans doute une des émanations les plus achevées.

3. Conclusion.

Notre étude sur les stratégies de transposition repose sur deux couples parallèles. L'un est constitué par la double transposition du savoir opérée par le formateur et par l'étudiant. Quant à l'autre, il est composé par les approches pédagogiques et didactiques dont je pense avoir montré, au delà des similitudes de démarches, les spécificités conceptuelles.

La mise en place de la double transposition semble recouvrir partiellement le clivage traditionnel entre les aspects objet et outil d'une même notion. Cette remarque est particulièrement vraie dans le cadre didactique. Elle l'est moins dans le cadre pédagogique où le savoir de référence se présente comme une fusion opérationnelle de la théorie et de la pratique, c'est à dire que l'appropriation de la théorie permet d'agir avec réciprocité. De ce fait le savoir acquiert un statut d'outil. Ce savoir qui a été conçu dans le cadre de l'Ecole Élémentaire peut de ce fait sembler directement mieux adapté aux demandes et aux capacités du public étudiant.

¹⁵⁷ Architecte français utopiste de la fin du 18^{ème} siècle.

¹⁵⁸ Certains d'entre eux ont été dispersés à la création des I.U.F.M..

La première transposition reste plus problématique dans l'approche didactique dans la mesure où celle-ci souhaite garder comme objectif la professionnalisation des étudiants¹⁵⁹. En effet, la théorisation didactique reste difficile pour un public non spécialiste des mathématiques et suppose un effort de transposition et d'adaptation important de la part des formateurs. Cette réflexion doit permettre de dégager quels sont les objets didactiques utiles aux futurs professeurs des écoles, elle doit aussi créer des situations de formation adaptées à la transmission de ces objets. Ce travail peut ainsi permettre d'éviter deux écueils. Le premier concerne l'impression qu'éprouvent parfois les étudiants, que des notions théoriques ont été artificiellement ajoutées au cursus normal. Le deuxième obstacle, lié au précédent, renvoie à une idée de la didactique comme idéologie au sens d'Habermas. Des mises en oeuvre, comme celle proposée par F. Huguet (voir page 184), semblent être des tentatives intéressantes pour intégrer la didactique de façon dynamique et non dogmatique dans la formation des maîtres.

La deuxième transposition qui porte davantage sur les séances de classe a donné lieu à des activités assez élaborées de la part des formateurs et qui portaient essentiellement sur :

- ◇ l'analyse des démarches et l'analyse didactique des séances.
- ◇ l'étude et l'exploitation des erreurs des enfants.

Nous avons vu, à cette occasion, que le modèle transpositionnel de formation se présentait souvent comme un modèle critique, mais est-il suffisamment constructif ? En effet, certaines analyses démontent avec succès des séances de classe et en font bien ressortir les limites. Mais cet effet critique peut sembler mal compensé par les outils de construction de séance proposés par les formateurs. Ce manque de performance éventuel dans la gestion future de la classe ne doit pas faire oublier le rôle fondamental de ces analyses dans une formation des maîtres qui souhaite provoquer la réflexion et

¹⁵⁹On peut aussi soutenir le point de vue opposé et affirmer que le savoir didactique tient lieu de savoir professionnel dans le cadre de la formation.

pas seulement l'application servile de modèles inculqués. Il n'en demeure pas moins vrai que l'aspect analytique et critique doit être complété par son corollaire synthétique et constructif. C'est, semble-t-il, ce que tente de proposer J. Briand grâce à un dispositif très complexe.

A l'opposé de l'approche critique qui demande généralement peu de temps et montre de plus une bonne adaptation aux nouvelles conditions un peu formelles de la formation axée sur la préparation d'une épreuve écrite, l'approche constructive suppose un temps de formation plus important. En effet, les analyses a priori avec examen des différentes variables didactiques doivent, pour être efficaces, être complétées par des analyses a posteriori qui supposent un travail dans des classes primaires.

Ainsi, initier à la démarche scientifique qui sous-tend la didactique des mathématiques et donner des matériaux pour élaborer des séances de classe sont deux aspects fondamentaux que l'approche didactique de la transposition doit présenter mais cela requiert une durée importante de formation.

Il faut enfin noter que les stratégies transpositionnelles supposent un certain nombre de connaissances préalables chez l'étudiant. Il doit avoir une idée précise du fonctionnement des classes primaires et une représentation adéquate des mathématiques. L'approche transpositionnelle ne se construit pas sur un vide pédagogique et mathématique. A l'opposé des stratégies d'homologie que j'avais qualifiées d'arte povera, les stratégies transpositionnelles paraissent un art riche qui suppose et réclame beaucoup de conditions pour sa bonne réalisation¹⁶⁰.

Nous tenterons dans le chapitre suivant d'évaluer l'influence de ces diverses stratégies de formation dont nous voyons déjà qu'elles ne reposent pas sur les mêmes données de bases.

¹⁶⁰Cela explique que les exemples d'activités les plus complexes concernent souvent la formation continue de personnels déjà formés.

Troisième partie

Evaluation des effets des différentes stratégies

Introduction

Dans cette partie, je me propose de donner des éléments qui permettront une approche de l'évaluation des effets des différentes stratégies de formation étudiées précédemment. De manière plus précise et de façon moins ambitieuse, il s'agira surtout de percevoir dans les pratiques des étudiants des traces caractéristiques de chacune des formations précitées et ainsi d'approfondir la réflexion sur les stratégies de formation.

En effet, une évaluation complète des stratégies de formation des maîtres en mathématiques suppose que l'on puisse répondre de façon précise à un certain nombre de questions .

- 1) Quelle stratégie a été suivie par le (ou les) formateur des étudiants ?
- 2) Quel est le parcours exact de formation de chaque étudiant ?
- 3) Quelles sont ses connaissances et représentations en début de formation ?
- 4) Quelles sont ses connaissances et représentations en fin de formation ?
- 5) Comment l'élève-maître effectue-t-il son enseignement dans une classe ?
- 6) Quel est l'impact à moyen terme de la formation une fois les premières difficultés du débutant surmontées ?
- 7) Enfin, et ce n'est pas la question la moins importante, quelles sont les pratiques de classe les plus efficaces pour former les enfants ?

La réponse à cet ensemble de questions suppose la mise en place d'un dispositif important qui relève plus des moyens d'une institution que des capacités d'un individu. De plus, l'expérience montre que même mis en place par le Ministère, ces dispositifs sont rarement efficaces et ne répondent pas aux questions posées. Il suffit de s'intéresser par exemple aux nombreuses études qui ont porté sur l'évaluation des pratiques de classe. et dont on attend toujours une réponse claire.

Rappelons aussi que la pluridisciplinarité¹⁶¹ des maîtres du premier degré rend difficile une évaluation précise des apports spécifiques dus aux formateurs en mathématiques. En effet, les étudiants suivent des cours dans de nombreuses disciplines et les méthodes et démarches pédagogiques présentées par les autres formateurs interfèrent avec celles développées en mathématiques. Enfin, il ne faut pas oublier le rôle que jouent les cours généraux donnés par les professeurs de psychopédagogie (philosophes de formation). Nous allons envisager les points qui peuvent malgré tout faire de notre part l'objet d'une amorce de réponse.

Nous avons d'abord cherché à connaître les pratiques effectives des étudiants lorsqu'ils sont devenus enseignants titulaires. En effet, une fois leur scolarité à l'I.U.F.M. terminée, les nouveaux maîtres vont devoir mettre en oeuvre leurs conceptions pédagogiques dans une classe particulière qui aura des propriétés spécifiques. Ils devront donc s'adapter à une situation donnée qui n'aura pas nécessairement fait l'objet d'une étude pendant la formation.

Or, cet aspect de la mise en pratique de la formation échappe presque totalement aux formateurs d'enseignants qui n'ont plus la possibilité institutionnelle de voir leurs anciens étudiants que lors des stages de formation continue¹⁶². De fait, une fois la formation terminée, les seuls observateurs extérieurs à la classe chargés du suivi des enseignants sont les inspecteurs. L'enseignant titulaire sera désormais non plus formé mais évalué. Même si la cassure entre formation et évaluation est sans doute moins nette qu'autrefois, la rupture n'en continue pas moins d'exister.

Un autre élément vient perturber les possibilités d'observer l'efficacité du système de formation : les instituteurs débutants se trouvent majoritairement désignés comme remplaçants, non titulaires de postes fixes (Z.I.L., B.D.). Ainsi le début de leur travail (les pratiques inaugurales dont parlent les sociologues), va se trouver fortement in-

¹⁶¹Voir le chapitre consacré à ce sujet pages 30 à 32 et pages 45 à 53.

¹⁶²Ces stages sont généralement effectués quelques années après la formation.

fluencé par cette approche "en pointillé" du métier : nombreux postes, classes différentes occupées brièvement ce qui favorise une gestion à court terme de l'enseignement. Le moment fondamental où se produit un ajustement entre le savoir théorique dispensé au centre et sa mise en pratique s'effectue dans un contexte non préparé par la formation. En effet, celle-ci n'envisage au contraire que les conditions "normales" du futur travail des instituteurs et une de ces conditions est la stabilité du poste qui permet seule la mise en place de projets *d'enseignement long*.

Ainsi l'observation et l'évolution des maîtres débutants apparaissent comme très difficiles à réaliser et comme très complexes à analyser compte tenu de la grande diversité des conditions que ces débutants vont rencontrer. Je suis donc conduit à rechercher pour mon étude des moments inclus dans le temps de la formation et ainsi plus accessibles aux formateurs. Mais ces phases de formation devront être proches de la pratique future des formés pour apporter un ensemble d'observations qui soient pertinentes pour percevoir l'action des stratégies de formation d'enseignants.

Dans le cursus des étudiants, nous trouvons deux moments susceptibles de permettre une telle approche et qui sont aisément accessibles au formateur en mathématiques. Il s'agit de l'évaluation des modules mathématiques et du stage dit terminal.

1) L'évaluation d'un module de mathématiques peut revêtir diverses formes liées au contenu développé par le formateur. Cependant une forme assez fréquente consiste en la préparation de séances de classe accompagnées dans certains cas de leur mise en oeuvre. Dans ce cas, le formateur peut vérifier l'adéquation entre son cours et le résultat produit chez les étudiants. Les modalités d'évaluation des étudiants ont fait l'objet de différentes mises au point lors des colloques de PEN, notamment à celui d'Auberive¹⁶³ en 1978 et plus récemment au colloque d'Angers¹⁶⁴ en 1987.

¹⁶³ Actes du colloque des PEN d'Auberive, 1978, page 35 à 44, Université de Reims.

¹⁶⁴ Actes du colloque des PEN d'Angers, 1987, page 167 à 174, Université de Nantes.

2) Le stage terminal. Ce stage intervient à la fin de la formation, d'où son nom¹⁶⁵. Dans le dernier plan de formation (circulaire de 1986), il dure huit semaines et les stagiaires l'effectuent en deux temps dans deux classes différentes. La pratique lors de ce stage n'est sans doute pas encore la pratique définitive car elle reste encadrée par les formateurs et est soumise à une évaluation qui peut entraîner certains stagiaires à faire illusion sur leurs pratiques futures pour satisfaire les attentes de leurs examinateurs. Cependant la place du stage en fin de cursus (il n'y a plus de cours à la suite de ce stage), et les modalités particulières de son évaluation, dont les responsables appartiennent à la fois à l'I.U.F.M. (professeurs) et à la circonscription d'accueil (Conseillers pédagogiques), en font un élément relativement fiable dans la connaissance de la pratique future des stagiaires.

Les deux phases décrites ici maximalisent l'effet de la formation et rien ne garantit que le formé, une fois les contraintes de l'évaluation supprimées, gardera le même profil pédagogique. Cependant les déformations, les transformations, les simplifications qui apparaissent lors de ces stages, fournissent déjà de précieuses informations sur les effets de la formation. De plus, la durée du stage et le nombre d'observateurs ayant des attentes différentes rendent assez peu probables les éventualités de dissimulation de la part des stagiaires. Il est simplement vraisemblable que les préparations seront moins importantes et moins détaillées dans le futur puisque non soumises à évaluation.

J'ai retenu pour mon étude le stage terminal qui, pour des raisons que je préciserai plus tard, me semble le moment le plus intéressant pour observer les effets recherchés. J'ai également utilisé deux questionnaires qui ont pu donner des informations sur l'évolution des conceptions des étudiants vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques au cours de leur formation à l'I.U.F.M.. Ces questionnaires tenteront d'apporter des éléments de

¹⁶⁵L'institution transgresse parfois ces règles pour des raisons liées au manque d'enseignants. En 1991, les FP2 de l'Eure ont dû faire la première partie de leur stage en début d'année.

réponse aux questions 3 et 4 de la page 194, qui portaient sur les représentations initiales et finales des étudiants.

Pour connaître les parcours des étudiants, j'ai étudié un ensemble d'étudiants qui ont suivi la formation dans le même groupe-classe et ont donc reçu le même enseignement pendant les deux ans de formation à l'exception de leur stage en tutelle. Dans les faits, cette condition est difficile à remplir à cause des différentes ventilations dues aux options diverses proposées aux futurs maîtres. Depuis la création du concours à la fin de la première année, elle est même devenue impossible à réaliser : une partie des étudiants n'ayant pas droit à la deuxième année. J'ai également choisi des groupes dont j'avais assuré la formation en mathématiques et avec qui j'avais suivi la stratégie mixte suivante :

Une faible part de monstration utilisant les stages en tutelle et quelques présentations de séquences de classe filmée.

Une stratégie dominante qui se situait entre homologie et transposition avec une faible institutionnalisation des notions didactiques.

Cette façon de procéder permettra donc de percevoir différentes influences, mais par contre elle ne donnera qu'une réponse très partielle au problème général de l'évaluation des stratégies.

J'ai aussi pris en compte les éléments d'évaluation plus approximatifs mais néanmoins très porteurs de sens qui sont fournis par les évaluations "spontanées" liées aux conseils des professeurs ou aux réunions pendant les colloques des PEN. A cette occasion, un consensus se dégage parfois sur l'efficacité ou l'inefficacité de certains modes de formation. Il est difficile de donner une valeur exacte à ces approches empiriques d'évaluation mais leur influence sur l'évolution des pratiques des formateurs est réelle. Ainsi peut-on déjà signaler le fort phénomène de rejet de la part des étudiants devant certaines stratégies culturelles trop axées, selon eux, sur des contenus mathématiques éloignés de l'Ecole Élémentaire. Nous retrouvons ce phénomène devant les stratégies

transpositionnelles du type cours de pédagogie ou cours de didactique. J'ai d'ailleurs signalé que ces stratégies étaient très parentes des stratégies culturelles, seule la nature des contenus les différenciant¹⁶⁶.

Ces restrictions à mon étude étant précisées, je vais me consacrer à l'étude de trois hypothèses que la présentation détaillée et l'analyse du stage terminal ainsi que les informations fournies par les deux questionnaires doivent me permettre de vérifier.

H₁ Les résultats de la formation dépendent de façon essentielle de la personnalité et des représentations initiales des formés.

Cette hypothèse relève peut-être de l'évidence mais il me semble important de la préciser et de l'affiner. En effet, la formation des maîtres s'adresse à des adultes ayant un haut niveau d'études (au minimum le D.E.U.G. et à partir de 1992 la licence). Les étudiants sont donc habitués à des apprentissages notionnels complexes. Leurs méthodes de travail, leur personnalité sont affirmées et échappent naturellement aux formateurs. Ces derniers peuvent apporter de nouvelles propositions, mais la mémorisation et l'apprentissage des nouvelles notions reposent sur l'autonomie des étudiants. Le formateur peut certes rejeter cette dévolution en gardant des méthodes de contrôle de l'apprentissage proches de celles utilisées dans l'enseignement secondaire mais il faut alors s'attendre à certains affrontements provoqués par le sentiment d'infantilisation que ressentent alors les étudiants. Cette autonomie des formés et les interactions très fortes qui existent entre eux (échange de préparations, de dossiers, d'expériences ...) minimisent de fait la portée démiurgique que certains professeurs pourraient donner à leurs interventions à l'I.U.F.M..

¹⁶⁶Plus récemment, on peut aussi signaler le fait que la communauté des formateurs juge sévèrement la formation des PE2 (Professeurs d'Ecoles) dont les performances sur le terrain ont été jugées inférieures à celle des FP alors que leurs productions écrites sont plutôt supérieures.

Il faut noter aussi que l'institution ne tente pas de responsabiliser les étudiants vis-à-vis des apprentissages conceptuels : les seuls cas d'exclusion que j'ai pu voir en dix ans de formation ont toujours concerné des étudiants qui ne respectaient pas les apparences externes nécessaires au métier (assiduité, ponctualité...) ou qui ne rendaient pas leurs évaluations. L'insuffisance théorique n'était jamais sanctionnée et ceci sans doute pour deux raisons :

✧ les normaliens suivaient leur formation après un concours qui d'une certaine façon les "absolvait" de toutes leurs lacunes théoriques.

✧ le déficit chronique du département en instituteurs entraînait le rectorat à refuser l'exclusion d'enseignants potentiels ayant bénéficié en plus d'un salaire qui aurait été versé en pure perte.

J'étudierai l'hypothèse H_1 en décrivant quelques parcours d'étudiants ayant suivi la même formation au sein de l'institut : même groupe de formation. Cette option limite les paramètres et maximalise les variations dues aux connaissances et aux représentations des étudiants. Dans le même temps, cette étude peut faire apparaître, au delà des disparités individuelles, certains traits communs à une majorité d'étudiants du groupe. Le profil type qui apparaîtra alors, sera révélateur de comportements induits par les différentes stratégies.

H₂ L'efficacité des formations est très dépendante de leur durée.

Pour étudier cette question, nous observerons en parallèle des étudiants formés en un an ("Concours Internes") et d'autres formés en deux ans (FP). Et dans ce cadre, je formule les deux sous hypothèses suivantes:

H'₂: les formations en un an sont des formations qui ne modifient pas la pratique spontanée des formés mais leur fournissent un vernis pédagogique.

H''₂: les formations longues donnent à l'étudiant qui le souhaite les moyens de mener une réelle action pédagogique.

En fait la durée de la formation va être un élément influent sur la transformation des représentations de l'étudiant avec une évolution passant par plusieurs phases. De façon schématique on remarque que :

1) en dessous d'un certain seuil, aucun effet ne semble perceptible à un observateur extérieur.

2) ensuite survient une phase de transition où les représentations de l'étudiant évoluent mais où sa pratique semble stable.

3) enfin survient une phase où il met en place le mode d'enseignement souhaité par les formateurs.

Ce processus n'est pas propre à la formation des maîtres mais concerne sans doute la plupart des apprentissages. Mon hypothèse est que l'accès à la troisième phase demande un temps de formation important. Dans le cadre existant, ce seuil semble être accessible au cours de la deuxième année de formation.

H₃ : Les différentes stratégies de formation ne sont pas antagonistes mais complémentaires, elles produisent leurs effets à différents moments du déroulement de l'acte d'enseignement.

L'étude de cette hypothèse nécessite le repérage d'effets spécifiques aux différentes stratégies de formation. Nous devons donc extraire quelques caractéristiques particulièrement saillantes des stratégies mises en jeu dans la formation des maîtres en mathématiques.

✧ La monstration est axée sur la gestion de la classe et le rôle du maître. Ses effets seront donc observables à ce niveau.

✧ L'homologie est centrée sur la mise en situation des étudiants et spéculé sur le transfert de cette modalité de fonctionnement dans les classes élémentaires.

✧ La transposition est plus axée sur la mise en place critique d'ingénieries et devrait agir au niveau des préparations et de l'analyse des bilans. Celles-ci devraient être plus explicites et permettre une meilleure régulation de l'action de l'enseignant.

La présentation que je fais ici de ces différentes orientations suppose une hiérarchisation temporelle de ces diverses stratégies et les place dans une progression conduisant à un affinement de la pratique pédagogique.

L'étude développée dans cette partie pour confirmer ces hypothèses comprendra :

- 1) Une étude du stage terminal.
- 2) Une étude de cas d'étudiants en stage, complétée par les éléments fournis par l'analyse des questionnaires.

1. Le stage terminal

A. Introduction

L'étude du stage terminal va nous permettre d'étudier la prise en compte du contexte dans lequel s'opère l'enseignement. Nous pourrions observer chez le stagiaire la capacité et/ou la volonté qu'il a de transformer son environnement pour le faire correspondre à ses partis pris pédagogiques ou noter au contraire sa tendance à se laisser absorber par le contexte, même lorsque celui-ci ne correspond pas au modèle souhaité par la formation. Je suivrai le plan de présentation suivant :

1) Statut du stage.

2) Le milieu du stage.

Définition du milieu.

L'école et la classe

3) Notions d'activité, d'acte et d'action. Illustrations.

4) Éléments pertinents observables pendant le stage.

Il faut noter dans cette présentation l'importance accordée aux éléments non mathématiques et aux pesanteurs du contexte. Cependant, dans le jeu des modifications et des acceptations de l'environnement, nous verrons que les compétences disciplinaires peuvent servir de levier ou d'inhibiteur.

Nous devons également préciser deux points de méthode :

✧ Dans cette partie, nous souhaitons observer comment l'étudiant met en place des situations. Cela nous conduit à privilégier les modifications plus repérables et plus significatives que les insertions dans un cadre déjà fixé. Il ne faut pas en déduire que nous jugeons toujours le cadre initial du stage de façon négative. Il y a de nombreux cas où le stagiaire enseigne dans une classe qui fonctionne déjà sur un modèle jugé satisfaisant par les formateurs. Mais ces cas n'apporteront que peu d'indications sur les effets de la formation sauf évidemment si le stagiaire transforme le cadre.

✧ Nous tentons d'évaluer les effets de la formation donnée au centre de formation. Nous n'évaluons pas la pertinence des modèles transmis à cette occasion. Cependant, l'institution de formation fonctionne sur l'idée que les modèles qu'elle tente de donner aux étudiants sont meilleurs que les autres. Evaluer la formation consistera donc à vérifier la mise en place de ces modèles et l'adéquation qui existe entre l'enseignement donné par les formés et celui qu'a tenté de promouvoir le formateur.

B. Le statut du stage.

La formation définie par les textes de 1979 avait institué un stage terminal en responsabilité d'une durée de neuf semaines. Ce stage prenait place après une série de stages de trois semaines dans les différents paliers de la scolarité primaire.

La formation en deux ans, définie par les textes officiels de 1986¹⁶⁷, prévoit un stage en responsabilité de huit semaines. Celui-ci doit s'effectuer dans *"le même niveau et dans la même classe (dont le titulaire suit un stage de formation continue) et en une seule session"*. Ce stage survient au bout de la deuxième année après trois stages qui se déroulent cette fois en tutelle chez des maîtres qualifiés. La circulaire précise : *"l'objectif du stage n'est pas seulement d'évaluer la capacité de l'élève-instituteur à conduire une classe, mais aussi de l'aider à achever une synthèse des apports de la formation."*

Le stage fait partie de la formation dont il est l'ultime étape et peut même être perçu comme un couperet en raison de ses modalités strictes de mise en oeuvre. En effet huit visites de formateurs sont prévues et peu avant la fin du stage se réunit une commission qui, à partir de la lecture des rapports de visite, donne une note sur dix. Si la note proposée est inférieure à 5, les membres de la commission assistent à la conduite de la classe (pendant au moins deux heures) et le diplôme d'instituteur n'est pas décerné si la note reste inférieure à 5. La première année, ces conditions drastiques ont vivement

¹⁶⁷ Je rappelle que ces textes ont régi les Ecoles Normales jusqu'à leur disparition et ont continué de s'appliquer dans l' I.U.F.M. aux formations dites résiduelles.

perturbé les étudiants, d'autant plus que ce stage, long, correspondait à la première prise en main solitaire d'une classe. Dans cette perspective, la formation, au lieu de préparer un passage en douceur vers la pratique, créait un effet de rupture et renforçait la crainte des étudiants. On peut noter une nouvelle manifestation de la vision technologique¹⁶⁸ de la formation qu'avaient les auteurs de ces textes.

Dans les faits, ces conditions se sont progressivement transformées. Le stage a été scindé en deux parties dans des classes différentes et un des stages, initialement sous la tutelle d'un conseiller pédagogique, a pris la forme d'un stage en responsabilité. Ces adaptations ont diminué la tension liée à la crainte de la prise en main effective d'une classe. Le nombre de visites a été ramené à cinq (deux visites d'un professeur, une visite d'un maître-formateur et deux visites des C.A.I.E.N.). Enfin les étudiants ont vite perçu le caractère exceptionnel des cas de notation inférieure à cinq. Et on peut affirmer maintenant que le stage terminal, s'il garde son importance institutionnelle, n'est plus vécu par les étudiants comme une épreuve traumatisante.

Avant leur départ en stage, les étudiants d'Evreux reçoivent une fiche qui précise le travail minimum attendu de la part des stagiaires et qui impose un certain nombre de tâches concernant la préparation de la classe. Il s'agit notamment :

- d'établir une progression pour chaque discipline ou un plan de travail pour l'ensemble du stage.
- de préparer de manière approfondie une activité au moins par demi-journée et d'analyser la réalisation effectuée.

De plus, il est signalé que l'ensemble des disciplines devra être représenté sur l'intégralité du stage.

Enfin, les critères d'évaluation sont précisés : le travail réalisé pendant le stage, l'articulation entre la préparation et la pratique, la prise en compte des conseils donnés,

¹⁶⁸Voir le chapitre concernant les contraintes de la formation.

le souci de la relation à l'enfant et au groupe classe, et, lors de l'entretien qui suit la visite, la capacité à s'auto-évaluer.

Les formateurs doivent également respecter un certain nombre de contraintes dont la plus intéressante pour mon étude concerne l'obligation qui leur est faite de remplir un rapport dont on a vu l'importance pour l'évaluation finale du stage. Ces rapports sont rédigés sur des formulaires fournis par l'I.U.F.M. et comportent quatre rubriques et la conclusion. Ces quatre rubriques reprennent les critères d'évaluation précédemment définis et concernent :

- l'attitude dans la classe,
- la qualité des préparations,
- les activités observées et les conseils donnés par le formateur
- la prise en compte de ces conseils et les qualités d'analyse du stagiaire.

C. Le milieu du stage

1. Définition du milieu

Le terme de *milieu* a fait l'objet d'usages spécifiques de la part de deux théoriciens importants de la didactique des mathématiques à savoir G. Brousseau et Y. Chevallard. Cela me conduit à consacrer un développement à cette notion.

Avant tout, il faut noter que la notion de milieu existait en sciences de l'éducation bien avant son adoption en didactique des mathématiques¹⁶⁹. Il s'agit souvent d'un cas particulier d'ensemble social ("milieu familial" ou "socio-culturel"). A l'origine le terme de milieu semble provenir de la biologie où il désigne suivant F. Best " *le réseau de relations que tisse et entretient l'être vivant avec l'espace-temps qui l'environne*"¹⁷⁰.

Dans ce sens on peut le distinguer du terme environnement.

¹⁶⁹Pour une étude assez complète de cette notion voir ROCHEX J.Y,1992, Entre activité et subjectivité : le sens de l'expérience scolaire page 26 et sq, Thèse de Doctorat en Sciences de l'éducation, Université de Paris 8.

¹⁷⁰BEST F., Article le milieu dans le Mialaret G,1979,Vocabulaire de l'éducation,PUF.

Je vais commencer à préciser le sens que je donne au mot milieu en proposant une première définition naïve et très particulière car liée à la formation des enseignants mais qui aura l'avantage de préciser le problème posé. Je confronterai ensuite cette vision aux différentes réflexions des auteurs ayant utilisé ce terme en didactique des mathématiques, ceci afin de préciser la nature exacte du milieu que je cherche à décrire. Le milieu (sous-entendu didactique) pourra être défini comme l'espace-temps dans lequel l'étudiant-enseignant va exercer la fonction pour laquelle il a suivi une formation. Ceci implique que la description de ce milieu visera à définir les contraintes auxquelles peut réagir ou non le maître pour réaliser sa stratégie de formation.

Une première façon d'enrichir cette notion qui englobera les attentes précisées plus haut sera de définir le milieu comme un système tel que le définit Berbaum¹⁷¹. Ainsi nous devons nécessairement préciser ses composants, ses fonctions et ses interactions et nous poser en outre la question de son sens. Cependant l'apport méthodologique de Berbaum restera réduit car il oriente résolument son étude vers la conception de systèmes de formation ce qui nécessite une analyse très importante de toutes les connexions de ce système avec un nombre important de composants hors de proportion avec mon étude de cas. De plus dans mon optique, il ne s'agit pas de faire une étude systémique complète mais d'utiliser l'approche systémique comme moyen heuristique d'étude d'un ensemble complexe.

Brousseau est le premier à avoir tenté d'introduire en didactique des mathématiques une notion didactique autour d'un mot aussi polysémique que milieu avec le risque de produire un concept mou. Le terme et la notion posent de nombreux problèmes de compréhension et d'utilisation comme il semble le reconnaître lors de la cinquième école de didactique d'été : " De plus, le système milieu est absent dans les textes de présentation de la relation didactique, malgré la "démonstration" que j'avais cru fournir

¹⁷¹Opus cité,

de sa nécessité". On peut aussi noter que ce mot ne figure pas dans le petit glossaire de didactique rédigé par deux enseignants proches de G. Brousseau dans la brochure C.O.P.I.R.E.L.E.M. de Cahors. Ces préliminaires et cette insistance sur les difficultés posées par la définition du mot milieu chez Brousseau ne visent pas à une destruction anticipée de cette notion mais cherchent à prévenir le lecteur d'un moment de lecture aride et un peu confus.

Dans sa thèse¹⁷², après avoir situé sa théorie des situations dans le cadre de la théorie des jeux, G. Brousseau introduit la notion de milieu (page 340) dans un chapitre traitant des situations a-didactiques. Il commence par présenter (tout en le rejetant) le schéma classique d'apprentissage présent dans les théories béhavioristes. Il met en interaction un élève et un milieu (non défini) : l'élève agit et en retour le milieu l'informe ou le sanctionne. Dans un deuxième temps, Brousseau propose une décomposition plus complexe de l'enseignement en deux types de jeux : l'un concernant l'élève et un milieu présenté comme a-didactique¹⁷³, l'autre concernant le maître en tant qu'organisateur des jeux de l'élève. Ces jeux concernent plusieurs partenaires, dont le milieu culturel, qui représente un troisième milieu qui n'est pas défini.

Brousseau juge ensuite important d'introduire un système externe au système enseigné intervenant à la fin d'un processus d'enseignement c'est-à-dire au moment où grâce au savoir appris, " *le système enseigné sera supposé faire face à des systèmes dénués d'intentions didactiques* ". L'élève doit donc apporter les réponses appropriées à des situations a-didactiques produites par un autre système que le système enseigné. C'est ce système producteur de mises en situation non finalisées qui est appelé milieu et qui est présenté comme antagoniste du système enseigné. Cette idée d'antagonisme surprend mais doit sans doute être située dans le cadre de la théorie des jeux où les

¹⁷²BROUSSEAU G., 1986, Théorisation des phénomènes d'enseignement. Thèse d'état, Bordeaux.

¹⁷³Privé de l'intention d'enseigner mais lié au savoir. A ne pas confondre avec non-didactique : qui n'est pas spécifique d'un savoir. (p 247)

joueurs sont toujours adversaires. Brousseau note encore que le système enseigné doit anticiper cette confrontation en introduisant une représentation de ce milieu dans son champ d'influence de façon à préparer graduellement l'élève à ces rencontres futures avec le milieu. En 1989, G. Brousseau précisera un peu sa terminologie et sa conception en appelant aussi milieu cette représentation et en donnant une place plus centrale dans le processus didactique à son idée de milieu comme cause des adaptations pour l'apprentissage et comme référence et objet épistémologique pour l'enseignant. Il donne également une définition : *le milieu est un jeu ou une partie de jeu qui se comporte comme un système non finalisé.*

Cette affirmation n'est pas justifiée par G. Brousseau qui ne nous présente pas le 7-uplet qui compose selon lui un jeu. Ainsi la notion apparaît plus comme une aide heuristique pour le chercheur avec la théorie des jeux en tant que métaphore, que comme un réel support de la théorisation. De même l'emploi du mot système pose problème car s'il s'agit de la notion proposée par van Bertalanffy,¹⁷⁴ son interaction avec l'idée de jeu n'est pas évidente.

Une autre théorisation didactique, présentée sous forme axiomatique, de la notion de milieu se trouve chez Y. Chevallard¹⁷⁵.

Chevallard introduit trois termes primitifs : les objets O, les personnes X et les institutions I. Dans sa théorie, l'élément unitaire est l'objet. Les personnes et les institutions sont des objets particuliers. Il introduit la notion de rapport R qui relie I (ou X) à un objet O. Il s'agit alors suivant les cas soit d'un rapport institutionnel soit d'un rapport personnel. Chevallard précise qu'il ne faut pas entendre derrière le mot institution le sens usuel. Il introduit ensuite l'ensemble O_I constitué des objets connus par I

¹⁷⁴BERTALANFFY (L. van) : Théorie générale des systèmes Dunod 1973

¹⁷⁵CHEVALLARD Y, 1992, "Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique". RDM Vol 12/1 p73-112.

c'est à dire en rapport institutionnel avec I. Cet ensemble dépend du temps t_I lié à l'institution et en ce sens, il le note $O_I(t)$.

A partir de là, il va définir deux notions introduites à l'origine par G. Brousseau : le contrat didactique et le milieu. Il nomme contrat institutionnel $C_I(t)$ l'ensemble des couples $(O, R_I(O,t))$ où O est un élément de $O_I(t)$. De même, il introduit le milieu institutionnel $M_I(t)$ (relatif à I et au temps t) comme le sous-ensemble des éléments "stables" au temps t de l'ensemble $C_I(t)$. La stabilité étant relative aux sujets¹⁷⁶ de l'institution : il s'agit des objets qui apparaissent comme allant de soi, transparents, non problématiques. Dans le même article (à partir de la page 92), Chevallard traite des systèmes didactiques qui sont la matérialisation des intentions didactiques d'une institution donnée et selon lui pour que ces systèmes fonctionnent, il est important qu'existe un milieu, *ensemble d'objets qui aillent de soi*. Dans l'optique de l'auteur, ce milieu peut par la suite constituer un obstacle cognitif lorsque l'adulte souhaite le faire perdurer tel qu'il est.

En fait, il semble que les notions de milieu présentées, malgré la similitude de nom, sont assez différentes et ne s'inscrivent pas dans le même projet. Chez Chevallard, le milieu apparaît comme un élément transparent qui doit faire partie de l'environnement de l'apprenant pour que celui-ci accepte son rôle. Par contre, chez Brousseau, il semble jouer un rôle moteur dans le processus d'apprentissage en jouant sur les capacités qu'a l'élève à le décrypter.

Il faut aussi noter l'extension théorique proposée par Chevallard qui place sa réflexion dans le cadre général de la théorisation du phénomène de transmission des savoirs dans une société donnée. La scolarisation des savoirs et l'institution scolaire deviennent des cas particuliers du système didactique. Cette approche anthropologique nous fait sortir du cadre strict de la didactique car il me semble qu'implicitement au moins les

¹⁷⁶ Une personne X devient un sujet de I quand elle devient "assujettie" à l'institution I. (page 89)

chercheurs de ce domaine n'envisagent l'étude de la transmission des savoirs que dans le cadre de l'institution scolaire.

Enfin une critique qu'on peut formuler à ces deux approches est qu'elles restent très théoriques et peu expérimentales. Quelles observations valident ces affirmations ? Une approche plus "ethnologique" de la notion de milieu peut être envisagée. Celle-ci conçoit et étudie la classe comme une micro-société¹⁷⁷.

Pour conclure, il apparaît important qu'existe un système inclus dans le système d'enseignement ou parallèle à celui-ci, mais qui fondamentalement ne soit pas reconnu par le formé comme un sous-système jouant le rôle de champ d'exercice produit par le système enseigné. Ce système permet de révéler si sont pertinents et opératoires les savoirs appris au sein de l'institution scolaire. C'est ce système que j'appellerai *milieu* dans le cadre de cette thèse. Ce rôle de révélateur et d'intermédiaire entre les connaissances théoriques et leur mise en pratique rapproche cette notion de milieu du mot latin qu'il traduit : *medium*. Aussi j'utiliserai plutôt le mot composé *milieu-medium* quand je voudrai parler du milieu précédent.

Dans le cadre de ma thèse consacrée à la formation des maîtres, les élèves sont de futurs enseignants et les connaissances théoriques qu'ils doivent s'approprier concernent l'art d'enseigner. Dans cette optique, le stage terminal semble posséder toutes les caractéristiques d'un milieu-medium. Il permet aux étudiants de mettre en oeuvre le savoir transmis en formation c'est à dire de réaliser leur propre stratégie d'enseignement dans le cadre le plus naturel possible, *qui va de soi*.

2. L'école et la classe

Nous pouvons enfin commencer la description du milieu-medium que va devoir affronter le stagiaire. Il ne s'agira pas d'une étude complète visant à la description

¹⁷⁷Voir ADDA J, 1988, "The mathematics classroom as a micro-society", ICME 6 Budapest.

exhaustive de cet environnement mais d'une tentative de clarification du contexte avant la présentation de quelques études de cas.

Dans ce cadre, nous pouvons suivre le découpage officiel des champs d'exercice du stagiaire.

(1)L'école

Il y a d'abord l'école qui apparaît comme un lieu hiérarchisé (directeur, ancienneté des titulaires, statuts des différents intervenants) et comme un lieu d'échange et d'interdépendance (cour de récréation, gymnase, etc.). Cet ensemble s'oppose à la classe, constituée en sous-ensemble, où le maître exerce son activité de façon isolée et dans une relative autonomie.

Le nouvel arrivant apparaît comme un élément exogène qui ne fait pas partie de la structure stable constituée par l'école. Dans de nombreux cas, ses collègues ne lui dévoilent qu'une faible partie du fonctionnement global et lui interdisent ainsi d'intervenir dans le système d'enseignement à un niveau supérieur à celui de la classe. De ce fait, la liaison école-classe va apparaître au stagiaire comme porteuse d'un ensemble de données imposées et peu négociables. Examinons quelques-unes de ces données:

a) La structure de l'école

L'école peut fonctionner par décroisement ou par éclatement de la classe entre plusieurs maîtres. Cela entraîne une répartition des disciplines et une spécialisation qui n'est pas toujours souhaitée par le stagiaire qui doit (par exemple) n'enseigner que le français et les mathématiques. Pour avoir un emploi du temps complet, cela peut l'entraîner à effectuer son service dans deux classes. Il sera également soumis à la gestion des équipements communs que sont la piscine ou le gymnase, ce qui peut lui imposer des modifications importantes des projets qu'il avait pu mettre au point avant de commencer son stage.

b)Le directeur

Il peut favoriser ou contrarier le processus d'intégration du stagiaire en le considérant soit comme un enseignant à part entière, soit comme un étudiant en cours d'apprentissage. Il peut également imposer avec plus ou moins de force la structure de l'école.

c)Les tâches non-cognitives du maître

Lors de mon propre stage en responsabilité dans une classe du primaire (il s'agissait du stage, supprimé depuis, de formation pour les Professeurs d'Ecole Normale), j'avais découvert que travailler dans le primaire ne consistait pas seulement à enseigner mais aussi à surveiller les récréations, gérer les cantines, le matériel, etc. Ces éléments périphériques peuvent dans certains cas absorber une grande partie de l'énergie de l'étudiant et inférer dans son projet pédagogique. Ainsi dans une classe de campagne faisant partie d'un regroupement pédagogique¹⁷⁸, les enfants quittaient la classe par petits groupes entre quatre et cinq heures pour rejoindre leurs différentes communes. La normalienne alors en stage là-bas avait donc dû suivre une gestion de la classe basée sur des fiches autocorrectives pour cette partie de la journée.

d)Les parents

Ils sont presque marginalisés lors d'un stage court qui apparaît comme une transition avant le retour du titulaire. Il y a cependant deux cas limites exceptionnels où leur intervention devient forte : le stage qui se déroule mal avec son cortège de lettres mal intentionnées adressées à l'Inspection, ou à l'inverse la pétition des parents qui demande le remplacement définitif du maître titulaire (sans doute peu apprécié) par le stagiaire de l'Ecole Normale.

¹⁷⁸Plusieurs communes rurales se regroupent pour constituer des classes d'une vingtaine d'élèves et chaque commune garde une seule classe dans son école. Cela supprime les classes uniques, mais augmente les déplacements des enfants.

Toutes ces contraintes de l'école jouent de façon diffuse sur la mise en oeuvre pédagogique et peuvent sembler peu influentes sur la pratique des mathématiques. Cependant il ne faut pas oublier l'aspect pluridisciplinaire de la fonction enseignante dans le premier degré et de ce fait les choix pédagogiques de l'école, surtout lorsqu'ils sont prononcés, infèrent sur le déroulement d'une classe particulière. Cette influence est particulièrement déterminante dans le cas des écoles maternelles et des classes spécialisées. Nous verrons que ces deux niveaux d'enseignement ont en effet des structures de fonctionnement globales très fortes qui s'imposent au stagiaire et induisent souvent une pédagogie des mathématiques bien déterminée.

De manière générale, ce sont les problèmes liés à la gestion du matériel qui agissent le plus sur l'enseignement des mathématiques. Ainsi les calculatrices, les ordinateurs ou les outils de mesurage (balances, mètre ...) sont rarement disponibles pour le stagiaire qui doit les solliciter. L'utilisation de ces outils sera donc le résultat d'une action de l'étudiant visant à modifier son milieu d'exercice.

(2) La classe

Abordons maintenant certaines des contraintes liées à la classe

a) Les élèves

De façon évidente, l'arrivée d'un nouvel instituteur bouleverse le contrat didactique et les règles du jeu pédagogique. Le rapport entre la rupture et la continuité déterminé par le stagiaire sera un élément d'observation intéressant qui se laisse facilement appréhender, notamment lors des entretiens qui suivent les visites car les stagiaires y font fréquemment allusion. Rappelons qu'il n'est pas dans notre intention de juger systématiquement "mauvais" le maître précédent, mais d'observer un phénomène¹⁷⁹.

¹⁷⁹Voir page 203.

Le formateur pourra observer un effet de rupture souvent marqué par la mise en place de nouvelles routines : ainsi, dans les petites classes, l'accueil des enfants peut devenir le support d'activités numériques qui s'appuient sur la date, l'appel et le nombre des présents, etc. A l'inverse, il observera parfois un suivi scrupuleux du mode de fonctionnement antérieur. J'ai ainsi pu assister à une séance de calcul mental où l'élève-institutrice, constamment assise à son bureau, déroulait méticuleusement sa séance de la manière suivante:

α) Elle posait oralement une petite question de calcul aux enfants. Et après leur avoir laissé dix secondes de réflexion, elle leur demandait d'écrire la réponse sur leur cahier. Elle posait ainsi dix questions.

β) A la fin de cette série, sur un signe de la maîtresse, les enfants échangeaient leur cahier avec un camarade.

γ) La maîtresse relisait les dix questions en gardant le même rythme que précédemment mais elle interrogeait cette fois un élève, les enfants corrigeaient alors les résultats sur le cahier.

δ) Ensuite se produisait un nouvel échange des cahiers, suivi de la proclamation des résultats (c'est à dire : qui a zéro faute ? Une faute ? etc.).

ϵ) Ensuite la maîtresse annonçait le cours de mathématiques. Les enfants prenaient immédiatement leur livre et leur cahier de mathématiques. Ces objets paraissaient directement liés au déroulement de cette matière.

Cette mise en place stricte n'avait bien sûr pas été conçue par la stagiaire mais celle-ci s'était inscrite (avec une aisance certaine) dans cette forme de travail énergétiquement très économique. J'ajoute qu'elle avait pourtant suivi mon cours sur le calcul mental qui reposait sur une tout autre organisation de la classe.

D'autres paramètres sont liés directement aux élèves et peuvent influencer sur les choix du stagiaire comme le niveau mathématique et les problèmes de discipline éventuels fréquents dans les zones d'éducation prioritaires.

b) la mémoire de la classe .

La question de la gestion de la mémoire de la classe¹⁸⁰ se trouve posée avec beaucoup d'acuité dans le cadre d'un stage. Il ne s'agit pas de se référer simplement aux textes officiels comme on peut le faire en début d'année après la rupture des vacances scolaires et le changement de niveau. Le stage se déroule pendant l'année scolaire et se situe dans un processus d'apprentissage où l'acteur principal (l'apprenant) reste le même et cela impose un minimum de continuité. Celle-ci sera souvent assurée en mathématiques par le manuel. En effet, le maître titulaire laisse souvent comme consignes à son successeur, plutôt qu'un contenu de savoirs spécifiques, une liste de pages à traiter sur le livre et attend à son retour le même type d'informations. Ainsi le manuel constitue une des contraintes les plus fortes du milieu-médium du stage et ceci d'autant plus qu'il fait partie du matériel aisément utilisable dans la classe de façon simple. Lorsque le stagiaire décidera de s'en passer, il devra effectuer un important travail de préparation, parfois facilité par la possibilité de faire des photocopies.

La capacité et la volonté qu'aura le stagiaire à agir sur le milieu à ce niveau seront très significatives de son action pédagogique.

c) Espace et temps didactiques

L'espace

Sans avoir le désir de céder à la mode du néologisme qui sévissait alors en didactique, j'avais introduit en 1986¹⁸¹, parallèlement à l'idée de temps didactique, la notion d'espace didactique. Car de même que le savoir se structure dans le temps, il s'organise dans l'espace.

¹⁸⁰Pour une étude didactique de cette question voir BROUSSEAU G. et CENTENO J. dans Revue en Didactique des mathématiques.

¹⁸¹HOUEMENT C et KUZNIAK A, 1986, DEA de didactique, Université de Paris VII.

Une approche de type historique pourrait montrer comment s'est structuré et différencié le lieu scolaire. Ainsi la classe comme lieu clos se substitue à partir du XVII^e siècle à la grande salle où une centaine d'étudiants de tous âges apprenaient auparavant.¹⁸²

Il existe également une notion psychosociologique de la notion d'espace (la proxémique). Hall, l'initiateur de cette approche, distingue trois formes d'organisation de l'espace¹⁸³ :

1) l'espace (à organisation) fixe qui prend en compte les structures immobiles et définitives (bâtiments ...).

2) l'espace semi-fixe qui permet la structuration des éléments mobiles et qui influe sur les relations humaines.

3) l'espace informel. Cet espace doit son nom au fait qu'il échappe à la conscience. Il correspond aux différents types de distances que l'homme conserve en communiquant avec les autres : conversation de travail, discours, relations intimes... Hall montre que cet espace est très dépendant de la culture et des origines sociales des locuteurs.

Ce que j'appelle "espace didactique" est l'espace à organisation semi-fixe tel qu'il apparaît dans la classe. Plus précisément, l'espace didactique comprendra l'organisation matérielle et spatiale voulue par le maître avec les conséquences qu'entraîne cette organisation sur les déplacements du maître et des élèves et sur les relations maître-élève.

L'espace didactique est fortement prégnant sur le fonctionnement de la classe. Cependant, lorsqu'il s'intègre dans le fonctionnement, il devient transparent et peut sembler ne pas exister. Au contraire cet espace devient fortement visible lorsqu'il est non conforme aux attentes du stagiaire. Ainsi il n'apparaît que comme problème.

¹⁸²ARIES P., 1975, L'enfant et la vie familiale sous l'ancien régime, Point Seuil.

¹⁸³E.T HALL, 1971, La dimension cachée p 129 et sq, Seuil (1978)

L'espace semi-fixe peut constituer un obstacle important à une gestion dynamique de la classe surtout pour la mise en place du travail de groupe à partir de situations de recherche. Cette forme de travail suppose la possibilité de regrouper des tables et s'oppose aux dispositions basées sur des tables isolées. Certains stagiaires modifient d'entrée ces dispositions, conscients de leurs effets sur le processus de formation, d'autres gardent la structure ancienne et sont conduits à ne proposer que des travaux individuels. Notons qu'il y a des cas insurmontables, ainsi une école possède des classes hexagonales trop petites pour le nombre d'élèves. Cette structure aberrante résulte d'un changement de projet de l'école : à l'origine il s'agissait d'une école à aire ouverte (sans séparation des classes et avec circulation des enfants entre différents groupes). Les enseignants ont préféré revenir à une gestion traditionnelle de leur classe, mais la structure choisie rejette quasiment toute possibilité de travail de groupe.

le temps

Le temps est évidemment une composante essentielle du système scolaire (et plus généralement de tout système). Mais si la présence du temps est manifeste, elle est difficile à cerner. Car c'est une des caractéristiques de l'École de faire disparaître le temps en créant la didactisation d'un savoir, qui réalise ainsi une sorte de symbiose temps-savoir. Le temps n'apparaît plus que dans ses représentations : emploi du temps, progressions définies par les programmes et les manuels. On peut souhaiter structurer hiérarchiquement le phénomène temps, comme le font Chevallard et Mercier¹⁸⁴ en définissant des cadres temporels. Le temps de niveau supérieur fixant le cadre général du temps de niveau inférieur, sans exclure les effets rétroactifs.

¹⁸⁴CHEVALLARD Y. et MERCIER A., 1987, Sur la formation historique du temps didactique, Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.

Il s'agit essentiellement d'une approche synchronique. De plus, la vision du temps proposée ici est très institutionnelle et en partie décontextualisée. Elle néglige les rythmes biologiques¹⁸⁵, l'incidence des saisons et la dimension culturelle¹⁸⁶.

Lorsque le stagiaire prend sa classe, nous avons déjà signalé que la continuité avec le titulaire s'effectuait très fréquemment par l'intermédiaire des manuels, véritables calendriers du savoir enseigné. L'étudiant hérite aussi d'un emploi du temps qui possède généralement la forme classique où les matières fondamentales sont enseignées le matin. Ainsi le cours de mathématiques a régulièrement lieu après la récréation de 10 heures, ce qui donne la certitude au professeur de mathématiques de se déplacer à cette heure pour voir une séance dans sa discipline. Il y a également de longues plages en début de matinée et d'après-midi (1 h 30 à 1h 45), ces durées posent des problèmes dont l'importance décroît avec l'âge des élèves. Il faut noter à ce propos l'illusion temporelle des textes officiels qui définissent le temps de travail en heures de la même façon du Cours Préparatoire à la terminale, occultant de ce fait les différences entre les jeunes enfants et les adultes.

L'enseignant-stagiaire pourra décider de modifier les contraintes temporelles qu'il rencontre en introduisant par exemple des rituels d'accueil, de la relaxation ou en bousculant l'ordre des disciplines : ces perturbations sont souvent mal vécues par le titulaire et supposent là encore une assez grande assurance de la part du stagiaire.

Un dernier élément important est la durée du stage, car il va de soi qu'en dessous d'un certain seuil il semble peu pertinent et inutile de modifier le fonctionnement temporel d'une classe. Ce seuil minimum semble être de trois semaines; cinq semaines sont nettement suffisantes pour décider ces transformations et les rendent même obligatoires à qui veut vraiment mettre en place une stratégie d'enseignement différente de celle du titulaire. Ces durées englobent largement des séquences de formation sur les grands

¹⁸⁵MONTAGNER H., 1982, Les rythmes biologiques chez l'enfant et l'adolescent, Plon.

¹⁸⁶E. T. HALL, 1984, La danse de la vie, temps culturel, temps vécu, Seuil

thèmes du programme : opérations, résolution de problèmes, etc. En effet, les ingénieries proposées à l'institut et dans les manuels gèrent un temps inférieur à cinq semaines.

La mise en place d'un nouveau contrat didactique sur un temps aussi court peut sembler étonnante surtout comparée à la même situation dans le secondaire. Mais il faut noter que ces cinq semaines représentent 135 heures de présence devant un groupe d'élèves, cela représente le nombre d'heures de quinze semaines de cours de mathématiques en Terminale C et ce nombre est largement supérieur au nombre d'heures de mathématiques données en sixième (108 heures) par un professeur qui doit aussi enseigner dans d'autres classes.

D. Notion d'activité, d'acte et d'action.

Mon D.E.A., réalisé en commun avec C. Houdement, analysait mon stage en responsabilité dans une école primaire. Pour affiner notre étude des séquences que nous avons réalisées en classe et caractériser la nature de nos interventions, nous avons introduit à côté de la notion classique d'activité, les termes plus spécifiques d'acte et d'action "didactiques".¹⁸⁷ Je vais utiliser à nouveau ces termes pour décrire les séquences des stagiaires.

Je donne au mot activité son sens habituel d'occupation accomplie par un individu ou un groupe. A priori je ne charge pas ce mot de la valeur que lui attribuent les tenants des pédagogies actives. Cependant, il s'agira d'activité pure c'est à dire sans intention de transmettre un savoir particulier.

Je parlerai d'action didactique, quand pour le maître le but premier de l'activité sera la transformation ou la création des connaissances de l'élève. Le même ensemble

¹⁸⁷ Ces notions sont très librement adaptées de celles que Ducrot appelle action et acte juridiques. Ducrot : Dire et ne pas dire page 77, Hermann.

d'occupations pourra être considéré comme activité ou action didactique. Le choix dépendra des intentions du maître. S'il veut modifier le savoir des élèves, ce sera une action et si au contraire son seul objectif conscient est d'occuper les enfants, ce sera une activité .

J'appellerai acte didactique, le type d'action où la transmission du savoir devient première sans mise en situation ou recherches préalables. L'acte didactique se présente à l'élève comme l'énonciation de ce qui doit être su. Il peut correspondre dans certains cas à une institutionnalisation sans activités préalables.

Notons que les distinctions que je viens de faire sont relativement indépendantes des théories de l'apprentissage. Le rôle de celles-ci sera de préciser comment se fait l'action didactique. Grossièrement, dans un modèle néo-béhavioriste l'action sera décomposée en micro-actions. Dans un modèle constructiviste, l'action pourra être structurée comme le fait, par exemple, G. Brousseau avec sa théorie des situations. Dans les deux cas, un maître pourra transformer cette action en suite d'actes ou d'activités.

Je fais l'hypothèse assez forte suivante :

Un enseignement réduit à l'activité pure et à l'acte didactique est la manifestation du fait que le maître ne domine pas correctement les contenus conceptuels et/ou didactiques de son enseignement. Suivant les notions abordées et les niveaux d'enseignement, cette non compétence revêtira l'un ou l'autre de ces deux aspects (Activités ou Acte).

Je renvoie à mon DEA pour une illustration de ces notions et une amorce de preuve de l'hypothèse¹⁸⁸.

¹⁸⁸Je joins la partie correspondante en annexe de ce travail.

E. Effets des stratégies observables pendant le stage.

A la fin de cette longue étude préalable, quels sont finalement les éléments observables liés au stage terminal et susceptibles de donner des informations sur la stratégie de formation suivie ?

Il faut d'abord remarquer que lorsqu'une séance observée se déroule sans remarques critiques, elle risque d'être peu porteuse d'informations sur la nature du savoir effectivement appris dans le centre, mais qu'elle apportera sans doute plus de renseignements sur les attentes des formateurs. Les dysfonctionnements observés permettront plus sûrement de conclure sur les manques et les lacunes renvoyant à la nature de la formation. Cette remarque faite, nous pouvons préciser trois éléments à prendre en compte dans les résultats des stages terminaux :

1) Les modifications du milieu effectuées par le stagiaire et que j'ai précédemment décrites. Il faut d'abord noter que ces modifications éventuelles dépendent beaucoup du milieu initial et donc du maître précédent. Malgré tout, je fais l'hypothèse que les modifications portant sur le lieu et le temps sont des traces révélatrices de stratégies de monstration. Il me semble en effet plus aisé de mettre en place une nouvelle structure lorsqu'on l'a déjà vue fonctionner. Par contre, les modifications de contrat portant sur l'usage des manuels et d'autres types de matériel supposent plus que la simple monstration et nous tenterons de préciser les sources de telles modifications. En effet, cette reconstruction du milieu didactique dépend de choix de gestion de classe plus subtils : choix pédagogiques et didactiques, aisance notionnelle...

2) La réalisation de l'action pédagogique peut mettre en valeur l'importance des stratégies d'homologie. Cela se vérifie lorsque nous observons la volonté de mettre en position de recherche l'enfant, en lui proposant des situations complexes et en lui donnant du temps pour effectuer cette recherche. Nous verrons qu'il faut observer la nature exacte de la tâche donnée aux enfants. En effet, le terme de situation-problème a

été parfaitement diffusé dans les écoles, mais il recouvre dans bien des cas de fausses situations de recherche et par ailleurs le temps donné aux enfants pour résoudre les questions reste trop court.

3) Enfin, nous pouvons comparer les stratégies de transposition et celles basées sur l'homologie en notant les erreurs dans la gestion de la classe dues à une absence d'analyse a priori qui entraîne une trop faible anticipation sur les réactions des élèves. Un trop grand suivisme des situations de découvertes proposées par certains ouvrages sans adapter certaines variables didactiques qui résulte de l'homologie peut aussi nous informer sur la nécessité des stratégies de transposition qui mettent en acte le savoir didactique. A contrario, évidemment, la présence de ces éléments dans les préparations et dans les bilans de classe prouvera son assimilation.

A coté de ces observations liées aux stratégies axées sur la professionnalisation, les remarques concernant des lacunes mathématiques devront être examinées afin d'en cerner les origines et de déterminer en retour les stratégies susceptibles d'y remédier.

2. Etudes de cas

A. Méthodologie.

L'étude qui va suivre porte sur l'analyse détaillée des stages terminaux d'un groupe de FP2 de la promotion 90-92, composé de dix-huit étudiantes qui ont la particularité d'avoir suivi la même formation pendant leurs deux années de présence à l'Ecole Normale à l'exception de leurs stages. Cette homogénéité de formation fixe donc un certain nombre de paramètres collectifs et met en évidence les différences liées aux individus par-delà la formation commune. Ce choix, qui dépend aussi de certaines raisons pratiques, est destiné à étudier mon hypothèse H1 (voir page 199), qui concerne l'impact de la personnalité et des représentations des formés sur la formation. De plus, il me semble important de cerner la variabilité individuelle avant de tirer des conclusions définitives sur la valeur des stratégies de formation. Dans le même temps, l'étude d'un groupe homogène permet de dégager des constantes et un courant majoritaire dont nous pourrions préciser les caractéristiques. Il restera bien sûr à percevoir le lien entre les comportements mis en évidence et la formation. Ce lien a déjà été anticipé à la fin du paragraphe précédent.

Comme je l'ai signalé (voir "Le statut du stage" page 206), j'effectue principalement l'étude des stages terminaux à partir des rapports de stage. J'utiliserai aussi en complément les informations données par mes propres visites et par les entretiens qui les suivent. Signalons encore que cette promotion a accompli comme prévu son stage en deux sessions, mais avec une perturbation importante due à l'Inspecteur d'Académie. Celui-ci, à la suite d'importants problèmes de remplacement d'instituteurs en début d'année, a décidé de recourir aux normaliens pour pallier les carences du département. Ainsi la première partie du stage terminal s'est déroulée en début de deuxième année, la deuxième s'est normalement située au mois de juin.

Je ne présenterai l'étude détaillée que de quatre cas choisis parmi les différents sous-groupes apparus durant l'évaluation du stage.

Un cas ayant une note inférieure à 7 sur 10, ce qui concerne deux étudiantes sur 18 et qui peut être considéré comme proche de l'échec dans l'échelle de notation adoptée en formation des maîtres.

Un cas ayant obtenu la note moyenne de 7 comme quatre étudiantes sur 18.

Un cas issu de la valeur médiane 8 comme huit étudiantes sur 18.

Enfin un cas jugé très bon avec 9, ce qui a été le cas de quatre étudiantes sur 18.

Les descriptions des séances contenues dans les rapports figurant dans le dossier du stagiaire sont généralement sommaires ; la matière enseignée lors de la visite est précisée mais sans détail sur les contenus. Par contre, les conseils et les critiques figurent explicitement et éclairent parfois le contenu en question. Un rapport sur deux contient une allusion à une séance de mathématiques, or sur plus de soixante rapporteurs, il n'y a que trois professeurs de cette discipline. Ainsi les mathématiques, déjà partiellement absorbées par la pluridisciplinarité des instituteurs, voient-elles encore une partie de leur autonomie leur échapper. En effet une grande partie de leur mise en oeuvre est évaluée par des formateurs qui n'ont pas de compétences particulières en ce domaine. Les remarques que nous trouverons dans les comptes-rendus se rapporteront plus à la pédagogie générale qu'à la didactique des mathématiques. Le formateur cherche à repérer des invariants généraux dans une séance dont le contenu précis lui échappe, cela n'exclut pas, bien au contraire, les remarques concernant de grossières erreurs de contenu (problème d'opération, mauvaise définition de figures). Par contre, nous verrons que lorsqu'un professeur assiste à une séance dans son domaine, les remarques se font plus précises et plus didactiques.

Dans la présentation des cas, j'utilise aussi les réponses à deux questionnaires¹⁸⁹ que j'ai proposés aux étudiants au début et à la fin de la formation. Ces questionnaires tentaient, pour le premier, de leur faire préciser leurs représentations des mathématiques et de leur enseignement, et pour le second, de leur faire émettre leur avis sur la formation que je leur avais donnée.

Nous avons indiqué le contenu du premier questionnaire d'entrée (QE) page 34. Nous avons alors surtout utilisé sa dernière question qui portait sur les attentes des étudiants par rapport à la formation. Le questionnaire de fin ou de "sortie" de formation QS comporte dix questions qui sont les suivantes :

1) Pensez-vous que les mathématiques sont difficiles à enseigner ?

plutôt oui plutôt non

Les difficultés viennent-elles

des contenus	oui	non
de votre passé scolaire	oui	non
de la formation en Ecole Normale	oui	non
des problèmes matériels	oui	non

2) Quels aspects des mathématiques vous semblent avoir été développés pendant le cours?

la logique	la rigueur
le raisonnement	l'abstraction
l'utilité	l'imagination
le jeu	la méthode
l'effort	la généralisation

3)a) Relisez-vous vos cours? toujours souvent parfois jamais

b) les retravaillez-vous? toujours souvent parfois jamais

¹⁸⁹Ces deux questionnaires ont été mis au point avec M.L. Peltier qui doit les exploiter pour son travail de thèse.

4) Avez-vous pu faire des lectures complémentaires dans les bibliographies conseillées?

5) Pouvez-vous indiquer un cours qui vous a marqué et dire pourquoi?

6) Quels documents pensez-vous utiliser pour préparer vos séances de mathématiques l'an prochain?

7) Dans ces différents domaines des mathématiques, indiquez ceux que vous vous sentez déjà capable d'enseigner (avec documents et travail normal de préparation).

la numération

le nombre

les mathématiques à l'école maternelle

les opérations

la géométrie

la mesure

les nombres décimaux

la résolution de problèmes

la proportionnalité

l'informatique

le calcul mental

8) A l'issue de votre formation, votre image des mathématiques est-elle plus positive, plus négative ou inchangée?

9) Avez-vous pu vous forger votre propre conception de l'enseignement des mathématiques ? (précisez votre réponse)

Vous sentez-vous capable de mettre en oeuvre cette conception?

10) Votre conclusion sur la formation.

La question 2 de QS peut être comparée avec la première question de QE qui portait sur les conceptions initiales des mathématiques.

Les questions 3, 4, 5 et 6 tentent de vérifier l'impact du cours d'un point de vue général.

La question 3 tente de vérifier l'observation que font tous les formateurs du peu de travail qui suit le cours.

La question 7 aborde de façon précise les contenus d'enseignement de l'école primaire.

La question 9 essaie de faire préciser aux étudiants leur conception de l'enseignement des mathématiques.

Enfin la question 10 est ouverte et s'est révélée riche d'informations sur les points jugés les plus positifs ou les plus négatifs par les étudiants.

B. Etude du cas des étudiants ayant suivi deux ans de formation (FP).

1. Le cas de Laurence G.

Je commence par un exemple où manifestement la formation n'a pas rempli sa fonction. En mathématiques, les notes ont baissé durant les deux années et le bilan du stage a été simplement "convenable"¹⁹⁰.

Laurence G. possède un diplôme d'état d'éducatrice de jeunes enfants, elle a également exercé dans des classes d'enfants en difficulté avant d'entrer à l'Ecole Normale.

Le questionnaire d'entrée montre une vision très technique des mathématiques qui lui apparaissent comme une science morte *dans le sens où aucune nouvelle technique ou formule n'a été inventée depuis déjà quelque temps*. De plus un bon élève en mathématiques est un élève qui *sait appliquer une formule*. Comme connaissances utiles pour enseigner les mathématiques, elle met l'accent sur *une bonne connaissance des notions élémentaires (techniques opératoires, aires de quelques formes géométriques)*. Ses attentes par rapport au cours sont très spécifiques et se limitent *aux enfants bloqués face aux maths et à la mise en place d'un travail individualisé pour chaque élève dans la classe*. Les rapports de visite soulignent tous l'importance des préparations et des bilans : *classeurs fournis en préparations et bilans(Rapport 1), objectifs bien définis(Rapport 4)*, mais la mise en application pose problème. Ainsi lit-on : *fiche de préparation étendue et fournie, assez peu suivie en pratique ou bonne*

¹⁹⁰L'échelle des appréciations comporte cinq degrés : très insuffisant, insuffisant, convenable, satisfaisant, très satisfaisant. Dans la pratique l'appréciation "convenable" est plutôt perçue comme négative par rapport à la norme que représente "satisfaisant".

préparation, mais il faut réfléchir davantage aux objectifs, à l'organisation et aux consignes de travail(Rapport 4). Une explication plus détaillée des difficultés rencontrées par Laurence G. apparaît dans le premier rapport fait par un professeur de technologie à l'occasion d'un cours de mathématiques qui consistait à remplir un tableau photocopie de nombres. Il est écrit: *Ayez un regard plus critique sur les méthodes, les manuels, et réfléchissez bien aux objectifs réellement concernés par l'activité des enfants. Quand vous demandez du matériel aux enfants, prenez bien soin de vérifier qu'ils pourront faire le travail que vous avez demandé.* De même en fin d'année, un professeur de français, toujours à la suite d'un cours de mathématiques mais cette fois sur la proportionnalité à partir de petits problèmes, signale *d'expliciter davantage la situation sinon les enfants appliquent mécaniquement le résultat. Les exercices trop simples s'étirent en longueur et les enfants dessinent.* Dans (R4), il est demandé de préparer à l'avance le matériel de géométrie.

En conclusion, il semble que Laurence G. soit arrivée à l'I.U.F.M. avec une vision nette de ce que devait être son enseignement qu'elle structure par des préparations fournies. Mais ces préparations semblent superficielles et de plus, elle ne pratique aucune analyse a priori et elle ne semble pas se questionner sur la mise en oeuvre. Son travail avec les enfants vise finalement plus à les occuper qu'à les former à des contenus spécifiques. Voilà pourquoi je donne cet exemple comme représentant de la pédagogie axée sur l'activité. Elle continue en cela son travail d'animatrice d'enfants mais dans un cadre qui ne poursuit pas les mêmes objectifs, d'où ces difficultés avec les formateurs. Cependant et c'est le résultat de la formation, l'activité pure n'apparaît pas sous la forme naïve décrite page 220. L'enseignante dispose d'outils qui lui permettent de plaquer des objectifs sur ses séquences de classe. Dans son questionnaire terminal, elle annonce que dans sa pratique future elle utilisera Ermel et Objectif Calcul pour enseigner les mathématiques; il semble que lors de son stage, ces ouvrages n'ont eu pour rôle que de fournir les textes des préparations.

A aucun moment, Laurence G. ne semble avoir envisagé de transformer le milieu de son stage. Elle s'est insérée dans le cadre laissé par le titulaire. Enfin, il faut noter la sévérité de l'ensemble des formateurs, qui ne semblent pas priser l'activité pure. Cette sévérité a au moins deux raisons. Tout d'abord, Laurence G. a effectué ses stages au Cours Préparatoire et au Cours Moyen; il est probable, comme nous le verrons ultérieurement, que le même type de pédagogie aurait été moins sanctionné en maternelle ou en classe de perfectionnement qui sont des niveaux où les attentes disciplinaires sont moindres. Ensuite, il semble que les élèves ont parfois été agités et peu attentifs lors des visites des formateurs. Or dans un domaine aussi délicat que l'évaluation d'un enseignement, la réalité incontestable des problèmes de discipline permet aux formateurs d'énoncer un jugement plus ferme. Pour contrebalancer l'impression défavorable laissée par une classe bruyante, il faut que les perturbations résultent d'une tentative maladroite de mettre en place une situation riche, mais la notation restera très moyenne. A contrario, les classes "bien tenues" impressionnent toujours le visiteur et, surtout chez les conseillers pédagogiques proches de l'Inspecteur, peuvent entraîner une certaine indulgence quant à la nature réelle du travail fourni par l'étudiant (voir le cas de Murielle B. page 244)

Devant un tel cas, on peut se poser la question du type de formation qui aurait pu modifier les convictions de la stagiaire. L'impression formulée de manière un peu brutale est que les deux années semblent avoir fourni seulement la matière à sauvegarder les formes extérieures minimales en apprenant à faire des préparations qui relèvent finalement de la pédagogie-fiction par leur peu de rapport avec le déroulement suivi.

2. Le cas de Sophie S.

Je vais maintenant présenter une forme de travail fréquente dans le cadre pré-élémentaire où l'importance donnée aux contenus spécifiques des mathématiques se trouve réduite du fait de la priorité accordée au développement de la personnalité et des

capacités générales de l'enfant. Le choix fait par la stagiaire a été d'axer sa pédagogie sur le travail différencié avec comme méthode de fonctionnement la plus fréquente le travail individuel sur fiche.

Sophie S. possède un Bac A2 et un B.T.S. de secrétariat. Reçue sur les listes complémentaires, elle a été institutrice suppléante avant d'entrer à l'Ecole Normale. Sa réussite en mathématiques lors de la formation est moyenne, elle a fréquemment fonctionné en doublette avec une normalienne scientifique, il semble qu'elles se partageaient le travail à rendre pour les évaluations suivant leurs études d'origine.

Son questionnaire d'entrée semble montrer quelqu'un d'ouvert et en attente de formation. Il lui semble utile *de connaître le programme de mathématiques et les buts qu'il faut atteindre avec le niveau de la classe dont on s'occupe*. Les moments importants d'une séance sont *la leçon et les exercices d'application*. Un enfant réussit ou non *parce qu'il aime cela ou non, qu'il est rigoureux ou non, qu'il a l'esprit mathématique ou non*. Ces remarques semblent révéler un certain fatalisme pédagogique. Cependant, pour elle, le bon enseignant *sait présenter son cours de façon vivante, variée, proche du vécu des enfants contrairement au mauvais enseignant*. Ce qu'elle attend de la formation est typique d'une certaine catégorie de demandes : *comment faire une séance, l'étendue des programmes, les progressions, les maths chez les petits*. Les attentes renvoient clairement à un savoir professionnel très pratique et immédiatement applicable.

Dans le questionnaire de fin de formation, elle juge les mathématiques plutôt difficiles à enseigner et cela vient de son passé scolaire et non de la formation. Elle pense *la formation indispensable mais n'a encore qu'une conception incertaine par manque de pratique concrète sur le terrain*.

Lors de sa formation, Sophie S. semble avoir privilégié les stages en maternelle. Les deux parties de son stage terminal se situent dans ce niveau. Il faut noter d'entrée que sa prestation sur le terrain donne lieu à des avis très divergents, allant du simplement

"convenable" au "très satisfaisant". Les professeurs sont les plus critiques. Ainsi un professeur d'E.P.S. juge insuffisante la séance qu'il a pu voir dans sa discipline où il note *des problèmes d'organisation spatiale dus à une absence de marque sur le terrain*. Dans (R2), un C.P.A.I.E.N. juge très bonne la même séance et apprécie *les consignes très claires et la visée à long terme avec des objectifs bien définis*. De même lors d'une activité mathématique sur fiche, le premier rapport dit *émettre des réserves et préfère une autre organisation* ; le second affirme qu'*ainsi les enfants sont autonomes dans la gestion de leur travail*. Dans un troisième rapport un professeur de français juge *le passage à l'écrit trop précoce et pense que les fiches n'ont pas à être utilisées ici*.

A la lecture des rapports, on comprend la perplexité des stagiaires confrontés à des avis divergents mais en fait il semble que Sophie S. ait mis en place une organisation et une gestion de classe qui privilégie le travail individuel sur fiche en intégrant l'idée de différenciation. De plus, elle précise bien les objectifs de chacune de ses fiches¹⁹¹. Le malaise des formateurs de l'I.U.F.M. provient de l'absence d'une réelle pédagogie active avec mise en recherche des enfants. Mais leur critique reste modérée car la prééminence disciplinaire ne s'exerce pas à l'Ecole Maternelle.

Ainsi, sans doute à la suite de visites et de son stage sous tutelle en maternelle, Sophie S. paraît avoir trouvé une façon adaptée de gérer sa classe mais uniquement dans le cadre pré-élémentaire et en faisant l'impasse sur certaines méthodes d'apprentissage des disciplines (Elle ne garde pas un bon souvenir d'un stage en Cours Moyen). De plus, elle avoue dans le questionnaire de fin de formation ne pas se sentir capable d'enseigner les mathématiques à la maternelle.

Si l'on cherche des traces des différentes stratégies utilisées, seule semble avoir été efficace la stratégie qui lui a permis d'utiliser les fiches. Cette pratique provient ici du

¹⁹¹La pédagogie sur fiches consiste à faire remplir de manière individuelle des fiches d'exercices aux enfants. Ces fiches sont ensuite corrigées par le maître qui les rend ensuite aux enfants. Cette façon d'enseigner les mathématiques ne suppose aucune formation initiale mais nécessite la possession d'un bon fichier. Cet enseignement est peu motivant et très monotone.

fait que Sophie S. a d'abord enseigné pendant un an sans suivre la formation du centre et a donc bénéficié des conseils de ses collègues de travail. Il s'agit donc ici d'une monstration mais celle-ci est très rudimentaire. En mathématiques, le sentiment de malaise qu'elle énonce semble provenir de la discordance qu'elle perçoit entre sa pratique et les cours théoriques reçus qui prônaient une pédagogie axée sur les problèmes, que semble-t-il, elle ne se sent pas capable d'animer à cause de ses difficultés notionnelles dans cette matière.

3. Le cas de Brigitte B.

Cette fois nous entrons dans la forme standard de réussite institutionnelle (note égale à huit) au stage terminal en fin de formation et le cas qui suit est représentatif de la majorité des étudiants de ce groupe de F.P.2.

Brigitte B. possède un D.E.U.G d'Histoire et a été surveillante de collège avant d'entrer à l'I.U.F.M.. Dans le questionnaire d'entrée, elle insiste sur les connaissances mathématiques (numération, géométrie, algèbre) et sur la psychologie de l'enfant comme notions utiles pour enseigner les mathématiques à l'école. Pour elle, le cours se structure ainsi : *manipulation, explication, exercices d'application*. Le bon professeur (comme le bon élève) est *clair et rigoureux*. *Enfin elle demande des progressions en mathématiques, et comment on aborde une leçon dans les différents cycles*.

Elle termine sa formation en étant satisfaite. Cette dernière lui aura *permis de cerner les difficultés qui peuvent se poser lors de l'enseignement de certains thèmes*. Elle trouve l'enseignement des mathématiques plutôt difficile à cause des contenus mais son image de la matière est plus positive en fin de cursus. De plus, elle se juge capable de mettre en oeuvre sa conception de l'enseignement des mathématiques qu'elle formule ainsi : *donner le plus souvent possible la possibilité aux enfants de manipuler, les mettre en situation de recherche afin de découvrir activement les notions mathématiques voulues, varier les différentes façons d'approcher la même notion*. En fait, la formation semble avoir enrichi et clarifié une conception déjà dynamique de l'enseignement.

Les avis émis lors du stage terminal oscillent entre "satisfaisant" et "très satisfaisant". Son premier stage a eu lieu dans un CE2, le second dans une classe d'enfants de deux à quatre ans. Lors du premier stage un C.P.A.I.E.N. (R2) note une volonté de pédagogie active mais avec une classe peu habituée à ce type de pratique et aux questionnements de type ouvert qu'elle propose (classification sans donner les critères a priori). Lors du deuxième stage, on peut lire dans(R3) ; *elle a eu à subir les pratiques de l'école mais elle a mis en place des ateliers, un travail différencié.* La sûreté des conceptions de Brigitte B. l'entraîne donc à modifier l'espace de la classe et aussi les modalités de travail. Les avis des professeurs sont élogieux mais ils remarquent certains problèmes de variables didactiques qui rendent les appréciations plus précises : ainsi le professeur d'E.P.S. (dans son rapport R4) signale-t-il que le matériel utilisé doit être plus gros pour mieux structurer l'espace. Les formateurs la reprennent aussi sur la durée de la phase de recherche (trop longue).

Nous nous trouvons placé cette fois-ci devant une réelle action didactique supportée par une conception dynamique de l'enseignement et un travail important de préparation qui n'est pas seulement un leurre pour abuser les visiteurs. Le fait que le stage n'est pas jugé totalement satisfaisant va provenir de légers problèmes d'adaptation qui pourraient être corrigés dans ce cas par une réflexion a priori plus importante. La gestion des différentes phases pose aussi des problèmes dans l'ajustement temporel. Mais il faut également noter que ces problèmes sont liés à la modification du contrat didactique particulièrement nette ici et au manque d'habitude des enfants pour ce type de travail, comme le souligne un rapport .

4. Le cas de Véronique A.

Voici maintenant un des quatre cas de stage jugé comme "très satisfaisant" par l'ensemble des formateurs.

Véronique A., possède un Bac D, comme deux autres étudiantes du groupe¹⁹², et un diplôme d'infirmière. Elle a très peu enseigné avant d'entrer à l'I.U.F.M.. Elle obtiendra régulièrement l'appréciation "très satisfaisant" tout au long du module de mathématiques et son stage terminal sera jugé, comme je l'ai indiqué, très satisfaisant par tous les observateurs.

Dans le questionnaire d'entrée, elle considère comme utile à l'enseignement des mathématiques une bonne connaissance *des bases en mathématiques et une maîtrise du français pour expliquer les règles. L'exposé et l'application* sont les moments importants d'une séance. Elle attend de la formation qu'elle lui dise *comment expliquer simplement à l'aide d'exemples faciles à comprendre les mathématiques selon l'âge des enfants*. Satisfaite de sa formation qu'elle juge un peu théorique, elle garde une image plus positive des mathématiques qu'à son entrée. Elle a noté l'apport de situations originales (qui répond au vœu défini deux ans plus tôt). Il lui semble important de *comprendre, de manipuler et de tâtonner*. On sent une légère évolution vers une vision de l'enseignement des mathématiques moins axée sur les exposés.

Elle a d'abord fait un stage au CM2 puis en Petite Section de maternelle. Les deux sont jugés excellents au niveau de l'organisation de la classe et on peut lire : *Madame A. a très bien structuré l'espace classe en ateliers. L'enfant y trouve des repères qui le sécurisent et vont l'aider à s'adapter progressivement à la vie scolaire*. Dans son travail pour une classe de CM2 de 36 élèves, le professeur de physique note la qualité des préparations et la précision des objectifs. De plus, elle fait travailler les enfants par groupes et gère bien les différentes productions.

Il y a consensus des formateurs, ce qui s'explique par la maîtrise de différents éléments:

1) la gestion de la classe : ateliers à la maternelle, travail de groupe dans le primaire. Véronique A. n'hésite pas à transformer le milieu pour agir.

¹⁹²Il n'y a pas de bac C dans ce groupe d'étudiantes.

2)des préparations précises et axées sur des contenus disciplinaires: les objectifs notionnels sont bien détachés et l'on n'a pas affaire à ces énormes melting-pots, agglomérats d'objectifs variés¹⁹³ qui révèlent plus le flou de la pensée qu'une réelle richesse d'approche.

3)la conformité du déroulement à la préparation annoncée qui suppose un travail de projection préalable.

5. Conclusion

Ces quatre premiers exemples détaillés ajoutés à l'analyse des questionnaires prouvent déjà la diversité des conduites pédagogiques adoptées par les étudiants à la suite de leur formation. Cependant, malgré ces différences, un modèle dominant semble se dégager de ce groupe. Avant de le préciser, je vais revenir sur les particularités de chacun des quatre cas.

Dans le cas 1, celui de Laurence G. , la formation n'a pas eu beaucoup d'impact sur un modèle qui s'est révélé étonnamment stable mais qui est jugé insuffisant par les formateurs. Ce modèle repose sur l'activité et son existence n'est admise, sans trop de difficultés, par la noosphère que dans les secteurs les moins évalués du système d'enseignement : la maternelle et les classes pour les enfants inadaptés (Perfectionnement et SES). Cependant sa faisabilité suppose une mise en place formelle très importante (fiches, organisation). Généralement, la structure existe avant l'arrivée du stagiaire qui se coule dans le modèle. L'apprentissage de ce type de pédagogie sera généralement de type monstratif soit entre pairs, soit lors de présentation de matériel.

Les stagiaires qui interviennent dans des classes structurées suivant ce modèle éprouvent de grandes difficultés à mettre en place un fonctionnement différent. Dans le cas de Laurence G., nous rencontrons au contraire les difficultés que peuvent avoir les maîtres habitués à ce type de travail à s'adapter aux classes usuelles.

¹⁹³Les dossiers d'évaluation fournis par les étudiants dans le cadre des modules comportent souvent un grand nombre d'objectifs de toutes sortes.

L'antagonisme des deux systèmes est important et nous pouvons signaler un problème qui apparaît souvent en formation continue entre formateurs de mathématiques et stagiaires des classes spécialisées. Normalement, les classes spécialisées sont attribuées à des instituteurs titulaires ayant suivi une année de formation spécifique supplémentaire. Or il se trouve que, du fait du manque de vocations notoire pour ce type de classes, celles-ci sont majoritairement occupées par des maîtres sans formation. Avant d'obtenir leur titularisation, ces enseignants suivent une formation générale à l'I.U.F.M.. Nous pouvons alors constater une sorte d'incompréhension fondamentale entre formateurs et formés. Celle-ci semble basée sur le rôle attribué aux mathématiques dans la formation des élèves de ces classes. Les mathématiques paraissent totalement évacuées comme domaine de savoir spécifique et sont souvent remplacées par des apprentissages méthodologiques sur fichier, actuellement inspirés des travaux de Feuerstein¹⁹⁴. Je ne connais pas la valeur de ces travaux qui donnent lieu à de nombreuses polémiques, mais il est certain ces activités méthodologiques n'ont pas à se substituer aux mathématiques. En formation à l'I.U.F.M., ces stagiaires installés dans une "bonne forme" très forte et confrontés à des formateurs externes à leur structure¹⁹⁵ attendent un lot d'activités directement insérables dans leur pratique et de préférence basées sur des fichiers.

Dans le cas 2 (Sophie S.), on pourra parler de cas de représentations déstabilisées et qui pourront se stabiliser de façon variable suivant la personnalité du jeune enseignant et suivant les classes de début de carrière. La conception de l'étudiante est incertaine et la mise en oeuvre souhaitée par l'Institut de formation provoque un sentiment de doute chez la stagiaire qui ne pense pas avoir les capacités de suivre le modèle proposé. En effet, son manque de connaissances va rendre certaines séances de recherche assez

¹⁹⁴Voir par exemple DEBRAY R., 1990, Apprendre à penser : le programme d'enrichissement instrumental de R Feuerstein, Eshel.

¹⁹⁵ Le centre d'Evreux n'assure pas les formations spécialisées.

périlleuses pour elle, qui aura du mal à gérer les réponses des élèves. Dans le cas cité, l'étudiante a choisi un mode de travail qui insiste sur les objectifs transversaux, elle se réfère à des fiches et au contenu des manuels. Elle peut aussi opter pour une pédagogie de l'acte didactique mais de façon plus diffuse, elle fait aussi intervenir des éléments de pédagogie différenciée. Son point d'équilibre sera atteint plus facilement en maternelle, du moins du point de vue des professeurs.

Nous avons présenté le cas 3 celui de Brigitte B. comme le cas type de l'étudiant sortant de l'Ecole Normale ou de façon plus restrictive le profil moyen des étudiants de ce groupe. Cette fois, la conception se stabilise autour d'un enseignement axé sur la mise en activité des enfants avec un réinvestissement fort des méthodes vues à l'I.U.F.M. lors des stratégies basées sur la monstration et l'homologie. Les classifications de corpus, les phases de recherches vécues en tant qu'étudiant sont directement mises en oeuvre en respectant la réelle signification de ces mots. Il y a une volonté nette d'action didactique, évaluée très positivement. L'impact de la formation semble donc important et stabilisateur.

Les difficultés rencontrées vont parfois provenir de la gestion du savoir mathématique mal maîtrisé¹⁹⁶. Ainsi les objectifs atteints sont parfois différents des objectifs annoncés et les préparations pèchent souvent par un manque d'analyse a priori. Cette lacune semble prouver l'absence des stratégies de transposition ou alors leur peu d'impact.

La faiblesse éventuelle de cette configuration viendra de la faible sensibilité aux données disciplinaires et au peu de remises en question qui suivront. Ainsi dans la Revue Française de Pédagogie¹⁹⁷, deux chercheuses avançaient l'hypothèse paradoxale, basée sur des études antérieures à 1979, que les instituteurs non formés obtenaient de meilleurs résultats que ceux ayant suivi une formation. Tout en contestant ce point de

¹⁹⁶Voir les études déjà citées sur le niveau des étudiants en mathématiques.

¹⁹⁷DURU-BELLAT M et LEROY-AUDOUIN C, 1990, "Les pratiques pédagogiques au CP : structures et incidences sur les acquisitions des élèves", Revue Française de Pédagogie, n°93.

vue¹⁹⁸, on peut cependant noter que l'assurance d'avoir obtenu une formation officielle peut éventuellement entraîner une certaine sclérose si l'enseignant ne se tient pas au courant de l'évolution de la réflexion didactique qui renverse parfois certaines idées bien établies (Que sont devenus par exemple les travaux de Diènes ?). Ainsi, ce qui pourrait apparaître comme un paradoxe peut aussi être considéré comme un phénomène naturel de cristallisation d'un mode de fonctionnement autour d'une "bonne forme" qui pourra se trouver discréditée par l'évolution des conceptions pédagogiques.

Le cas 4 (Véronique A.) remplit visiblement les attentes des formateurs. Je ne reviens pas sur ces caractéristiques qui supposaient une grande maîtrise pédagogique mais il faut aussi ajouter des préalables importants :

1) Une connaissance sûre des mathématiques qui permet de mieux gérer les événements imprévisibles qui surviennent lors des phases de recherche et de rester fixé sur les objectifs annoncés.

2) La priorité qui est donnée dans l'enseignement des mathématiques aux objectifs mathématiques.

Nous pouvons maintenant finir de traiter notre hypothèse H1 et préciser le courant dominant qui, au-delà des différences individuelles, nous est apparu lors du stage terminal dans ce groupe de formation.

Tout se passe comme s'il existait une ligne de partage entre ceux qui osent agir sur le milieu et les autres. Dans ce groupe, les plus nombreux¹⁹⁹ ont eu une attitude très dynamique en mathématiques avec des séances qui présentent les caractéristiques suivantes :

¹⁹⁸ La méthodologie suivie ne semble pas très convaincante: quelle est la nature réelle de la formation suivie par les "formés" sachant que l'Ecole Normale s'est arrêtée longtemps avant le bac et que les formations en trois ans sont postérieures à 1979? Quels sont les critères d'évaluation des performances des enfants concernant l'acte de lecture?

¹⁹⁹Rappelons que douze étudiants sur 18 ont eu plus de 8 sur 10.

1) Des situations de recherche ou d'action sont mises en place et sont généralement extraites des deux ouvrages découverts en formation : Ermel et avec une mise en oeuvre dans les classes plus facile Objectif Calcul. Ces deux livres ne sont, la plupart du temps, pas disponibles dans la classe du stage terminal.

2) Le milieu est fréquemment transformé en ce qui concerne la gestion de la classe lorsqu'il ne correspond pas à ce mode de fonctionnement. Les enfants découvrent alors le travail de groupe mis en place par le stagiaire pour gérer les situations-problèmes données aux élèves. Naturellement, les résultats obtenus par les stagiaires sont d'autant plus probants que le milieu ancien est déjà favorable à ce type de mise en oeuvre.

3) Enfin la phase de synthèse qui suit ces activités est plus ou moins réussie. Les problèmes peuvent survenir en raison d'une situation qui se révèle moins riche que prévue (parfois cela est dû au niveau des élèves qui est mal cerné lors d'un stage de brève durée) ou en raison d'une trop grande confiance dans les deux ouvrages précités qui supprime alors toute analyse a priori et toute réflexion critique.

La volonté d'action nette chez les étudiantes de ce groupe peut provenir de la formation reçue en mathématiques, axée sur la mise en situation d'adultes. Dans ce cas, la faiblesse des analyses préalables prouve le peu d'impact de l'approche transpositionnelle qui a été menée pendant la formation. On peut également mettre cette lacune persistante sur le compte des contraintes temporelles. En effet, les stagiaires consacrent déjà une grande partie de leur énergie à préparer des séances et un matériel non disponible dans la classe, ce qui leur laisse moins de temps pour la réflexion sur la nature des contenus transmis. Enfin, ce problème résulte aussi parfois de connaissances mathématiques insuffisantes.

Pour conclure, voici deux points que mon étude ne fait qu'effleurer :

1) J'avais mené avec ces étudiants une stratégie intermédiaire entre l'homologie et la transposition plutôt sous sa forme pédagogique sans formation explicite à la

didactique. Nous constatons un impact important de cette formation au niveau des représentations de l'enseignement des mathématiques. Par contre, nous constatons le peu d'effet de la réflexion transpositionnelle. Faut-il l'accentuer, la rendre plus explicite ? Ses effets seront-ils perceptibles plus tard ? Ou la nature même du stage avec le travail important qu'il nécessite de la part de l'étudiant rend-elle difficile la mise en oeuvre de la distance réflexive ?

2) On peut aussi se demander si le passage à l'action caractéristique de ce groupe est particulier ou général. Pour cela, il est important d'analyser de la même façon un groupe n'ayant pas eu la même formation. J'ai pu recueillir des éléments sur un groupe nettement moins audacieux. Dans ce cas, le travail de réflexion préalable était présent mais aboutissait à un blocage au lieu d'une mise en action. Les étudiants avaient suivi une stratégie de transposition mais du type cours de pédagogie et cours de didactique sur la résolution des problèmes.

Nous allons également envisager l'étude d'un groupe ayant eu une formation plus brève.

C. Etude du cas des étudiants ayant suivi un an de formation (CI)

Je vais maintenant procéder à l'étude des stages effectués par les étudiants qui ont obtenu le concours interne²⁰⁰ (CI) et ceci dans la perspective de traiter mon hypothèse H2 (voir page 200) qui vise à préciser les différences entre les formations courtes (un an pour les CI) et longues (deux ans pour les FP).

Il n'est pas simple d'étudier ce problème car de fait les publics observés sont très différents :

✧ a priori le niveau général des F.P. est meilleur puisqu'ils ont été reçus au concours d'entrée ce qui n'est pas le cas des CI.

²⁰⁰Les auxiliaires ont la possibilité d'être titularisés à l'issue d'un concours peu sélectif (plus de places que de candidats).

✧ les CI ont une pratique de classe plus importante, généralement supérieure à un an, alors que seuls les F.P. reçus sur les listes complémentaires ont enseigné au moins quelques mois.

En suivant la même démarche que précédemment, je vais étudier le stage terminal d'un ensemble d'étudiants de la promotion 91-92 qui faisaient partie du même groupe-classe de formation. Il faut préciser quelques difficultés supplémentaires survenues lors de cette étude:

1) Les dossiers des CI sont plus difficilement accessibles que ceux des Normaliens, car ils sont gérés directement par l'Inspection d'Académie. De plus toute la partie concernant leur prise de fonction avant d'entrer à l'I.U.F.M. est couverte par la protection qui est normalement assurée à tout fonctionnaire.

2) Il faut également préciser que ce stage ne ressemble à celui des F.P. que par sa durée totale. Il a été scindé en deux parties : cinq semaines en début d'année avant toute formation, et trois semaines après les vacances de Pâques. Ainsi il est difficile de parler de stage pour la première partie qui précède toute formation. Et l'on peut difficilement qualifier de terminal, le deuxième stage qui est suivi de six semaines de formation.

3) Enfin un autre paramètre devra être pris en compte pour analyser la deuxième partie du stage, il s'agit de sa brève durée (trois semaines) qui rend bien plus délicat les changements de milieux.

Les résultats des CI se sont révélés moins positifs que ceux des F.P. avec un étudiant collé, trois avis "convenable" donnés avec indulgence, vingt avis "satisfaisant" et deux "très satisfaisant". Je n'ai eu accès, à ma demande, qu'à quatre dossiers complets dont

deux se sont révélés partiels car en fait les stagiaires n'avaient effectué qu'une partie de leur stage terminal (maladie et maternité²⁰¹).

Je vais commencer par présenter le bilan détaillé de deux stagiaires. Le premier concerne le cas le plus fréquemment rencontré lors de ce stage, ce sera le cas parallèle de celui de Brigitte B. (voir page 233) qui représentait le cas dominant chez les F.P.2. Cette notion de fréquence ne repose pas seulement sur ces quatre dossiers, mais aussi sur sept de mes visites et sur le conseil des professeurs qui fait le bilan général des stages. Ces réunions faisaient ressortir un profil dominant que j'ai cherché à illustrer par des cas explicites. Quant au second, jugé "convenable" par le jury, il est plus particulier et n'est pas spécifique de ce type de formation. Il apparaît régulièrement à l'I.U.F.M. et concerne généralement les étudiants de formation scientifique.

J'ai également signalé qu'une étudiante n'avait pas obtenu de validation pour ce stage. Je vais préciser ici pourquoi je n'étudie pas les cas d'exclusion dans le cadre de ma thèse. Dans ce cas particulier, les problèmes provenaient des difficultés de relations qu'avait l'étudiante avec ses collègues et les différents conseillers pédagogiques. Les cas d'exclusion ou de non validation que j'ai pu connaître se rapportaient toujours à des problèmes psychologiques, parfois liés au métier, (ainsi un étudiant qui manquait singulièrement de lucidité sur son enseignement jugea excellente sa leçon de mathématiques alors que ses élèves montaient sur les tables devant un jury qui tentait, avec difficulté, de les calmer), parfois liés à la vie privée (comme le cas curieux d'une étudiante persuadée d'avoir vu Dieu et prise d'une soudaine crise de mysticisme). L'opacité des problèmes psychologiques de personnes malheureusement proches de la dépression fait que je n'ai ni les capacités, ni l'envie de détailler ces cas et ceci d'autant plus qu'ils n'ont aucun rapport avec les stratégies de formation utilisées en mathématiques.

²⁰¹ Ces cas ne sont pas exceptionnels. D'après le secrétariat de l'I.U.F.M., 15% des normaliens avaient plus de 120 jours d'absence, généralement dus aux congés de maternité.

1. Le cas standard (Le cas de Murielle B).

Murielle B. possède un bac B et a le niveau du D.E.U.G.. Comme un grand nombre des étudiants de ce groupe, elle a d'abord enseigné dans une classe de perfectionnement.

Dans le questionnaire de rentrée, elle insiste sur l'aspect logique des mathématiques ; la réussite en cette discipline étant liée à *la possession de l'esprit logique*. Pour enseigner les mathématiques dans le primaire, elle ne juge utiles que les connaissances générales. La séance de mathématiques, selon elle, se structure *autour des manipulations puis des exercices d'application et du réinvestissement dans les jeux*. Cette vision assez commune évacue le savoir mathématique proprement dit au profit de savoir-faire. Pour elle, le bon enseignant doit *savoir se mettre au niveau de ses élèves et les intéresser en les faisant participer*.

De la formation, elle attend des cours sur *la préparation de séances, des indications sur le matériel à utiliser et sur l'approche de la géométrie*.

L'ensemble de ses stages en responsabilité sera jugé satisfaisant avec une réelle différence d'approche entre les formateurs. D'un côté, les conseillers pédagogiques qui le jugeront "très satisfaisant", de l'autre les professeurs (E.P.S. et mathématiques) qui le jugeront "satisfaisant". Lors de son premier stage (donc avant formation) dans une classe de perfectionnement, le C.P.A.I.E.N. (spécialiste de ces classes) insiste sur les conditions difficiles (bâtiments préfabriqués délabrés au fond de la cour). Il signale un important travail sur fiches qu'il juge très positivement *comme un apprentissage de l'autonomie et qui met l'enfant en situation de recherche*. C'est cette même organisation qui empêche le professeur d'E.P.S. d'être pleinement satisfait. Celui-ci souhaiterait une démarche plus active et des situations plus complexes.

Lors de son deuxième stage dans une classe de CP-CE1 de centre ville, c'est-à-dire composée d'élèves d'un niveau correct, la coupure entre les deux types de formateurs se

confirme. En fait, étant le professeur chargé du suivi, j'ai pu observer une certaine contradiction entre les préparations de classe et leur mise en oeuvre effective. Murielle B. proposait, sur son cahier de préparations, une phase de découverte avec une manipulation de jetons puis une mise en commun des différents résultats obtenus par les enfants. Elle suivait en cela le manuel de mathématiques à la mode dans l'I.U.F.M. (Objectif Calcul). Mais lors du déroulement effectif, elle n'a donné à chaque enfant qu'une photocopie du manuel et n'a fourni aucun jeton. Ensuite elle a corrigé individuellement, en passant dans les rangs, les erreurs des enfants qui, au lieu de manipuler des objets, travaillaient sur des représentations. Ce mode de fonctionnement s'est reproduit en français.

Tentons de le caractériser :

- ✧ les préparations respectent la terminologie agréée par les formateurs de l'I.U.F.M. et ceci d'autant plus facilement que, notamment en mathématiques, les étudiants copient les manuels récents.

- ✧ la gestion de la classe est très individualisée et les enfants travaillent sur des fiches sans synthèse commune. Il y a parfois des résumés (acte didactique).

- ✧ le lien entre les préparations et la séance semble fictif.

2. Le cas de Véronique S.

Comme je l'ai indiqué, Véronique S. n'a obtenu que l'appréciation "convenable" à son stage terminal ; cet avis sanctionnant une pédagogie de type magistral essentiellement basée sur l'acte didactique.

Véronique S. possède le Bac D et un B.T.S.. Pour elle, les mathématiques peuvent se caractériser par les trois mots suivants : *ordre, rigueur et logique*. Pour enseigner, il est nécessaire de *connaître les méthodes d'addition, soustraction, etc., mais aussi d'avoir*

un sens logique et de déduction. L'enfant échoue soit à cause de problèmes de mémoire (mémorisation des tables), soit à cause d'un problème de rigueur (un enfant dispersé sans logique ne réussira pas).

Les moments clés de la séance sont la *manipulation concrète (avec des objets visibles par l'enfant) et la conclusion de la séance par la règle ou la leçon à retenir*. Elle attend que la formation lui donne une démarche pédagogique *pour les multiplications et divisions*, et lui enseigne *comment introduire des problèmes dans un cours et sortir les enfants en échec en leur proposant autre chose*.

Ce premier questionnaire révèle une étudiante qui a des conceptions très affirmées sur les mathématiques et aussi sur leur enseignement .

Le stage s'est assez mal déroulé et Véronique S. n'a obtenu sa validation que grâce à une certaine indulgence du jury qui a pris en compte son grand sérieux dans le travail.

Nous allons étudier les raisons de ces difficultés.

Avant sa formation, elle a enseigné en SES, et les formateurs insistent sur la faiblesse des préparations : *Prévoir un déroulement plus détaillé avec consignes étapes, méthodes de travail (collectif, groupes ,individuel) résultats des exercices et problèmes, modalités de correction (formes et démarches afin que ces corrections ne soient pas un simple constat de l'exactitude des résultats mais apparaissent comme un temps de réflexion formateur pour l'enfant*. On peut encore lire sous la plume d'un conseiller pédagogique d'E.P.S : *Porter plus d'attention et de réflexion à la réalisation des préparations ainsi qu'à l'analyse du déroulement des activités pédagogiques*. et encore *Préparation à approfondir. En E.P.S. la séance n'est pas prévue avec précision, les enfants travaillent de façon désordonnée*. Les professeurs qui la voient en classe, seront deux professeurs de philosophie. Ils donnent leur avis sur deux séances de mathématiques qu'ils trouvent intéressantes mais ils s'interrogent sur la clarté des consignes. A la fin du premier stage, les conclusions sont réservées mais tiennent

compte de l'absence de formation très évident et de la volonté qu'a Véronique S. *de s'améliorer en suivant le stage d'un an.*

Le deuxième stage, inséré dans la formation, se déroule dans un triple niveau, assez curieux, allant de la Grande Section de maternelle au CE1. Il va donner lieu à des avis beaucoup plus critiques de la part des conseillers pédagogiques. Ceux-ci insistent sur la démarche non active suivie par la stagiaire. Ainsi lit-on : *Présentez vos activités sous forme de jeux, les enfants doivent être actifs.* ou encore : *les enfants ne sont jamais placés en situation de recherche véritable. Des consignes de travail beaucoup plus précises doivent être données avant les exercices.*

En fait Véronique S. suit avec sérieux une pédagogie des mathématiques relativement classique avec un cours magistral et fondée sur l'acte didactique. Elle met en place une rapide manipulation qui ne constitue pas une situation-problème destinée à introduire une notion mathématique, mais une simple tâche tactile. Ensuite, elle institutionnalise une notion mathématique qui n'a, de fait, aucun lien avec ce qui précède. Cette façon de faire est vivement rejetée par l'Institution et surtout par les conseillers pédagogiques qui ont été sélectionnés sur leur capacité à mener une pédagogie "active".

On peut aussi noter le peu d'effet de la formation sur l'étudiante qui reste fidèle à ses conceptions initiales, étayées par sa relative aisance sur les contenus mathématiques. Elle a rejeté les critiques des formateurs et dans le questionnaire terminal, elle affirme que les mathématiques sont faciles à enseigner et que les difficultés qu'elle rencontre proviennent, et c'est la seule du groupe à avancer cet argument, de la formation à l'Ecole Normale.

3. Conclusion

De l'étude du cas de Murielle B. et des éléments donnés par mes visites de CI, nous pouvons tirer une première série de remarques :

1) Avant d'entrer à l'I.U.F.M., plus de la moitié des étudiants de cette formation avait enseigné dans le cadre des classes spécialisées avec même quelques cas très particuliers (I.M.P. et I.M.P.M.Pro). J'ai déjà signalé (voir page 237) le type particulier d'approche de l'enseignement des mathématiques que met en avant cette structure et qui se caractérise soit par un ensemble de pratiques différenciées effectuées sur des fiches, soit par une disparition du savoir mathématique au profit de travaux d'ordre méthodologique à partir de fichiers. Il faut noter que la plupart des étudiants du groupe étudié souhaitent intégrer le circuit normal de formation de l'Ecole Primaire et qu'ils ne se sont donc pas crispés sur un mode de fonctionnement a priori.

2) Contrairement aux F.P., les CI ont très peu modifié le milieu et ont, au contraire, semblé montrer une grande aisance pour s'insérer dans la classe de leur stage. Plusieurs raisons peuvent être fournies :

a) Leur statut antérieur de remplaçants sans formation, occupant de nombreux postes différents, les a conduits à développer ce type d'approche à perturbation minimale.

b) La brièveté d'un stage de trois semaines incite plus à la continuité qu'au changement. Mais on peut également soutenir, avec moins de pertinence me semble-t-il, le point de vue inverse en affirmant qu'un stage de faible durée favorise les initiatives : les éventuelles conséquences négatives ne devant pas être supportées sur une longue période.

c) Enfin il s'agit, en fait, de leur premier stage après une période de formation de cinq mois et donc de la première confrontation entre la théorie apportée par l'I.U.F.M. et la pratique de la classe.

3) On note une contradiction fréquente entre les préparations, basées sur une pédagogie relativement active, et la pratique très traditionnelle de la classe. Cette pratique est dans l'ensemble contradictoire avec le questionnaire de fin de formation,

rempli six semaines après ce stage, et qui se caractérise par une conception dynamique de l'enseignement souvent mieux formulée que dans le cas des F.P.. On peut certes envisager une explication manichéenne faisant appel à une sorte de dissimulation des conceptions réelles pour satisfaire les formateurs et obtenir le diplôme. Mais en m'appuyant sur le questionnaire et sur les entretiens qui suivent les visites, il me semble que cette contradiction peut aussi s'expliquer par le fait que le stage correspond à un moment où les conceptions des étudiants sur l'enseignement sont en train de basculer. Ils constatent au cours de ce stage qu'il ne leur est plus possible d'enseigner comme avant la formation ou alors qu'il leur faudra assumer leur choix. Il s'agit donc d'une période de transition qui peut éventuellement mener vers le statu quo ante.

Ainsi à propos de l'étude de notre Hypothèse H2, sur le rôle de la durée de la formation, la comparaison des stages terminaux des F.P. et des CI semble montrer que les modèles pédagogiques dominants, observés dans chaque groupe, ne sont pas identiques. Pour les CI, on note une pédagogie des mathématiques qui fait un grand usage des fichiers et qui, suivant les cas, privilégie l'activité pure ou l'acte didactique. Dans le cas des F.P., il y a mise en place d'une action didactique fondée sur des activités de recherches. Celle-ci se révèle parfois maladroite mais elle paraît réelle.

Conclusion de la partie

L'importance et le nombre de paramètres mis en jeu dans la formation en mathématiques des maîtres du premier degré nous incitent à tirer de notre étude avec beaucoup de précautions les réponses à nos hypothèses.

Par rapport à nos trois hypothèses de départ, voici ce qu'il nous semble possible d'affirmer maintenant.

Sur l'hypothèse H1. Notre étude de groupes d'étudiants ayant suivi la même formation permet de constater l'effet de la formation par la relative homogénéité des conceptions et des pratiques à la fin de la scolarité dans le centre. Le profil dominant n'est pas le même quel que soit le mode de formation. Ainsi, même si les facteurs individuels restent importants et même si l'aspect pluridisciplinaire de la formation apparaît constamment, les stratégies de formation propres aux mathématiques jouent un rôle non négligeable sur l'enseignement de cette discipline à l'école surtout dans les classes primaires.

Sur l'hypothèse H2. Le rôle de la durée de la formation nous semble avoir été clairement dégagé. Ce rôle ne se résume pas à l'opposition un peu simpliste entre formation d'un an et de deux ans. La formation doit pouvoir permettre une alternance de phases d'action suivies de phases de conceptualisation que permettent les retours de stage. En effet, une formation réduite permet relativement facilement de donner les apparences de l'action didactique (vocabulaire, pédagogie de base et manuels "dans le vent"). Par contre, la mise en place réelle de cette action est beaucoup plus difficile et résulte des phases de formation qui suivent les stages où le formé peut réfléchir sur l'action qu'il a menée et faire ensuite évoluer ses conceptions.

Sur l'hypothèse H3. C'est sans doute sur ce point que notre étude apporte le moins de certitudes. Cela résulte du fait que nous disposons de trop peu d'exemples de formation complètement analysés.

Essayons toute fois d'avancer certains arguments. Nous venons de voir la nécessité d'une durée suffisante pour la conceptualisation et pour la mise en place effective d'actions didactiques. Cette nécessité donne ainsi sa force à notre hypothèse en suggérant l'idée d'étapes dans la formation qui pourraient être confortées par les différentes stratégies.

Examinons alors les effets des différentes stratégies que nous avons distinguées :

✧ Les stratégies de monstration. Nous n'avons perçu que des traces au niveau de l'organisation (espace-temps de la classe) ou sur la présentation des séances. Cependant même si leur impact semble diffus, elles apparaissent comme indispensables pour tout ce qui concerne le contexte.

✧ Les stratégies d'homologie. Leurs effets nous ont paru clairement identifiables grâce à la bonne forme qu'elles mettent en place et qui repose sur la mise en action des élèves à partir de situations-problèmes. Nous avons par contre constaté qu'il fallait un temps de formation (au sens du paragraphe précédent) suffisant pour voir apparaître ces mises en oeuvre qui supposent une certaine aisance dans la façon d'enseigner.

✧ Les stratégies basées sur la transposition. Leur effet a été peu apparent dans notre étude. En fait, ces stratégies qui privilégient le recul par rapport à l'action supposent déjà une première appropriation des conditions de l'action par les formés. Il faut rappeler que certains des exemples les plus pertinents que nous avons présentés de ces stratégies s'adressaient à des maîtres titulaires. De plus, nous n'avons pas pu observer les effets des stratégies basées sur la transposition qui se veulent les plus explicites²⁰². Ces dernières sont-elles plus efficaces ou le langage "didactique" transmis ne constitue-t-il qu'un voile qui occulte la réalité comme dans les formations courtes?

²⁰² Depuis la création de l'I.U.F.M. de Rouen et dans le cadre de la préparation au concours, un enseignement plus explicite de la didactique des mathématiques est donné aux étudiants. Il faut noter la quasi-absence de cette terminologie dans les copies corrigées au concours de juin 1993 et dans les mémoires professionnels. Je pense étudier ce phénomène dans le cadre des évaluations des étudiants en 1994.

Enfin, la charge de travail demandé aux débutants permet-elle les analyses importantes que semblent attendre les formateurs ?

Conclusion générale

Nous allons procéder à la présentation des différents résultats que nous avons obtenus dans cette thèse et qui répondent à certaines questions que nous nous sommes posées. Nous dégagerons aussi des points qui nous semblent encore problématiques. Nous indiquerons enfin quelques perspectives de recherches que notre travail peut susciter.

Clarifier les stratégies mises en oeuvre pour former en mathématiques les maîtres du premier degré.

Nous avons comme premier objectif de dégager les modes de formation spécifiques à la formation des enseignants du premier degré. Il fallait pour cela extraire les caractéristiques des stratégies qui oeuvraient dans un système particulièrement complexe et fluctuant.

Nous pensons être parvenu à regrouper l'ensemble des prises de décision des formateurs que nous avons pu percevoir en quelques grandes familles de stratégies. Pour cela, nous avons recherché les priorités apparentes dans certains choix de formation.

La formation à l'enseignement des mathématiques en école élémentaire suppose au moins une articulation à un double niveau:

- ✧ le niveau du contenu mathématique.
- ✧ le niveau qui concerne les connaissances liées à l'acte d'enseignement.

La première réduction notable consiste à ignorer le deuxième niveau ou plutôt à le faire disparaître derrière le premier. Les stratégies qui optent pour cette réduction sont celles que j'ai nommées stratégies culturelles. D'une certaine façon, elles ne respectent pas le contrat qui fonde les instituts de formation des maîtres et qui suppose une spécificité du savoir lié à l'enseignement. En tant que telles, elles sont donc apparues comme le négatif

et aussi comme un point d'opposition aux stratégies qui prennent en compte la professionnalisation.

Elles sont un point de repère fondamental car elles intègrent avant tout la discipline et le savoir qui feront l'objet de tous les efforts des formateurs : les mathématiques.

Les stratégies culturelles réduisent cet objet à son noyau central qui est le savoir savant de référence indépendamment de toute réflexion sur ses conditions de production, d'assimilation, de diffusion ou d'évolution.

Elles présenteront une alternative à tous les autres types de stratégie, alternative toujours présente du moins tant qu'existera un enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Définies en opposition à ces stratégies et intégrées dans une perspective professionnelle, nous avons alors dégagé trois stratégies différentes qui ont fait l'objet de notre attention : les stratégies basées sur la monstration, sur l'homologie et sur la transposition.

Caractéristiques des différentes stratégies de professionnalisation

1) Les stratégies basées sur la monstration.

Ces stratégies se proposent de former l'étudiant grâce à un lien étroit avec son futur milieu d'exercice. Les savoirs pédagogiques et la manière d'enseigner sont considérés comme "monstrables".

Nous avons distingué deux types de stratégies dans cette famille :

✧ Le premier privilégie l'observation en classe comme mode de formation. Il s'articule avec des moments clés de l'enseignement dans le primaire et il initie graduellement le formé en lui donnant à observer les éléments constitutifs du milieu où il va exercer. Ainsi peut-il découvrir les réactions des enfants face à un problème de mathématiques, l'adéquation entre une préparation et sa réalisation, etc. Ce mode de formation par petites touches est susceptible de s'intégrer dans d'autres stratégies qu'il contribue alors à illustrer.

✧Le second type a une portée plus globale et constitue la forme la plus homogène des stratégies de monstration. Cette fois, la formation résulte des interactions entre observation et action.

Deux modes de fonctionnement différents existent :

Un mode artisanal où la formation est assurée par un conseiller pédagogique ou par celui-ci et un professeur. Cette forme dépend étroitement du modèle en acte fourni le conseiller pédagogique.

Un mode technologique qui va découper le savoir lié à la profession d'enseignant en tranches observables et susceptibles d'apprentissages spécifiques. Le modèle sous-jacent est moins apparent pour le formé. Il apparaît "dématérialisé" et réduit aux savoir-faire d'un maître idéal.

2) Les stratégies basées sur l'homologie.

Ces stratégies originales font bien apparaître certaines spécificités de la formation des maîtres et notamment l'imbrication de deux niveaux de formation : celui des étudiants et celui des élèves de l'école élémentaire. Nous renvoyons à la page 120 pour une définition précise de ces stratégies qui reposent sur l'homologie de structure supposée entre la formation des maîtres et la formation des élèves. Les formateurs qui suivent ces stratégies cherchent à assurer une cohérence entre leurs conceptions de l'enseignement et leur pratique d'enseignant. J'ai retenu comme modèle dominant en mathématiques, le modèle d'homologie basé sur l'approche constructiviste des mathématiques. Dans ce cadre, le formateur bâtit des séances de formation pour ses étudiants qui placent ces derniers dans un rapport au savoir mathématique proche de celui qu'ils devront mettre en place avec leurs futurs élèves, une fois devenus enseignants.

Nous avons été conduit à distinguer deux types d'homologie. Dans le premier, les formateurs proposent à leurs étudiants des situations pratiquement semblables à celles données aux enfants. Dans un deuxième type, les situations sont plus complexes et ne peuvent pas être réutilisées directement par les étudiants dans leur future classe.

Les stratégies d'homologie nous sont apparues comme des stratégies pédagogiques militantes qui cherchent à transformer les représentations des mathématiques et de leur enseignement chez les étudiants. Elles privilégient la transformation des pratiques par la mise en action des formés, sans nécessairement faire prendre le temps de la réflexion.

3) Les stratégies de transposition.

Ces stratégies définies page 153 peuvent sembler les plus naturelles à tout observateur extérieur à la formation des maîtres. Il s'agit des stratégies qui prennent appui sur des savoirs de référence bien précis qu'elles se proposent de transmettre. En fait, nous avons montré que faute d'une définition adéquate et stable de ces savoirs, ces stratégies n'avaient plus rien d'évident et de naturel.

En effet, les formateurs doivent mettre en place la transmission d'un savoir en train de se faire (dans le cas du savoir didactique) ou dont la réalité n'est pas certaine (dans le cas du savoir pédagogique lié aux mathématiques). Les professeurs doivent donc effectuer une transposition de savoirs en évolution. Il est important de préciser qu'ils ont conscience de faire un travail d'adaptation pour enseigner un savoir en devenir. Cela différencie ces stratégies de l'enseignement ordinaire des mathématiques où le savoir est déjà-là et ne fait pas l'objet de modifications notables. Le formateur en mathématiques doit faire des choix et même définir son propre savoir de référence.

J'ai distingué deux niveaux de transposition. Le premier correspond à la transposition didactique ordinaire et concerne la transmission, aux étudiants, du savoir de référence choisi. La deuxième transposition est celle opérée par les étudiants lorsqu'ils deviennent à leur tour enseignants de mathématiques pour les élèves du primaire. Les stratégies de transposition se proposent de définir la première transposition et de contrôler la seconde. On peut aussi analyser ce phénomène en utilisant la notion de dialectique outil-objet proposée par R. Douady. En effet, la deuxième transposition concerne l'emploi comme outil du savoir-objet qui a été transmis par le formateur. Mais ici le savoir dont

il s'agit est un savoir qui porte sur l'acte d'enseignement et non sur le contenu mathématique.

Comme je l'ai indiqué deux savoirs différents entraînent deux types de stratégies bien distinctes : l'une qui privilégie l'approche pédagogique et l'autre qui dépend davantage d'une approche de type didactique.

L'approche pédagogique est tournée vers la mise au point de solutions effectives pour gérer l'enseignement des mathématiques à l'école. Elle consiste essentiellement en la transmission de connaissances directement exploitables par l'étudiant dans son futur métier. Il s'agit alors pour le formateur de présenter diverses modalités de prise en main d'une classe en insistant sur les progressions, les leçons, les programmes et sur les sources exploitables pour "faire la classe" que sont les manuels ou les livres du maître jugés les plus intéressants. Cette approche peut aussi de manière indirecte tendre vers la transmission de savoirs méthodologiques qui portent sur les démarches pédagogiques ou sur la prise en compte des erreurs des élèves dans la mise au point des séquences pédagogiques.

L'approche didactique, quant à elle, reste proche du champ de recherches qui lui a donné naissance. Elle consiste à inclure dans les pratiques de formation des éléments extraits de la didactique des mathématiques. Il faut noter le problème de fond posé par cette approche qui transforme un champ théorique de recherches en un champ d'applications pratiques qui constitue une sorte de "didactique appliquée".

Critères de choix stratégiques a priori.

Nous allons confronter les différentes stratégies sur différents paramètres qui vont faire apparaître leurs différences. Cela permettra de comprendre les raisons qui poussent les formateurs à choisir telle ou telle stratégie de formation.

1) Place du formateur en mathématiques.

Dans les stratégies de monstration, le professeur de mathématiques, surtout dans le modèle artisanal, ne décide pas seul du mode de formation. L'importance du milieu constitué par la classe et les conseillers pédagogiques place même le professeur au second plan d'un processus qu'il maîtrise finalement assez peu et qu'il ne fait qu'accompagner. Cet effacement relatif du professeur contraste avec l'implication importante de l'étudiant dans cette formation puisque ce dernier doit réaliser une séance devant une classe en présence d'observateurs critiques.

Dans le modèle technologique, l'importance du professeur s'accroît mais le savoir développé relève plus de la pédagogie générale que de la pédagogie des mathématiques ce qui justifie souvent mal sa spécificité disciplinaire. Celle-ci réapparaît lorsque la monstration est réduite et mieux ciblée sur des moments précis où c'est réellement un savoir mathématique qui est transmis.

Dans les stratégies d'homologie, cette fois le professeur joue le rôle d'un modèle indirect. En effet, ces stratégies sont basées sur un processus d'imitation différée et transférée. L'étudiant observe un professeur qui enseigne à des adultes suivant le modèle constructiviste, il doit ensuite adopter cette manière de faire dans son enseignement pour des enfants. Le formateur s'engage en assumant dans sa pratique d'enseignant ses choix pédagogiques. On peut aussi noter que c'est certainement dans ces stratégies que le professeur a un rôle qui se rapproche le plus de celui des instituteurs mais d'un "instituteur pour adultes". Ce dernier point peut avoir pour conséquence de provoquer chez les étudiants un sentiment d'infantilisation ou d'ennui.

Dans les stratégies de transposition, le formateur retrouve une plus grande liberté pédagogique puisque l'enjeu essentiel de ces stratégies est la transmission d'un savoir professionnel de référence. Dans le cadre de l'approche pédagogique où intervient une grande part d'idéologie due à la prégnance du modèle constructiviste, il nous est apparu que le formateur devait avoir une expérience professionnelle de la formation des maîtres

qui lui donne le savoir empirique nécessaire pour gérer les situations de discussion avec les étudiants, fréquentes dans ce modèle. L'approche didactique, si elle peut éventuellement dispenser le formateur de ce savoir empirique, nécessite en revanche un investissement en tant que chercheur dans le domaine de la didactique des mathématiques. La difficulté consiste alors pour le formateur à ne pas confondre l'objet de ses recherches et l'objet de son enseignement.

2) Leviers utilisés par le formateur pour son action.

Les différentes stratégies ne prennent pas appui sur les mêmes notions pour fonder leur action.

Les stratégies de monstration privilégient le rapport au contexte et au milieu professionnel futur. Elles utilisent ce dernier pour mettre au point des ajustements pédagogiques. Elles jouent aussi sur les comportements et les prises de décision perceptibles par l'observation. En ce sens, elles privilégient les apparences externes parfois au détriment de la cohérence interne.

Les stratégies d'homologie semblent privilégier l'action sur les représentations qui sont toujours supposées contraires au modèle souhaité par le formateur. Elles agissent donc de manière interne sur les étudiants en tentant tout d'abord une déstabilisation de ces derniers. Elles fournissent ensuite un modèle de l'enseignement constructiviste en acte.

Les stratégies de transposition se différencient des précédentes par leur volonté réflexive et l'effort de distanciation à partir des analyses a priori et de la critique des modèles. Elles défendent l'idée qu'un véritable savoir sur l'acte d'enseigner les mathématiques existe et que cet acte est trop complexe pour être réduit à un apprentissage de type technique.

3) Les savoirs de base nécessaires.

Les stratégies de monstration privilégient les savoirs qui permettent la prise en main et la gestion d'une classe. Elles donnent la priorité au "faire" pour acquérir des savoir-

faire. Les formateurs sont amenés à jouer sur des savoirs pédagogiques généraux ou lorsque ces savoirs sont liés aux mathématiques, ils relèvent plus de l'organisation, du déroulement de la séance et portent sur l'agencement formel de l'ingénierie de manière souvent indépendante du contenu traité. Il y a aussi la nécessité de s'appuyer sur le savoir-observer qui entraîne trop souvent l'usage de lourdes grilles d'observation. Une autre spécificité des savoirs mis en jeu est qu'ils portent sur la pluridisciplinarité et l'articulation des mathématiques avec les autres disciplines.

J'ai montré que les stratégies d'homologie fonctionnaient plutôt sur une conception a minima des différents savoirs possédés par les acteurs du système. Elles ne supposent pas un savoir mathématique important de la part des étudiants et ne se réfèrent pas à un savoir sur l'acte d'enseigner très développé. Il faut noter que ces stratégies ont souvent été mises au point à une époque où ce savoir de référence était pratiquement inexistant. En ce sens, elles peuvent être qualifiées "d'arte povera" car elles essaient de tirer le maximum d'une situation jugée pauvre.

A contrario, les stratégies de transposition nécessitent de nombreuses conditions pour fonctionner correctement. L'étudiant doit posséder un certain nombre de connaissances sur le fonctionnement pratique d'une classe primaire. Il doit aussi maîtriser suffisamment les contenus mathématiques pour prendre la distance réflexive nécessaire. Quant au professeur, il doit s'être approprié un savoir qui ne fait pas partie du cursus usuel d'un professeur de mathématiques.

Etude des effets de la formation

Nous avons tenté de percevoir les effets, sur les pratiques professionnelles des étudiants, spécifiques à chaque stratégie de formation et ceci afin de mieux évaluer la portée de ces stratégies. Divers facteurs limitent les possibilités d'une telle étude, dont le plus important est certainement lié à la pluridisciplinarité des maîtres du premier degré. Les étudiants suivent en effet des cours dans de nombreuses disciplines où les

intervenants appliquent des stratégies variées; il est donc hasardeux de penser que leur mise en place des séances à dominante mathématiques ne dépend que de la formation suivie dans cette discipline. Malgré cette réserve, nous pensons avoir obtenu certains résultats grâce à une délimitation précise de notre objet d'étude.

✧ Tout d'abord, pour évaluer les effets d'une formation liée à la professionnalisation, il est nécessaire d'observer l'étudiant dans un milieu qui lui permette de mettre en oeuvre ses conceptions de l'enseignement. Nous avons dégagé l'idée de milieu-médium. Nous caractérisons ainsi un sous-système du système de formation qui joue le rôle de champ d'exercice pour les savoirs transmis en formation. Ce sous-système permet de révéler le degré d'acquisition et d'opérationnalisation des savoirs transmis au sein de l'institution scolaire.

Dans le cadre de la formation, les conditions permettant l'existence d'un milieu-médium nous ont semblé réunies dans le cadre du stage dit terminal qui vient clore la scolarité des étudiants.

✧ Ensuite, il est important pour apprécier les formations données à l'Institut de bien distinguer deux niveaux d'évaluation :

-le premier concerne les formations données dans le cadre de l'I.U.F.M.

-le deuxième évalue l'efficacité des modèles transmis par l'I.U.F.M. dans le cadre de l'enseignement aux élèves de l'école primaire.

La distinction de ces deux niveaux nous semble essentielle pour clarifier le problème de l'évaluation de la formation, même si elle peut paraître surprenante. En effet, le but des formateurs d'enseignants est de transmettre un mode (ou un modèle) d'enseignement à leurs étudiants. Evaluer leurs stratégies consiste donc à percevoir le degré d'appropriation de ces modèles par les étudiants. Une autre tâche importante mais distincte de la première consiste à évaluer la valeur de ces modèles. Ainsi, les échecs éventuels dus à l'utilisation de ces modèles ne doivent pas remettre en cause le mode de formation, mais plutôt le contenu de la formation.

✧Enfin, nous avons introduit trois caractérisations des actions des enseignants en situation de classe destinées à nous permettre d'observer les effets de formation. Il s'agit des notions d'activité pure, d'acte didactique et d'action didactique.

Nous donnons à la notion d'activité pure son sens habituel d'occupation accomplie par un individu ou par un groupe. Ce mot n'a pas la valeur que lui attribuent les tenants des pédagogies actives.

Nous parlons d'action didactique quand pour le maître le but premier de l'activité sera la transformation ou la création de connaissances de l'élève. Le même ensemble d'occupations pourra être considéré comme activité pure ou action didactique. Le choix dépendra des intentions du maître. S'il veut modifier le savoir des élèves, ce sera une action et si au contraire, son seul objectif conscient est d'occuper les enfants, ce sera une activité pure.

Sous le terme d'acte didactique, nous désignons le type d'action où la transmission du savoir mathématique devient première sans mise en situation ou recherche préalables. L'acte didactique se présente à l'élève comme l'énonciation de ce qui doit être su. Cette notion est très proche de celle d'institutionnalisation.

Notons que ces distinctions sont relativement indépendantes des théories de l'apprentissage. Le rôle de celles-ci sera de préciser comment se fait l'action didactique. Dans le modèle dominant au sein des centres de formation, cette action suit généralement un modèle constructiviste. Les théories didactiques présentent des raffinements comme la théorie des situations de G. Brousseau ou la dialectique outil-objet chez R. Douady.

La formation s'assigne normalement comme objectif de donner aux étudiants la capacité de mettre en place une réelle action didactique. Nous avons donc tenté de percevoir cette action et sa conformité avec le modèle transmis.

Notre étude nous a permis de dégager ce que nous avons appelé la dénaturation simplificatrice. Il s'agit pour l'étudiant de transformer les situations qui lui ont été proposées par les formateurs ou qu'il rencontre dans les livres, pour les adapter à son

niveau de compétence mathématique et pédagogique. La simplification mathématique porte en général sur le cadre théorique mis en jeu qui est souvent ramené à un cadre physique où les manipulations d'objets ont une grande importance. Cette simplification résulte aussi d'un appauvrissement des situations par un jeu inconscient sur les variables didactiques et porte également sur la fermeture des consignes. C'est à partir de là que nous pouvons parler de dénaturation car les objectifs initiaux et les méthodes de travail annoncées sont modifiés. L'exemple le plus courant est celui où une phase de découverte est transformée en exercice "d'application".

Les stratégies de transposition sont particulièrement adaptées pour mettre en garde les étudiants et leur faire comprendre ce type de dérive. Par contre, elles ont parfois entraîné certains blocages chez les étudiants qui avaient surtout retenu de cet enseignement la nécessité d'un effort critique lié aux analyses a priori et qui, faute d'aisance pédagogique, étaient conduits à ne pas choisir certaines situations par crainte des dérives signalées plus haut.

Les stratégies d'homologie nous ont paru favoriser la mise en place par les étudiants de situations basées sur l'activité et la recherche des élèves. Cependant, dans certains cas faute d'institutionnalisation précise, on pouvait regarder le travail de l'enseignant comme relevant plus de l'activité pure que de l'action didactique. Ce défaut semble être une conséquence naturelle des stratégies d'homologie qui négligent ou mettent au second plan les phases d'institutionnalisation. Ainsi, nous rencontrons un exemple de reproductibilité externe qui reprend l'idée de mise en situation des apprenants mais perd de vue la logique interne de ces activités. D'une manière générale, cette logique interne ne semble clairement perçue que par les étudiants qui maîtrisent les différents savoirs mis en jeu dans la formation.

Les stratégies de monstration sont difficiles à évaluer vu la diversité des modèles utilisés. Nous pensons avoir perçu leur influence sur la manière dont les étudiants géraient les cadres généraux du système didactique comme le lieu didactique et le

temps. Par contre, leur lien avec les savoirs reliés aux mathématiques ne nous est pas clairement apparu.

Enfin, la réduction de l'action didactique à l'acte didactique nous semble être une tendance de base : elle est nettement plus perceptible chez les étudiants ayant suivi une stratégie culturelle et chez ceux qui ont bénéficié d'une formation courte. En effet, la comparaison entre deux groupes d'étudiants ayant suivi pour les uns une formation inférieure à un an et pour les autres la formation normale en deux ans, nous a permis de constater que les premiers ont peu modifié leur pratique à la suite de la formation. Tout se passe comme s'ils s'imprégnaient plus du langage pédagogique reconnu que de la mise en oeuvre réelle de démarches.

Les savoirs transmis en formation.

Au début de notre travail, nous nous sommes interrogé sur la nature des savoirs et des connaissances transmis au cours de la formation. A une approche théorique de la question, nous avons préféré une étude pratique qui passait par le biais de l'étude des stratégies de formation réellement mises en oeuvre par les formateurs en mathématiques.

Il nous semble possible d'apporter quelques précisions sur les différents savoirs mis en jeu.

✧ Le savoir mathématique. Il est constitué par un ensemble de contenus liés aux programmes de l'école élémentaire. C'est la référence constante à toute action des formateurs. Il se trouve qu'il agit comme un obstacle à l'apprentissage des modèles pédagogiques liés aux mathématiques.

En effet, lorsque les contenus mathématiques sont jugés triviaux par les étudiants, leur évidence occulte la spécificité des apprentissages liés aux mathématiques. On peut alors noter une tendance à privilégier les approches qui relèvent d'une pédagogie générale indépendante du contenu.

A contrario, si les contenus ne sont pas acquis par les étudiants, et nous avons cité les exemples concernant les décimaux, les fractions et la divisibilité, c'est toute la réflexion didactique qui se trouve réduite par l'importance des lacunes disciplinaires.

✧ Le savoir pédagogique. Nous avons vu au départ de cette étude que l'existence même de ce savoir était problématique. Nous pensons avoir montré sans ambiguïté que l'ensemble des connaissances de type pédagogique que les professeurs de mathématiques donnaient à leurs étudiants se structurait bien en un savoir organisé. Ce savoir porte sur l'existence de séances de classe (d'ingénieries) relatives à des contenus précis. Les canevas de ces séances sont généralement disponibles dans un ouvrage comme ERMEL dont nous avons montré la valeur de référence pour le savoir pédagogique de type mathématique.

Le savoir pédagogique a intégré plus récemment les études portant sur les erreurs des élèves. Nous avons signalé que cette intégration se faisait de manière idéologique à partir de l'hypothèse suivante admise sans justification nette : les erreurs des élèves sont généralement le résultat de mauvaises approches didactiques de la part des enseignants.

La structuration des séances de classe est une autre composante fondamentale du savoir pédagogique. Plusieurs modèles apparaissent qui résultent soit des études de didactique des mathématiques, soit des apports des courants pédagogiques généralistes. Cette dernière approche colore encore une fois le savoir pédagogique d'une nuance idéologique marquée.

✧ Le savoir didactique. Curieusement ce savoir qui a priori nous semblait aller de soi par référence au corpus de la didactique des mathématiques, s'avère au bout de notre étude le plus flou et sans doute celui dont la mise en oeuvre en formation des maîtres est la moins évidente. Cela résulte de différentes causes :

1) La didactique des mathématiques est un champ de recherche dont la vocation première n'est pas de fournir un savoir technique directement utilisable dans les classes.

2) La transposition de ce savoir en formation passe par l'institutionnalisation de certaines notions dont la définition fluctue encore.

3) Nous avons aussi vu que ces notions étaient extraites du cadre théorique qui leur avait donné naissance pour être transformées en outils autonomes. Que devient la notion de jeu de cadre coupée de la théorie de la dialectique outil-objet ? Quel sens accorder aux variables didactiques lorsqu'elles sont utilisées hors du contexte didactique ? Ces questions ne semblent pas avoir reçu de réponses totalement satisfaisantes.

Articulation des diverses stratégies et perspectives de recherches.

Les stratégies que nous avons pu mettre en évidence présentent toutes certaines limites mais, et c'est sans doute une des raisons de leur existence, présentent aussi des avantages spécifiques liés aux points d'appui qu'elles privilégient.

Ce sont également des stratégies contingentes qui s'intègrent dans le cadre dans lequel elles opèrent. Elles tiennent ainsi compte de diverses difficultés effectives, comme les connaissances mathématiques souvent médiocres des étudiants, ou l'élaboration inachevée d'un savoir théorique de référence pour les formateurs.

Ces stratégies fournissent des réponses partielles, mais non nécessairement contradictoires entre elles, aux problèmes posés par la formation. A partir de ce constat, il semble donc naturel de rechercher une stratégie de synthèse. Sur un temps suffisamment long, celle-ci pourrait mettre en réseau les différents leviers de connaissances qui se rapportent à la formation des maîtres et que nous avons pu dégager :

✧ La connaissance du contexte et du milieu dans lesquels va opérer l'étudiant. Cette connaissance lui permet de mieux comprendre les références à la pratique données dans le cadre de la formation.

✧ L'action sur les représentations des enseignants indispensable pour entraîner une plus grande ouverture pédagogique.

✧ Les références à un cadre théorique de type didactique.

Cette synthèse n'est pas utopique et nous avons déjà signalé certaines transitions entre les stratégies. Ainsi, certains formateurs mettent en place des stratégies de transposition à partir d'un mode de fonctionnement très imprégné des stratégies d'homologie. Ils tentent ainsi de concilier l'évolution du savoir didactique avec leur conception constructiviste de l'enseignement. De même, nous avons indiqué des exemples de monstration mise au service de la transposition.

Notre étude nous a permis de dégager des stratégies homogènes et cohérentes. Il nous semble possible désormais de parvenir à une description plus précise de l'ingénierie globale propre à un formateur et qui met en scène une stratégie de base. Cette description doit permettre de mieux comprendre les fluctuations et les changements de stratégies que nous avons perçus dans notre étude. Ainsi, nous pourrions dépasser l'aspect un peu réducteur que comporte la typologie développée dans cette thèse. Il conviendra alors de préciser la stratégie d'un formateur en la découpant en différentes composantes qui reposeront sur les stratégies homogènes décrites dans notre travail. Nous avons présenté dans cette conclusion quelques critères qui expliquaient les variations stratégiques du formateur. Mais un certain nombre de causes envisageables a priori doivent pouvoir être précisées par l'étude des ingénieries.

✧ Le lien entre les contenus mathématiques et les choix stratégiques du formateur. Certains contenus induisent-ils un mode de formation ou inversement certains choix stratégiques conduisent-ils à négliger certains contenus mathématiques?

✧ L'importance des "références" sur le sujet traité par le formateur. Nous avons signalé que les travaux didactiques ne couvraient pas également tous les domaines de l'école élémentaire. Ainsi, les études dans le domaine numérique abondent alors que les études récentes concernant la géométrie et plus encore la mesure sont très rares.

✧ L'expérience professionnelle et les recherches menées par les formateurs. Les travaux personnels du formateur influent naturellement sur les contenus qu'il aborde avec ses étudiants. Nous avons insisté sur l'importance de l'expérience de formation du formateur. Il faut sans doute aussi prendre en compte la date de son arrivée dans les centres de formation.

✧ Les disponibilités du "terrain". Nous voulons ainsi signaler l'importance de l'environnement scolaire proche du formateur. Sa stratégie sera influencée, notamment pour l'usage de la monstration, par les réalisations des écoles situées dans le voisinage de l'Institut de Formation. Elle sera aussi dépendante de l'existence de manuels de classe assez proches dans leur esprit des conceptions du formateur.

✧ La durée de la formation nous semble un autre élément fondamental pour comprendre les choix stratégiques. Nous avons pu percevoir cet effet en étudiant certaines formations dites courtes. Quel est le rôle exact de la durée de formation sur les choix opérés par les formateurs ?

Cet ensemble de questions constitue le nouveau domaine de recherche que je me donne à explorer.

Enfin, la définition d'un cadre plus précis pour décrire la formation des enseignants du premier degré rend possible d'envisager une approche méthodologique différente du problème de l'évaluation des différentes stratégies de formation.

*

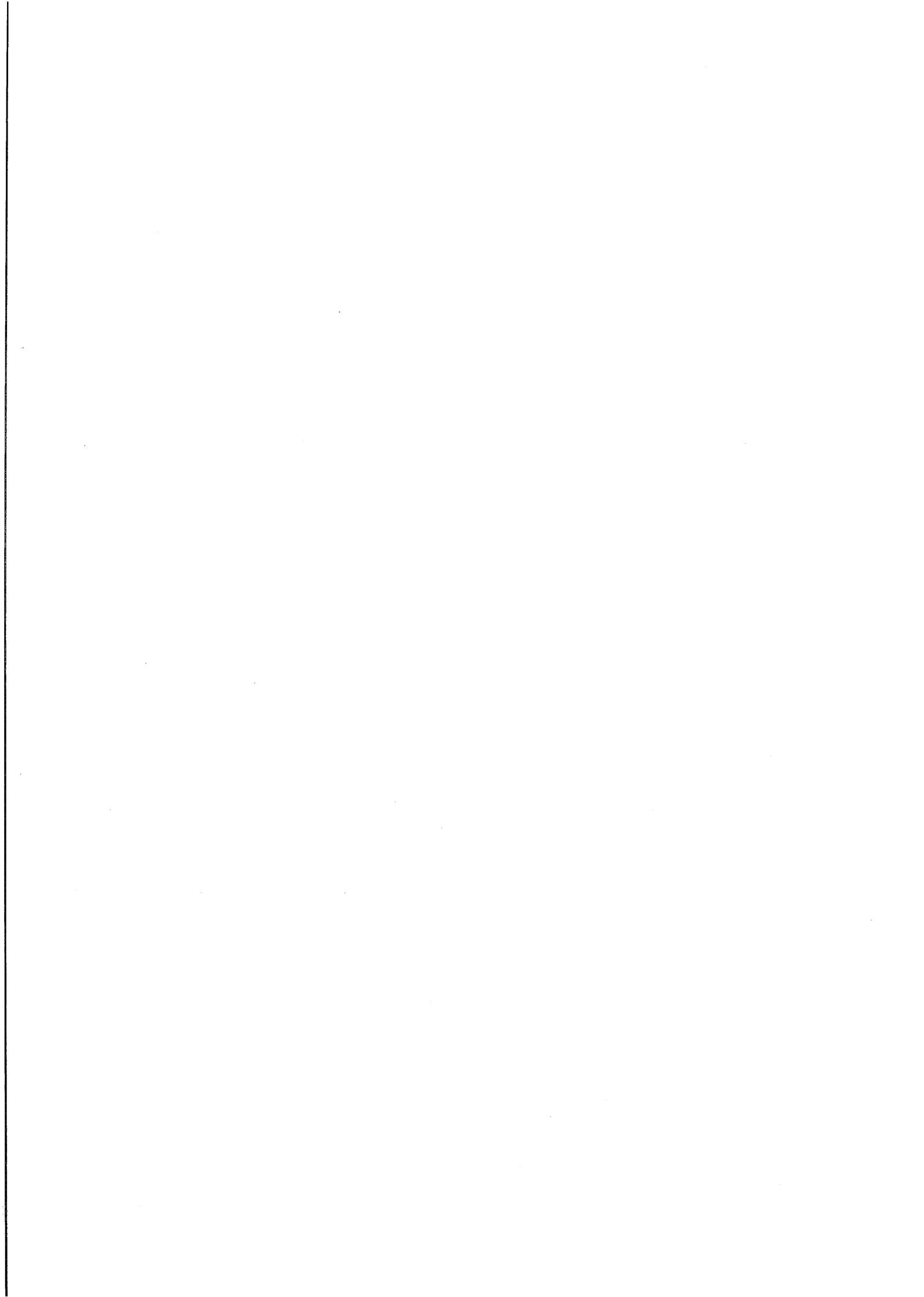
* *

Nous avons indiqué dans notre introduction, qu'au-delà de l'étude des stratégies de formation en mathématiques nous poursuivions deux objectifs :

✧ Le premier, très personnel, visait à mieux comprendre les conditions d'exercice de notre travail de formateur d'enseignants afin d'en approfondir la pratique.

✧ Le deuxième, plus général, consistait à témoigner de la richesse et de la diversité des modes de formation mis en oeuvre dans les centres de formation d'enseignants. Nous souhaitons ainsi contribuer à l'approfondissement de la réflexion de la recherche didactique en confrontant certains de ses apports avec ce lieu privilégié pour sa diffusion que représentent les centres de formation.

Nous savons que nous avons rempli notre objectif personnel, il nous reste à espérer avoir convaincu le lecteur de la réalisation de l'autre objectif.



Références bibliographiques.

A.P.M.E.P, 1985, Jeux 2, Jeux et activités mathématiques, , Publications de l'A.P.M.E.P., Paris.

Actes du Colloque des P.E.N d'Angers, 1987, Université de Nantes.

Actes du Colloque des P.E.N d'Auberive, 1978, Université de Reims.

Actes du Colloque des P.E.N de Bombannes, 1979, Université de Bordeaux.

Actes du Colloque des PEN de Rouen,1988,Université de Rouen.

Actes du Colloque des PEN de Paris, 1990, IREM Paris VII,Paris .

ADDA J, 1982, "L'observation de classe et le paradoxe de l'observateur", Educational studies in mathematics, 13,21-32

ADDA J, 1988,"The mathematics classroom as a micro-society", ICME 6 Budapest.

ARIES P., 1975, L'enfant et la vie familiale sous l'ancien régime,Point, Seuil.

ARTIGUE M, 1984, Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques. Thèse d'Etat, Université de Paris VII.

BACHELARD,1938, La formation de l'esprit scientifique, Vrin, 1969.

BANCEL D,1989, "Créer une nouvelle dynamique de la formation des maîtres", Rapport au Ministre de l'Education Nationale le 10/10/89.

BERBAUM, 1983, Etude systémique des actions de formation, PUF, Paris.

BERTALANFFY (L. van),1973, Théorie générale des systèmes, Dunod.

BEST F.,1979, Article le milieu dans MIALARET G,Vocabulaire de l'éducation,PUF.

BOURDIEU P., 1984, Homo Academicus, Editions de Minuit, Paris.

BOURDIEU, 1980, Le sens pratique, Editions de Minuit, Paris.

BRIAND J,1991, "Rapport au savoir, dévolution, institutionnalisation" in COPIRELEM Stage de Cahors, IREM Paris 7.

BROUSSEAU G, 1990, "Le contrat didactique : le milieu" dans la Revue en Didactique des mathématiques, Vol 9/3.

- BROUSSEAU G. et CENTENO J.,1991, "Le rôle de la mémoire didactique de l'enseignant" dans Revue en Didactique des mathématiques, 11/2-3.
- BROUSSEAU G.,1986, Théorisation des phénomènes d'enseignement. Thèse d'état, Bordeaux.
- BUTLEN D.,1992, "Quelle didactique des mathématiques en formation des maîtres ...". Document de travail pour la formation des enseignants, Université de Paris VII.
- CARAYOL F, 1983, Comportement d'élèves et de futurs maîtres de l'école élémentaire face à des questions de mathématiques, Université de Paris VII, Paris.
- CARNAP,1966, Introduction to philosophy of science,Basic Books.
- CASTELA C 1991,,Mémoire de DEA, Université de Paris VII.
- CHEVALLARD Y, 1985,La transposition didactique, La Pensée sauvage.
- CHEVALLARD Y,1992,"Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique". in Revue en Didactique des mathématiques, Vol 12/1.
- CHEVALLARD Y. et MERCIER A.,1987, "Sur la formation historique du temps didactique", Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLIER D,1991, Savoir-faire et pouvoir transmettre, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.
- CLAVIER Y.,1989, Objectif Calcul, CM2, Hatier,1989.
- COLOMB J, GUILLAUME J.C, CHARNAY R,1987, "Articulation école/collège. Quels contrats disciplinaires en mathématiques?", Revue Française de Pédagogie,80.
- COMITI C et NEYRET R, 1979, "A propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de cours moyen", Revue Grand N, CRDP Grenoble.
- DE CORTE,1990,Les Fondements de l'action didactique,De Boeck .
- DE KETELE J.M etPOSTIC M ,1988, observer les situations éducatives, PUF, Paris.
- DE LANDSHEERE, 1976, Introduction à la recherche en éducation, Armand Colin.
- DEBRAY R., 1990, Apprendre à penser : le programme d'enrichissement instrumental de Feuerstein, Eshel.

- DELBOS G et JORION P, 1984, La transmission des savoirs, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.
- DONEDDU, 1963, Les bases de l'analyse mathématique moderne, Dunod.
- DOUADY R. et PERRIN M.J., 1986, Liaison Ecole-Collège nombres décimaux, IREM Paris VII.
- DOUADY R. et ROBERT A, 1991, "Exemples de différentes stratégies de formation", Document de travail pour la formation des enseignants n°5, Université de Paris VII, Nov 91.
- DUCROT O., 1973, Dire et ne pas dire, Hermann.
- DURU-BELLAT M et LEROY-AUDOUIN C, 1990, "Les pratiques pédagogiques au CP : structures et incidences sur les acquisitions des élèves", Revue Française de Pédagogie, n°93.
- EILLER R., 1987, Math et Calcul (Nouvelle édition), CM2, Hachette.
- ERMEL, 1977, Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, Cycle Préparatoire, SERMAP O.C.D.L., Paris.
- ERMEL, 1980, Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, Cycle Elémentaire, SERMAP Hatier
- ERMEL, 1982, Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, Cycle Moyen, SERMAP Hatier, Paris
- ERMEL, 1990, Apprentissages numériques et résolution de problèmes, Grande section de maternelle, Hatier, Paris.
- ERMEL, 1991, Apprentissages numériques et résolution de problèmes, Cours préparatoire, Hatier, Paris.
- GRISVARD C et LEONARD F, 1986, "Résurgence de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux" in Les nombres décimaux, Publication de l'APMEP n°61.
- HABERMAS J, 1968, La technique et la science comme idéologie, Denoël, 1973.
- HALL E. T, 1984, La danse de la vie, temps culturel, temps vécu, Seuil
- HALL E.T, 1971, La dimension cachée, Seuil (1978)
- HARDY G.H. et WRIGHT E.M., 1938, An introduction to the theory of numbers p 114, Oxford Science Publications, 1979.

- HOUEMENT C et KUZNIAK A, 1986, DEA de didactique, Université de Paris VII.
- HOUEMENT C et PELTIER M.L, 1991, "La boîte du pâtissier" in COPIRELEM Cahors, IREM Paris 7.
- HUGUET F, 1991, "Dévolution de la variable didactique" in COPIRELEM Cahors, IREM Paris 7.
- I.F.M. de Grenoble, 1987, Formation des Elèves-Instituteurs et Didactique des mathématiques, Publications de l'IFM de Grenoble.
- INRP, 1984, "Comment font-ils?", Rencontres pédagogiques n°4, INRP, Paris.
- INRP, 1991, "Construction de savoirs mathématiques au collège", Rencontres pédagogiques n°31, INRP, Paris.
- IREM de Lyon, Suivi scientifique 6°, 1987,.
- IREM Grenoble, 1987, L'apprentissage du raisonnement au Cours Elémentaire, CRDP Grenoble.
- JODELET D., 1989, Les représentations sociales, PUF, Paris.
- KUZNIAK A, 1992, "Le conflit socio-cognitif en formation des maîtres" in COPIRELEM Pau 1992.
- KUZNIAK A, 1986, D.E.A de didactique, Université de Paris VII, .
- LE NY J.F., 1961, Le conditionnement et l'apprentissage, PUF, 1980.
- MALGLAIVE G., 1990, Enseigner à des adultes, PUF, Paris.
- MEDIA-FORMATION, 1982, Apprendre à observer, Ministère de l'Education Nationale.
- Ministère de l'Education Nationale, Circulaire générale du 26/06/79 et Arrêté du 13/07/79.
- Ministère de l'Education Nationale, 1986, Circulaire générale du 25/09/86.
- Ministère de l'Education Nationale, 1992, Note de service n°92-069 du 27/01/1992. B.O. n°5.
- MONTAGNER H., 1982, Les rythmes biologiques chez l'enfant et l'adolescent, Plon.
- NAVARRO C, 1983, "Théorie opératoire de l'intelligence et analyse des processus cognitifs de l'adulte dans la réalisation de tâches : quelques études récentes", in Not L, Perspectives piagétienne, Privat, Toulouse.
- PAPERT S, 1981, Le jaillissement de l'esprit, Flammarion, Paris.
- PEZARD M, 1985, Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves instituteurs, Université de Paris VII, Paris.

POLYA G,1957, How to solve it, Princeton University Press.

POSTIC M,1977, observation et formation des maîtres, PUF.

ROBERT A et ROBINET J, 1989, "Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement", Cahier de Didirem 1, Université de Paris VII.

ROBERT Aline,1991, "Questions sur la formation, sur l'observation en formation", Document de travail pour la formation des enseignants n°5, Université de Paris VII.

ROCHEX J.Y,1992, Entre activité et subjectivité : le sens de l'expérience scolaire, Thèse de Doctorat en Sciences de l'éducation, Université de Paris 8.

SANNER M., 1983, Du concept au fantasme,PUF.

SEDGEWICK R., 1983, Algorithms, Addison-Wesley.

THEUREAU J,1991, "Cours d'action et savoir-faire" in Savoir-faire et pouvoir transmettre, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.

THOM R, 1988, Esquisse d'une sémiophysique, InterEditions,Paris.



Bibliographie

- Actes du Colloque des P.E.N. d'Auberive, 1977, Université de Reims.
- Actes du Colloque des P.E.N. de Confolent, 1980, Université de Clermont.
- Actes du Colloque des P.E.N. de Blois, 1982, Université d'Orléans.
- Actes du Colloque des P.E.N. du Touquet, 1981, Université de Lille.
- Actes des Colloques des P.E.N. de Gueret (1985) et de Quimper(1986) , 1987, IREM Paris VII.
- Actes du Colloque des P.E.N. de Bordeaux, 1989, Université de Bordeaux.
- ARTIGUE M et ROBINET J,1982, "Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire" in Recherches en Didactique des mathématiques Vol 3/1.
- ARTIGUE M, 1986,"Etude de la dynamique d'une situation de classe : une approche de la reproductibilité". in Recherches en Didactique des mathématiques Vol 7/1.
- ARTIGUE M,1989, "Epistémologie et didactique" in Cahier de Didirem 3, IREM Paris 7.
- BLANCHET A, 1987, Interviewer in BLANCHET et alibi, Les techniques d'enquêtes en sciences sociales Dunod.
- BOSSUET G, 1983, l'ordinateur à l'école, PUF.
- BROUSSEAU G, 1981, Problèmes de didactique des décimaux" in Recherches en Didactique des mathématiques Vol 2.1.
- BROUSSEAU G, 1986, "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques" in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 7/2.
- BROUSSEAU G., 1983, "Les obstacles épistémologiques et les problèmes de mathématiques" in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 4/2.
- BUTLEN D. et PEZARD M,1991, "Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs instituteurs-maîtres-formateurs", Document de travail pour la formation des enseignants, Université de Paris VII.
- BUTLEN D. et PEZARD M, 1992, "Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs" in Recherches en Didactique des mathématiques Vol 12/2-3.
- CHERKAOUI M, 1979, Les paradoxes de la réussite scolaire, PUF.

- CHEVALLARD Y et JOSHUA M.A., 1982, "Un exemple d'analyse de la transposition didactique", in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 3/2.
- COLOMB J (Edités par), 1992, Recherches en didactiques : contribution à la formation des maîtres, I.N.R.P., Paris.
- CONNE F, 1992, "Savoir et connaissances dans la perspective de la transposition didactique", in Recherches en Didactique des mathématiques Vol 12/2-3.
- De KETELE J.M. et ROEGIERS X, 1991, Méthodologie du recueil d'informations. De Boeck.
- DOISE W et MUGNY G, 1981, Le développement social de l'intelligence, InterEditions.
- DOUADY R, 1986, "Jeux de cadres et dialectique outil-objet", in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 7/2.
- ERMEL, 1991, Apprentissages mathématiques au collège, Hatier.
- FAYOL M, 1981, Former des maîtres. Propositions pour une stratégie" in Revue Française de Pédagogie n°55. INRP.
- HENRY M, 1991, Didactique des mathématiques, en vue de la formation des enseignants, IREM de Besançon.
- JAULIN-MANNONI F : Le Pourquoi en mathématiques. ESF.
- JONNAERT P, 1988, Conflits de savoirs et didactique, De Boeck, Bruxelles.
- LAUTREY J, 1980, Classe sociale, milieu familial, intelligence. PUF
- Le NY J.F., 1966, Le conditionnement, PUF.
- MEIRIEU P., 1987, Apprendre...oui, mais comment ?, ESF.
- MEIRIEU P., 1985, L'école, mode d'emploi, ESF.
- NOT L, 1989, l'enseignement répondant, PUF.
- PERRET-CLERMONT A.N., 1979, La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale, Peter Lang, Berne
- PLANCHON H, 1989, Réapprendre les mathématiques, ESF.
- POSTIC et De KETELE, 1988, Observer les situations éducatives, Paris.
- REUCHLIN M, 1977, Psychologie, PUF.

- REVUZ A, 1980, Est-il impossible d'enseigner les mathématiques. PUF.
- ROBERT A, 1992, "Projets longs et ingénieries pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie." in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 12/2-3.
- ROGALSKI J, 1984, "Enseignement et acquisition de la bidimensionnalité", Cahier de didactique des mathématiques, IREM Paris VII.
- ROUCHIER A et STEINBRING H, 1989, "The practice of teaching and research in didactics" in Recherches en Didactique des mathématiques Vol 9.2.
- SNYDERS G, 1973, Où vont les pédagogies non directives? PUF.
- VERGNAUD G, 1981, L'enfant, la mathématique et la réalité, Peter Lang. Berne.
- VERGNAUD G, 1982, "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques" in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 2/2.
- VERGNAUD G, 1991 "La théorie des champs conceptuels" in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 10/2-3.

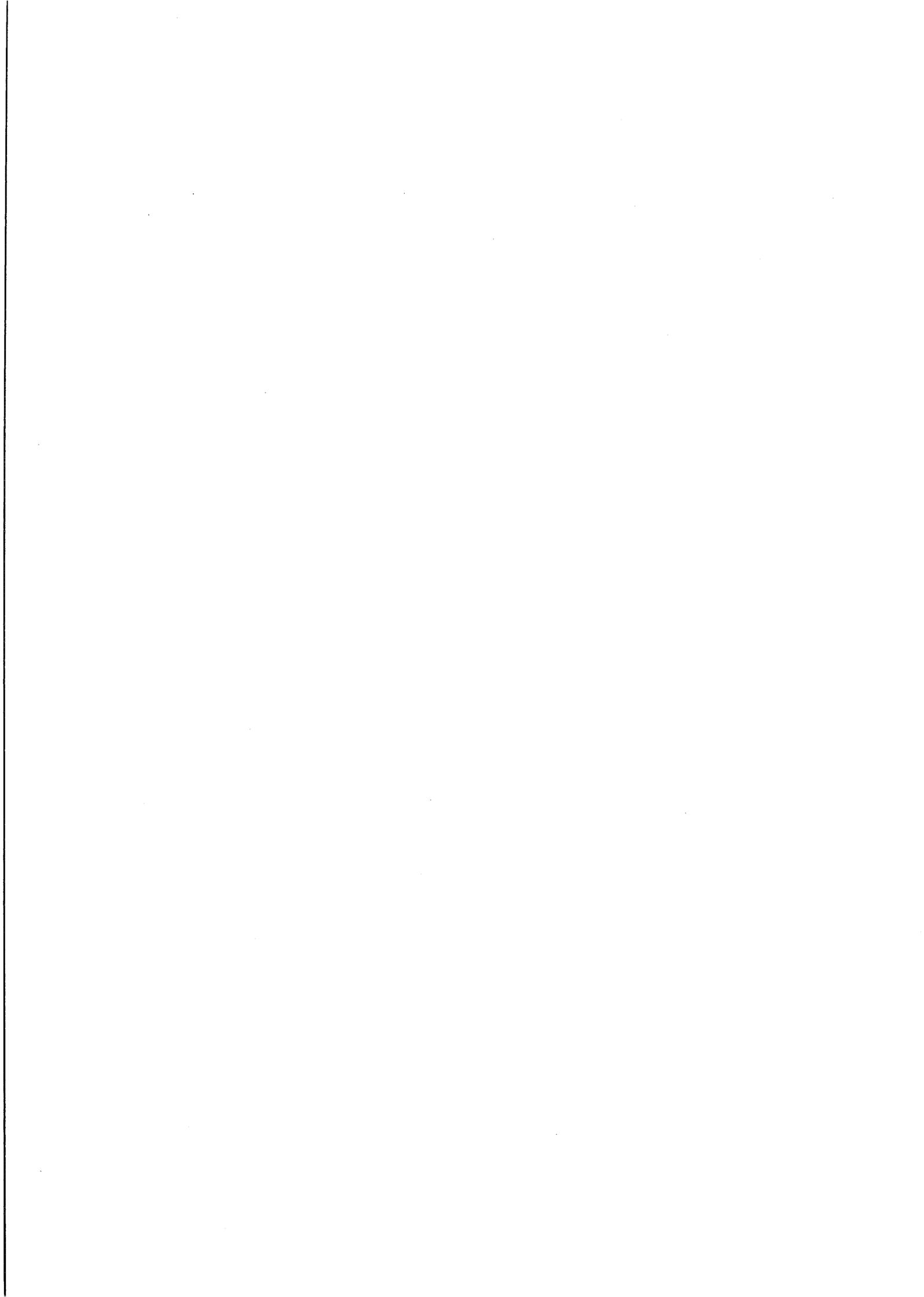


Table des matières

Introduction générale.....	3
Mises au point méthodologiques.....	9
Pourquoi étudier les stratégies de formation ?	9
1. Quel est le système observé ?	10
2. Nature des savoirs mis en jeu ?	11
3. La place de l'observateur.....	13
4. Les sources et les documents utilisés pour ce travail.....	15
5. Délimitation du sujet.....	18
Présentation du plan.....	20
Première partie. -Mise en évidence de différentes stratégies de formation.	22
Chapitre premier. - Quelques données de base sur la formation des maîtres.....	23
I. Les contraintes institutionnelles légales.....	23
A. Les types de formation.....	23
B. La gestion de la pluridisciplinarité.....	30
II. Les acteurs de la formation.....	33
A. Les étudiants.....	33
B. Les formateurs en mathématiques.....	41
Chapitre 2. - Approche de quelques stratégies de formation dans un contexte pluridisciplinaire.....	45
La séance de géographie.....	45
La séance d'E.P.S.....	48
La séance de dessin.....	50
La séance "cinéma"	50
Conclusion.....	51

Chapitre 3. - Etude des diverses transformations d'un document didactique en formation des maîtres.....	54
I. Etude de l'activité.....	56
A. Rappel de la nature et des objectifs de l'activité.....	56
B. Présentation des formes usuelles d'activités sur ce thème.....	56
1) Etude du manuel Math et Calcul CM2, publié chez Hachette.....	57
2) Etude de Objectif Calcul chez Hatier.....	60
C. Analyse du texte de la brochure I.R.E.M.....	64
D. Un exemple de mise en oeuvre effective dans une classe élémentaire.....	66
II. Mise en oeuvre de cette activité en formation des maîtres.....	71
A. Stratégies culturelles.....	72
B. Stratégies d'homologie.....	73
C. Stratégies de transposition.....	74
1) Mise au point pédagogique de séances de classe.....	74
2) Le cours de didactique.....	76
D. Stratégies de recherche applicative.....	78
III. Exemples de retours de formation.....	78
IV. Conclusion.....	81
Conclusion de la première partie.....	84
Deuxième partie. - Etude des stratégies de formation privilégiant la professionnalisation.....	88
Chapitre premier. - Les stratégies basées sur la monstration.....	89
La configuration de stage.....	94

La configuration standard	102
1) La monstration-action.	104
2) L'approche technologique	107
3) L'approche didactique.	113
Conclusion	115
Chapitre 2. - Les stratégies basées sur l'homologie.	119
1. Définitions.	120
a) Introduction.	120
b) Présentation des différents modèles.	123
(1) Le modèle magistral (M-S et M-S).....	123
(2) Le modèle relationnel (M-C et M-C).....	123
(3) Le modèle constructiviste (C-S et C-S).....	124
2. Etude des stratégies d'homologie (modèle constructiviste).	126
a) Homologie directe et indirecte.	126
(1) Cas d'une situation simple ou homologie directe.	126
(2) Cas d'une situation complexe ou homologie indirecte.....	128
(3) Conclusion.	130
b) Etude de l'homologie non distanciée.	131
(1) Place de l'informatique dans la formation des maîtres.....	132
(2) Présentation de la démarche suivie.	133
(3) Conclusion.....	135
c) Difficultés inhérentes aux stratégies basées sur l'homologie.....	136
(1) Présentation de l'activité.....	136

(2) Les difficultés liées au savoir mathématique.....	141
(3) Les difficultés liées à la transmission d'un savoir pédagogique ou didactique :	146
la dénaturation simplificatrice.....	146
3. Avantages et limites des stratégies basées sur l'homologie	149
Chapitre 3. - Les stratégies basées sur la transposition.....	153
1. Etude de la tendance pédagogique.....	155
a) La transmission directe du savoir pédagogique (La leçon de pédagogie).....	155
(1)Etude détaillée du ERMEL.....	157
(2)Transmission du savoir contenu dans le ERMEL.....	161
b) Les approches indirectes.....	166
(1)L'explicitation des démarches pédagogiques.....	167
(2)Etude des erreurs et des procédures de "remédiation".....	170
Un cours sur les décimaux.....	171
Evaluation du ministère.....	173
2. Etude de la tendance didactique.....	177
a) La didactique objet d'enseignement.....	180
(1) Le cours de didactique.....	180
(2)Entre stratégies d'homologie et stratégies liées à la transposition.....	181
b) La didactique outil.....	185
(1)L'apport d'outils d'analyse.....	185
(2)La construction de séquences didactiques.....	188
3. Conclusion.....	190

Troisième partie.

Evaluation des effets des différentes stratégies	193
Introduction.....	194
1. Le stage terminal.....	203
A. Introduction.....	203
B. Le statut du stage.....	204
C. Le milieu du stage.....	206
1. Définition du milieu	206
2. L'école et la classe	211
(1)L'école	212
a) La structure de l'école.....	212
b)Le directeur.....	213
c)Les tâches non-cognitives du maître.....	213
d)Les parents.....	213
(2) La classe	214
a) Les élèves.....	214
b)la mémoire de la classe	216
c)Espace et temps didactiques.....	216
D. Notion d'activités, d'acte et d'action.	220
E. Effets des stratégies observables pendant le stage.....	222
2. Etudes de cas.....	224
A. Méthodologie.	224
B. Etude du cas des étudiants ayant suivi deux ans de formation (FP).....	228
1. Le cas de Laurence G.	228
2. Le cas de Sophie S.	230
3. Le cas de Brigitte B.....	233

4. Le cas de Véronique A.	234
5. Conclusion	236
C. Etude du cas des étudiants ayant suivi un an de formation (CI).....	241
1. Le cas standard (Le cas de Murielle B).	244
2. Le cas de Véronique S.....	245
3. Conclusion	247
Conclusion de la partie.....	250
Conclusion générale	253
Clarifier les stratégies mises en oeuvre pour former en mathématiques les maîtres du premier degré.....	253
Caractéristiques des différentes stratégies de professionnalisation	254
1) Les stratégies basées sur la monstration.....	254
2) Les stratégies basées sur l'homologie.....	255
3) Les stratégies de transposition.....	256
Critères de choix stratégiques a priori.....	257
1) Place du formateur en mathématiques.....	258
2) Leviers utilisés par le formateur pour son action.....	259
3) Les savoirs de base nécessaires.....	259
Etude des effets de la formation.....	260
Les savoirs transmis en formation.....	264
Articulation des diverses stratégies et perspectives de recherches.....	266
Références bibliographiques.....	270
Bibliographie	275
Table des matières.....	278

Liste des annexes

Annexe 1 : Chapitre II de la brochure de DOUADY R. et PERRIN M.J., 1986, Liaison Ecole-Collège nombres décimaux, IREM Paris VII.

Annexe 2 : Séance proposée par CHARNAY R. in Actes du Colloque des PEN de Rouen 1988 page 57 et suivantes avec relevé des réponses d'étudiants d'Evreux.

Préparation de séance à partir des "Malheurs d'Alfred" par les étudiants.

Annexe 3 : Séances proposées dans COPIRELEM, 1991, Stage de Cahors, IREM de Paris 7.

1) BRIAND J, "Rapport au savoir, dévolution, institutionnalisation".

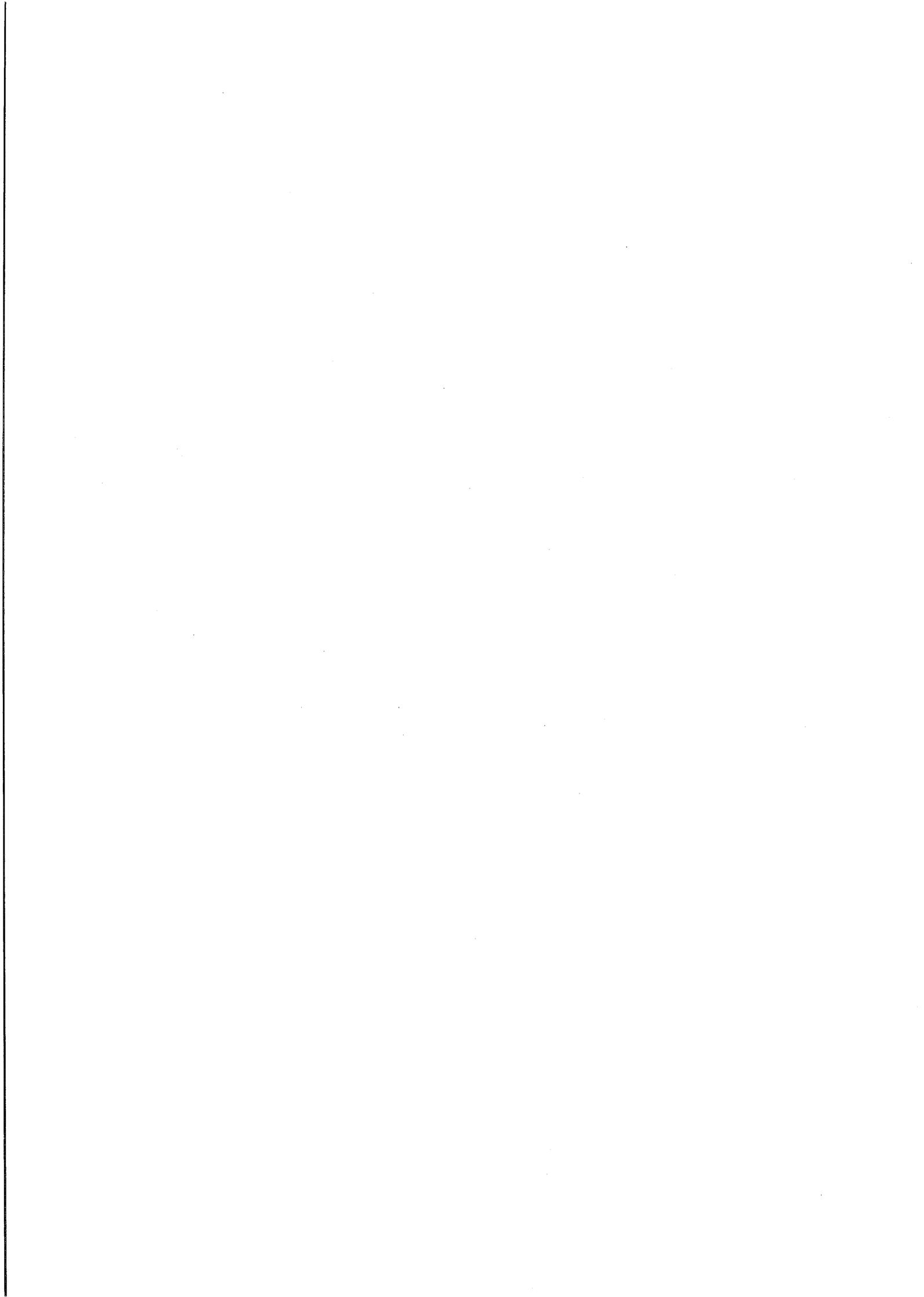
2) HOUEMENT C et PELTIER M.L, "La boîte du pâtissier".

3) HUGUET F, "Comparaison de collections au CP : Dévolution de la notion de variable didactique".

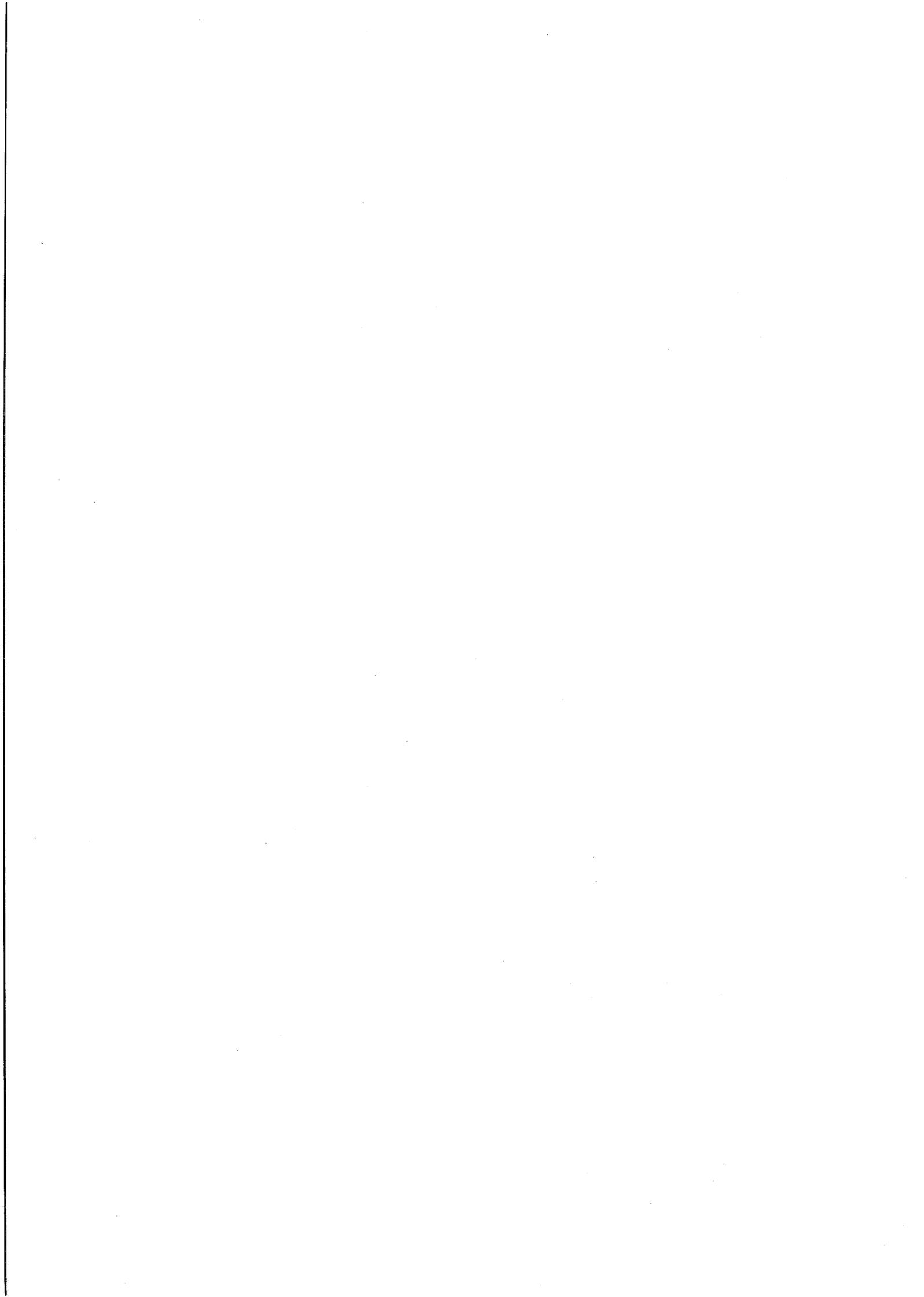
4) CHEVALLIER M.C , "Grandeur et mesure".

Annexe 4 : Questionnaires de début et de fin de formation (QS et QE).

Annexe 5 : Extraits du DEA de didactique de HOUEMENT C et KUZNIAK A, 1986, Université de Paris VII.



Annexe 1 : Chapitre II de la brochure de DOUADY R. et PERRIN M.J.,1986, Liaison Ecole-
Collège nombres décimaux, IREM Paris VII.



CHAPITRE II.

UTILISATION DES FRACTIONS POUR CODER DES AIRES

OBJECTIFS :

Utilisation des fractions pour coder l'aire de portions de feuilles de papier, l'unité de référence étant la feuille entière.

Deux portions de feuille peuvent être codées par la même fraction sans être superposables, ce qui n'est pas le cas des longueurs. Ceci va permettre de distinguer plus facilement le nombre (mesure) de la grandeur à mesurer.

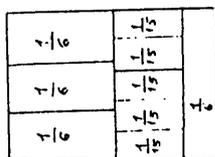
Remarques sur le choix de la situation.

Il s'agit ici de mesure directe des aires par report de l'unité ou d'une fraction de l'unité. Pour aborder cette situation, il n'est pas nécessaire d'avoir travaillé sur la notion d'aire. On s'appuie néanmoins sur l'invariance de l'aire par découpage et recollement. On peut trouver des situations sur la notion d'aire dans la brochure n° 48 "Mesure des longueurs et des aires".

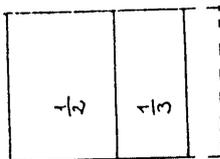
II.1 - CODAGE D'AIRES DE PIÈCES DÉCOUPÉES DANS UNE FEUILLE DE PAPIER.

a) Matériel utilisé : des feuilles de papier blanc 21 x 29,7 et des enveloppes contenant chacune des pièces découpées par le maître dans des feuilles de couleur de même format : 6 ou 7 découpages différents n'utilisant chacun pas plus de 2 ou 3 feuilles. Les pièces ne comportent aucune indication.

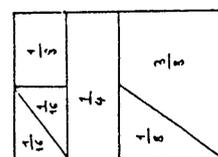
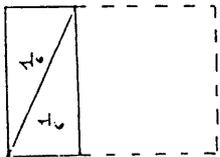
Exemples de découpages.



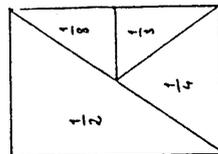
D1



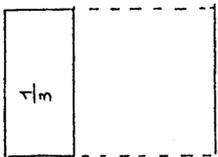
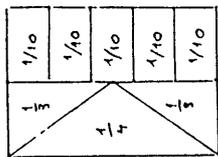
D2



D3



D4



b) Organisation de la classe :

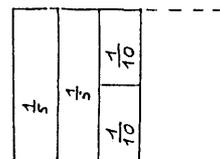
Les élèves travaillent par équipes de 2. Chaque équipe reçoit 2 feuilles blanches et une enveloppe.

Consigne : Dans chaque enveloppe il y a plusieurs pièces en papier. Avec une pièce, vous pouvez en général, en en prenant plusieurs copies, reconstituer une feuille entière. En assemblant les pièces de l'enveloppe vous pouvez obtenir une feuille ou plus.

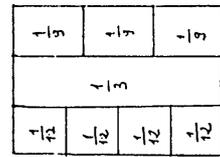
- 1) Assembler les pièces comme un puzzle de façon à reconstituer une feuille entière et plus si nécessaire.
- 2) Evaluer chaque pièce par rapport à une feuille, c'est-à-dire, pour chaque pièce, dire quelle fraction de feuille on utilise pour la réaliser.
- 3) Passer commande du nombre de feuilles de papier nécessaires pour reproduire l'ensemble des pièces de l'enveloppe en faisant le moins possible de chutes. Le reproduire.
- 4) Evaluer la quantité de papier effectivement utilisé et évaluer les chutes. Chacun dans l'équipe fait les calculs.

Remarques :

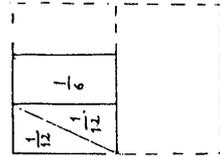
- 1) Les pièces qui ne peuvent pas la feuille sont elles-mêmes payables avec d'autres pièces de l'enveloppe. On peut donc évaluer toutes les pièces.
- 2) La première consigne demande un travail d'équipe. En effet, l'activité d'assemblage des pièces est complexe. Les élèves doivent s'accorder sur une bonne reconstitution et argumenter leurs propositions en cas de désaccord. Pour la 2ème et la 3ème consignes,



D5



D6



les coéquipiers peuvent se partager le travail à condition qu'ils se mettent d'accord sur les résultats. La 4ème consigne se fait en travail individuel avec confrontation des résultats.

c) Analyse de la tâche.

1 - Les pièces sont à considérer comme les pièces d'un puzzle qu'il faut assembler bord à bord. On aura réalisé une feuille entière si les pièces permettent de recouvrir complètement la feuille vierge sans chevauchement.

2 - L'évaluation d'une pièce P par rapport à la feuille de papier se fait en cherchant combien il en faut d'exemplaires pour paver la feuille entière. Ceci peut s'obtenir en se référant à un morceau déjà évalué (Ex : $1/6 f = 1/2(1/3 f.)$).

On peut admettre une erreur de 1 ou 2 millimètres due au manque de précision dans le découpage des pièces, mais un décalage de l'ordre du centimètre n'est pas admissible. Prenons l'exemple de l'ensemble de pièces D1 qui comprend 5 rectangles de valeur $1/15$ et de dimensions 9,9 cm sur 4,2 cm. On peut recouvrir une feuille $21 \times 29,7$ avec 3 bandes de 5 petits rectangles (Fig. 1). Avec 2 bandes de 7 rectangles placés dans l'autre sens on recouvre presque la feuille (fig. 2)

$7 \times 4,2 = 29,4$ décalage 3 mm acceptable
 $2 \times 9,9 = 19,8$ décalage 1,2 cm inacceptable

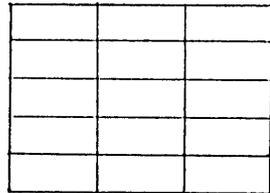


Fig. 1

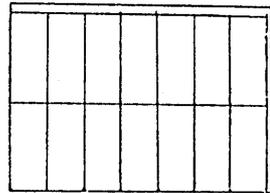


Fig. 2

Les activités 1 et 2 (reconstitution du puzzle et évaluation de chaque pièce) sont complémentaires et servent de contrôle l'une à l'autre.

3 - La réponse à la troisième question résulte de la reconstitution du puzzle.

4 - Pour évaluer la quantité de papier utilisé et les chutes, on est obligé de recourir au calcul : ajouter les fractions. Il s'agit ici de fractions simples, il n'est pas nécessaire de recourir à une technique générale de réduction au même dénominateur, mais seulement de manipuler d'autres écritures de fractions dans un champ de nombres connu.

C) Bilan.

Compte-tenu de nos observations dans les classes où nous avons réalisé cette séquence, on peut prévoir qu'à la fin de la séance, les élèves auront en général reconstitué le puzzle, évalué chaque pièce à l'aide d'une fraction simple et évalué la quantité de papier utilisé par une somme de fractions, réduite ou non.

Par exemple pour D_2 , ils peuvent avoir écrit

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \text{ ou } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \text{ ou } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{ ou encore } 1 + \frac{1}{6}$$

Le travail est riche d'informations et il est important de faire le point des résultats obtenus à la fin de la séance même si toutes les questions n'ont pas été résolues. Au cours du bilan on récapitule les résultats trouvés par chacune des équipes, on explicite le fait que des pièces non superposables peuvent être codées par la même fraction. Le nombre fractionnaire qui a servi à évaluer une pièce est la mesure de l'aire de cette pièce quand on prend l'aire de la feuille comme unité.

Par ailleurs, pour l'évaluation de la quantité de papier utilisé, on obtient des écritures variées et on écrit au tableau de nombreuses égalités.

Par exemple : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + (2 \times \frac{1}{6})$
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + (2 \times \frac{1}{3}) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$
 $= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$ etc....

e) Exploitation des résultats.

Une deuxième séance reprend le bilan de la séance précédente et permet de terminer le travail : évaluation des chutes. Le travail consiste à trouver le complément à l'entier supérieur le plus proche de la quantité de papier utilisé. On peut répondre à cette question par le calcul : par exemple,

pour D₂, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1 + \frac{1}{6} = 2 - \frac{5}{6}$

On peut aussi se servir du puzzle lui-même pour réduire le calcul à ce qui dépasse un nombre entier de feuilles. Par exemple, pour D₅, une fois le puzzle assemblé, on peut constater qu'il manque $2 \times \frac{1}{3}$ pour terminer la deuxième feuille. On peut alors retourner au calcul et formuler que :

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + (2 \times \frac{1}{10}) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1 \text{ et donc } 1 + \frac{3}{5} = 2 - \frac{2}{5}$$

et ainsi enrichir le domaine des nombres avec lesquels on calcule.

Cette exploitation numérique se fait pour toute la classe à propos de chaque puzzle. Ceci assure une diffusion au niveau de la classe des résultats de chacun.

On propose ensuite une nouvelle consigne pour faire fonctionner ce qui a été appris au cours du bilan.

Consigne : Comparer les puzzles du point de vue de la quantité de papier utilisée.

Travail individuel.

Analyse de la tâche : Chacun dispose des expressions numériques obtenues au cours du bilan, mais non des pièces elles-mêmes. Les élèves ont nécessairement à comparer des fractions. Ils peuvent cependant dessiner ou reporter les fractions sur un axe gradué (cf ch. 1). On peut de toute façon le leur demander à titre d'exercice.

Avec les exemples proposés, les comparaisons sont faciles : pour D₁ il faut 1 feuille, pour D₃ 1 feuille, pour D₄ il faut $2 + \frac{1}{3}$ feuille, donc plus de 2. Restent D₂, D₅, D₆ qui utilisent entre 1 et 2 feuilles.

D₂ $\longrightarrow 1 + \frac{1}{6}$; D₆ $\longrightarrow 1 + \frac{2}{6}$ et D₅ $\longrightarrow 1 + \frac{3}{5}$, c'est plus que $1 + \frac{1}{2}$ alors que D₂ et D₆ utilisent moins que $1 + \frac{1}{2}$ feuille.

On compte sur ce travail de comparaison, comme sur celui d'évaluation de la quantité de papier utilisée et des chutes pour que les élèves se familiarisent avec des calculs sur les fractions sans nécessairement recourir à une technique élaborée : on peut par exemple comparer des sommes sans disposer d'une écriture réduite. Tous ces calculs contribuent à donner un statut de nombre aux écritures fractionnaires. Il reste, pour chacun, à fixer les acquis et à en acquérir une pratique convenable. L'institutionnalisation, dont le maître est responsable, a pour rôle de fixer ce que les élèves doivent retenir et les exercices ont pour rôle de faire acquérir la pratique nécessaire.

f) Institutionnalisation.

- A chaque pièce on a associé une valeur numérique. Une même valeur numérique peut être associée à des pièces différentes. Deux pièces de même valeur numérique ont la même aire. L'écriture $\frac{1}{n}$ désigne la valeur d'une pièce lorsqu'il en faut n copies pour paver la feuille. Par exemple :

$$6 \times \frac{1}{6} = 1 \text{ et on écrit } 4 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{6}.$$

Vocabulaire : dans $\frac{4}{6}$, 4 est le numérateur et 6 est le dénominateur.

- On a plusieurs écritures d'une même fraction. par exemple

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \dots\dots\dots$$

- A la juxtaposition des pièces correspond la somme de leurs valeurs numériques. On a une écriture réduite de la somme de plusieurs fractions facile à trouver si les fractions ont même dénominateur : cela correspond à évaluer une pièce obtenue en juxtaposant des pièces de valeurs $\frac{p_1}{n}, \frac{p_2}{n}, \dots, \frac{1}{n}$:... c'est-à-dire à compter des pièces élémentaires de valeur $\frac{1}{n}$ donc à substituer à l'unité "feuille" l'unité "pièce de valeur $\frac{1}{n}$ ".

Par exemple $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{7}{5} + \frac{4}{5} =$

$$(2 \times \frac{1}{5}) + (3 \times \frac{1}{5}) + (7 \times \frac{1}{5}) + (4 \times \frac{1}{5}) =$$

$$(2+3+7+4) \times \frac{1}{5} = \frac{16}{5}.$$

D'autre part $\frac{5}{5} = 1$ et $\frac{16}{5} = [(3 \times 5) + 1] \times \frac{1}{5} = 3 + \frac{1}{5}.$

- Pour réduire à une fraction une somme de fractions de dénominateurs différents, on a besoin de trouver une "unité commune". Ceci traduit la recherche d'une pièce élémentaire qui permette d'évaluer les pièces dont les valeurs sont les fractions données. Par exemple, on cherche une fraction exprimant la somme $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$;

$\frac{1}{4}$ (resp. $\frac{1}{6}$) est la valeur d'une pièce qui peut être reportée

4 fois (resp. 6 fois) dans la feuille.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{3}{18} = \dots\dots\dots$$

Cela veut dire que 2 petites pièces de valeur $\frac{1}{6}$

peuvent paver $\frac{1}{4}$ feuille, etc

Ainsi avec $\frac{1}{12}$ on peut évaluer les $\frac{p}{4}$ et les $\frac{k}{6}$.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

Remarque : l'interaction entre les deux cadres : pièces de papier et valeurs numériques est indispensable pour que les calculs aient du sens et que les erreurs soient repérables.

g) Exercices.

En voici quelques exemples :

- Reporter sur un axe gradué toutes les fractions rencontrées au cours de l'activité.

- Trouver ou contrôler selon le cas l'ordre des valeurs numériques.

- Proposer pour chacune des fractions suivantes dix écritures différentes :

$$\frac{1}{3} ; \frac{3}{4} ; \frac{2}{7} ; \frac{14}{5} ; \frac{132}{10} ; \frac{84}{12}$$

- Ordonner les fractions précédentes.

- Situer les fractions sur un axe gradué en nombres entiers.

- Encadrer chacune d'elles par 2 entiers consécutifs.

- Chercher la valeur à attribuer à x pour que les relations suivantes soient vérifiées :

$$x + \frac{3}{4} = 1 \quad x + \frac{3}{4} = 5 \quad \frac{1}{4} + x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} + x = \frac{5}{4} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = x \quad \frac{2}{3} + x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} + x = \frac{4}{3} \quad \frac{11}{6} + x = 2 \quad \text{etc } \dots$$

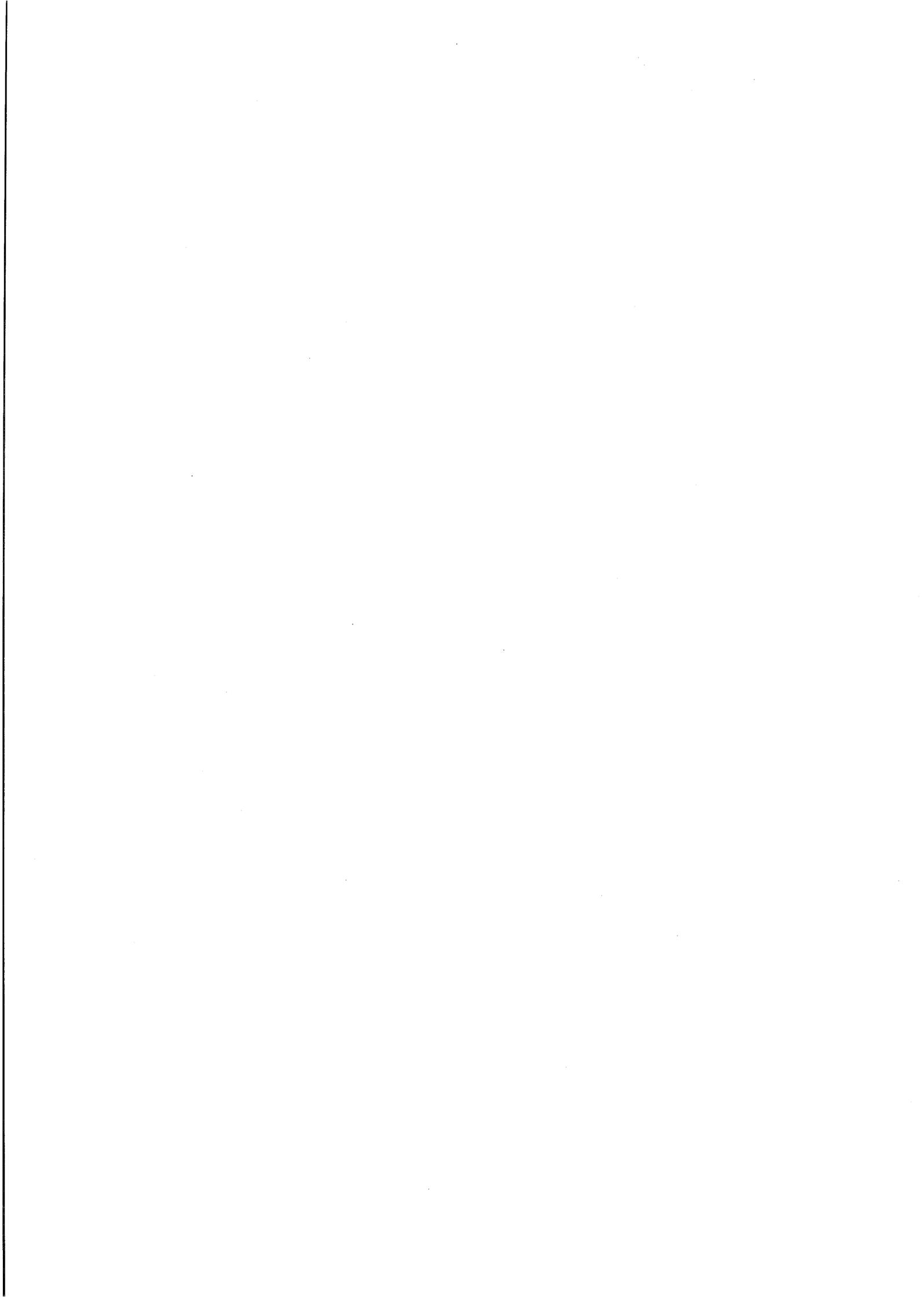
II.2 - FABRICATION DE DECOUPAGES PAR LES ELEVES EUX-MEMES.

Il s'agit d'un jeu de communication. Les élèves travaillent par deux : émetteur-récepteur.

Matériel : chaque élève dispose de 2 feuilles de papier.

Annexe 2 : Séance proposée par CHARNAY R. in Actes du Colloque des PEN de Rouen
1988 page 49 et suivantes avec relevé des réponses d'étudiants d'Evreux.

Préparation de séance à partir des "Malheurs d'Alfred" par les étudiants.



L'objectif de ce travail est d'engager une réflexion et un débat sur le thème "enseignement et apprentissage":

- analyser des situations d'enseignement,
- en déterminer les caractéristiques,
- les référer à des conceptions sur l'apprentissage,
- ...

Premier temps:

Voici 3 situations de travail sur le thème "agrandissement de figures et proportionnalité" destinés à des élèves de CM n'ayant pas encore abordé l'étude de la proportionnalité.

Par petits groupes, analyser et comparer ces 3 situations à partir des questions suivantes:

(1) pour chaque situation, quels en sont selon vous les caractéristiques principales et les éléments déterminants?

(2) dans chaque situation, quelle est la nature des activités demandées aux élèves? qu'ont réellement à faire les élèves? qu'est-ce qui est de la responsabilité de l'élève dans l'élaboration du savoir?

(3) dans chaque situation, quelle est la place et quel est le rôle de l'enseignant dans cette élaboration du savoir?

(4) quelles différences voyez-vous entre ces situations? qu'est-ce qui peut déterminer votre choix?

(5) avez-vous des propositions d'aménagement pour certaines de ces situations?

(6) remarques diverses

Présentation dans un tableau du type:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

Deuxième temps

Recensement des travaux de groupes, classement et débat.

Troisième temps

Apport sur "enseignement et apprentissage"

Distribution de documents.

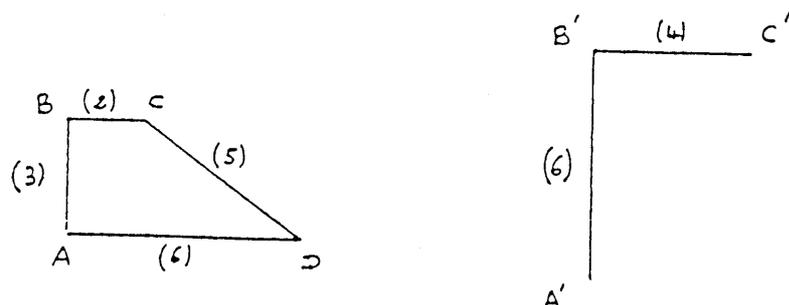
OBJECTIFS COMMUNS AUX TROIS SEQUENCES:

- 1) Mise en évidence des relations existant entre les dimensions d'une figure et les dimensions d'un agrandissement de celle-ci
- 2) Reconnaître et utiliser les propriétés des tableaux de proportionnalité.

PREMIERE SITUATION

phase 1. collective

La figure suivante est tracée au tableau, avec le début de son agrandissement:



Le tableau suivant est préparé:

	AB	BC	AD	CD
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'	A'D'	C'D'

Succesivement, des élèves viennent au tableau pour mesurer les segments AB et A'B', BC et B'C', puis indiquer leurs dimensions dans le tableau.

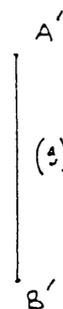
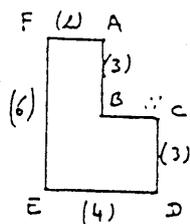
Premières remarques.

Idem pour les autres segments, mais le maître demande si on peut prévoir ce qu'on va trouver pour A'D' et C'D' avant de mesurer.

Question: comment a-t-on fait pour agrandir?

phase 2: individuelle, puis collective

. La fiche suivante est remise à chaque élève:



Le tableau suivant figure sur la fiche

	AE	EC
fig F		
fig F'		
	A'B'	B'C'

. Compléter d'abord le tableau, puis construire la figure agrandie (individuel)

. Correction collective: discussion à propos des figures obtenues avec "ajouter 6" et "multiplier par 3"; conclusions: "il faut que l'agrandissement ne déforme pas"; "pour agrandir, il faut multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre"

phase 3: collective

. Remarques à propos du tableau obtenu dans la phase 2 (remis "dans l'ordre" collectivement):

2	3	4	6
6	9	12	18

Reconnaissance du coefficient multiplicateur (de la première liste à la deuxième)

Certaines relations entre nombres de la première liste se retrouvent entre les nombres correspondants de la deuxième liste.

En utilisant ces remarques, trouver d'autres nombres du tableau (on donne soit le nombre du "haut", soit celui du "bas")

. Formulation: "Ce tableau est appelé tableau de proportionnalité"

phase 4: exercices d'application, individuellement.

. Autres figures à agrandir:

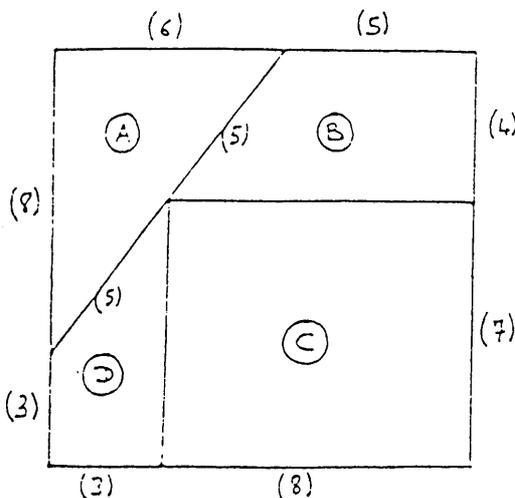
- (1) on donne la figure et le coefficient d'agrandissement
- (2) on donne la figure et la dimension d'un côté "agrandi"

. Tableaux de proportionnalité à compléter

DEUXIEME SITUATION

phase 1: par groupes de 4

Le puzzle suivant est remis à chaque groupe (1 seul exemplaire par groupe). Un exemplaire est affiché au tableau.



Le puzzle est découpé, chaque élève reçoit une pièce. Il doit en mesurer les dimensions et les noter sur la pièce. Vérification collective des mesurages.

. Consigne (le maître dispose d'un agrandissement correct du puzzle, coefficient 1,5 non communiqué aux élèves): "J'ai fait un agrandissement de ce puzzle. Le voilà. Vous devez faire le même agrandissement de votre puzzle, dans chaque groupe. Chaque élève fera l'agrandissement de sa pièce. Attention, à la fin, il faut pouvoir reconstituer le carré agrandi. Je vous donne une seule information: "ce" côté (il montre le côté correspondant) qui mesure 4 cm sur votre puzzle devra mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi".

. Dans un premier temps, après une rapide concertation, chaque élève cherche seul à réaliser sa pièce agrandie; puis le groupe essaie de reconstituer le carré.

. Dans un second temps, les élèves sont invités, à l'intérieur de chaque groupe à discuter du résultat obtenu et de la méthode utilisée par chacun d'eux ... et en cas d'échec à rechercher ensemble une nouvelle méthode commune à tous les élèves du groupe.

. Troisième temps: nouvelle tentative par groupe, puis essai de reconstitution du puzzle. Le maître peut inciter certains groupes à écrire les dimensions sous forme de tableau. En cas de nouvel échec, on demande aux élèves de rediscuter entre eux, et d'essayer autre chose.

phase 2: par groupe de 4

Chaque groupe doit décrire sur une grande feuille la méthode qu'il a finalement utilisée et dire si elle a abouti ou non.

phase 3: collectif

Un porte-parole par groupe explique aux autres la méthode utilisée. Les diverses méthodes sont toutes affichées. Des demandes de renseignements peuvent être faites, des contradictions apportées. Discussion collective sur

ces méthodes, celles qui réussissent, celles qui échouent, celles qui paraissent se ressembler. Le maître n'en privilégie aucune.

phase 4: par groupe de 4

Agrandir le même puzzle, mais le côté qui mesurait 4 doit maintenant mesurer 10. Les méthodes précédentes sont toujours affichées. Même déroulement que pour l'agrandissement précédent.

phase 5: collectif

L'explicitation des diverses méthodes utilisées, leur classement conduit à quelques conclusions ou remarques formulées collectivement:

- certains ont utilisé un coefficient multiplicatif (un codage de celui-ci est proposé par l'enseignant);
- d'autres une règle du type: $x \rightarrow x + (x / 2)$
ou $x \rightarrow (x \times 2) + (x / 2)$ pour le 2^{ème}
(un codage en est également proposé);
- d'autres ont utilisé des propriétés de la proportionnalité:
(celles-ci sont formulées et codées sur les tableaux réalisés);
- etc ...
- on a remarqué que agrandir, ce n'est pas ajouté la même chose à toutes les dimensions

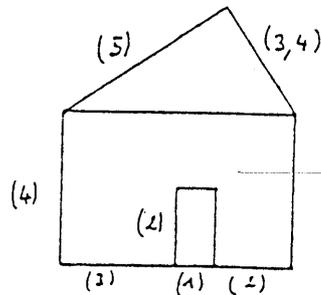
phase 6: individuel

Autre puzzle dont il faut trouver les dimensions de son agrandissement (ex: 6 devient 8, ou 4 devient 7)

TROISIEME SITUATION

phase 1: individuelle

La fiche suivante est remise aux élèves:



Ainsi que l'amorce du tableau:

	AB		BC	
fig F				
fig F'				
	A'B'		B'C'	

Consigne: "Sur votre fiche, il y a le dessin d'une maison. Vous devez en dessiner une qui lui ressemble, qui a la même forme, mais plus grande. Vous noterez ensuite dans le tableau les dimensions de chacune des deux maisons."

phase 2: collective

Quelques dessins représentatifs sont affichés, ainsi que les tableaux correspondants. La discussion vise à mettre en évidence:

- les dessins qui semblent avoir respecté la forme et ceux qui ne l'ont pas respectée,
- les méthodes d'agrandissement utilisées par les élèves,
- les relations qui caractérisent les tableaux correspondants (pour ceux qui sont associés aux dessins pour lesquels la forme a été respectée, on peut mettre en évidence un coefficient multiplicatif)
- donc, pour agrandir en conservant la forme, il faut multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre.

phase 3: collective

A partir des tableaux correspondant à une relation multiplicative, mise en évidence des propriétés caractéristiques de la proportionnalité:

- certaines relations entre nombres de la première liste se retrouvent entre les nombres correspondants de la deuxième liste.
- existence du coefficient,

En utilisant ces remarques, trouver d'autres nombres des tableaux (on donne soit le nombre du "haut", soit celui du "bas")

. Formulation: "Ces tableaux sont appelés tableaux de proportionnalité"

phase 4: exercices d'application, individuellement

. Autres figures à agrandir:

- (1) on donne la figure et le coefficient d'agrandissement
- (2) on donne la figure et la dimension d'un côté "agrandi"
- (3) on donne seulement la figure de départ

. Tableaux de proportionnalité à compléter

	Situation S ₁	Situation 2	Situation 3.
Rôle du maître	<p>Dirige l'activité, la question... vers la réponse souhaitée (celle du H), la "bonne" formulation.</p> <p>Maître encourageur pour guide.</p> <p>Apport du matériel et recherche directrice (le tableau est donné)</p> <p>Actif, propose l'activité</p>	<p>Rôle d'observation. aide/initiation.</p> <p>Reduce comme la discussion entre les enfants</p> <p>Maître initiateur, observateur. pour il doit réajuster.</p> <p>Observer, favoriser l'expression, aider à expliquer la méthode, stimuler les groupes.</p> <p>Amorceur de groupe, secrétaire</p>	<p>Dirige l'activité, devra faire lotir, la synthèse et l'imposer aux enfants (activité non censée sur de plus).</p> <p>Maître directeur pour amorceur.</p> <p>Maître directeur que dans la première phase la phase collective puis ce sont les enfants qui ont le parole.</p> <p>Rôle de l'apprentissage, induit la réponse: il est le venant. c'est le maître qui valide</p>
Rôle de l'élève	<p>Peu d'initiation. l'élève ne connaît pas son savoir, il applique la méthode introduite par le maître.</p> <p>→ 1 seule solution possible.</p> <p>→ pas de discussion.</p> <p>→ pas d'échanges élèves/élèves.</p> <p>Élève actif</p> <p>Répond aux questions.</p>	<p>Élève actif qui expriment et discutent valider, justifier leur réponse.</p> <p>Travail de recherche on la étions mettat eux - in en évidence la caractéristiques de la propabilité</p> <p>Travail individuel mais dans le cadre d'un groupe. solidarité.</p> <p>Actif: recherche, manipulation, travail d'abstraction</p>	<p>Élève peu actif, pas de réelle situation de recherche. Tous les éléments sont fournis.</p> <p>Actif au point de vue de recherche, Pas d'interaction.</p>

	Situation 1	Situation 2	Situation 3.
Caractéristiques.	<p>Individuel ou collectif - peu de groupes</p> <p>Travail collectif surtout pour la recherche</p> <p>Démarche directive.</p> <p>Phase 1 et 3: véritable découverte.</p> <p>Exercices proposés par l'adulte et peu concret.</p> <p>Peu de recherche.</p> <p>Recherche / mise en commun.</p> <p>Étapes prédéfinies par le maître</p> <p>Sauf le coefficient et travaillé dans la proportionnalité.</p>	<p>Autre individuel / groupe / collectif.</p> <p>Petit groupe inter-actif.</p> <p>Travail de groupe et de recherche.</p> <p>Démarche expérimentale, notamment communication.</p> <p>Activité ludique et concrète.</p> <p>Manipulation.</p> <p>Horaires Recherche. vraie situation de recherche.</p> <p>Nombreux échanges entre enfants</p> <p>comparaison des différents résultats.</p> <p>Exercices peu variés.</p> <p>Multiplication des méthodes.</p> <p>Chacun a sa tâche sur un tout commun.</p>	<p>Individuel ou collectif - peu de groupes</p> <p>Non directive, implication.</p> <p>Discussion critique.</p> <p>Attitude et ludique mais la démarche est basée sur le maître</p> <p>Phase de recherche orientée découverte.</p> <p>Coefficient non simplifié, intéressant mais le temps passé trop long.</p> <p>Exercice d'application variés.</p> <p>Caractéristiques de la proportionnalité sont abordées.</p>
Choix et modifications	<p>S₁ et S₂</p> <p>S₁: Découverte dirigée.</p>	<p>S₂ Réinvestissement, 1^{ère} évaluation</p> <p>S₂ phase que dans la troisième</p> <p>S₂: travail de recherche long.</p> <p>S₂ comme situation de base</p>	<p>L'enfant est plus isolé</p> <p>avec en phase 6 S₁, S₂ de ses phases 1.</p>

Préparation de séance à partir des "Malheurs d'Alfred".

Les malheurs d'Alfred

Objectif : Notions de multiples et de diviseurs, critères de divisibilité

Dominate : Reinvestissement - de connaissances dans la résolution d'un problème.

Déroulement

Consigne : On garde le même énoncé avec deux modifications

- 1) lorsqu'ils se mettent par 4, il reste 3 enfants
- 2) la question finale est : Trouve le nb d'enfants.

Les enfants travaillent par groupes et devront ensuite présenter leurs résultats.

Aide prévue en cas de blocage :

- 1) Sur la lecture de l'énoncé : repaire et expliciter
- 2) Propositions pour une organisation des tâches dans les différents groupes :
 - Groupe sur le cas 5 et 3
 - sur le cas 5 et 2
 - sur le cas 3 et 2
 - sur le cas 4.

3) Présentation des résultats sur un tableau prévu par le H

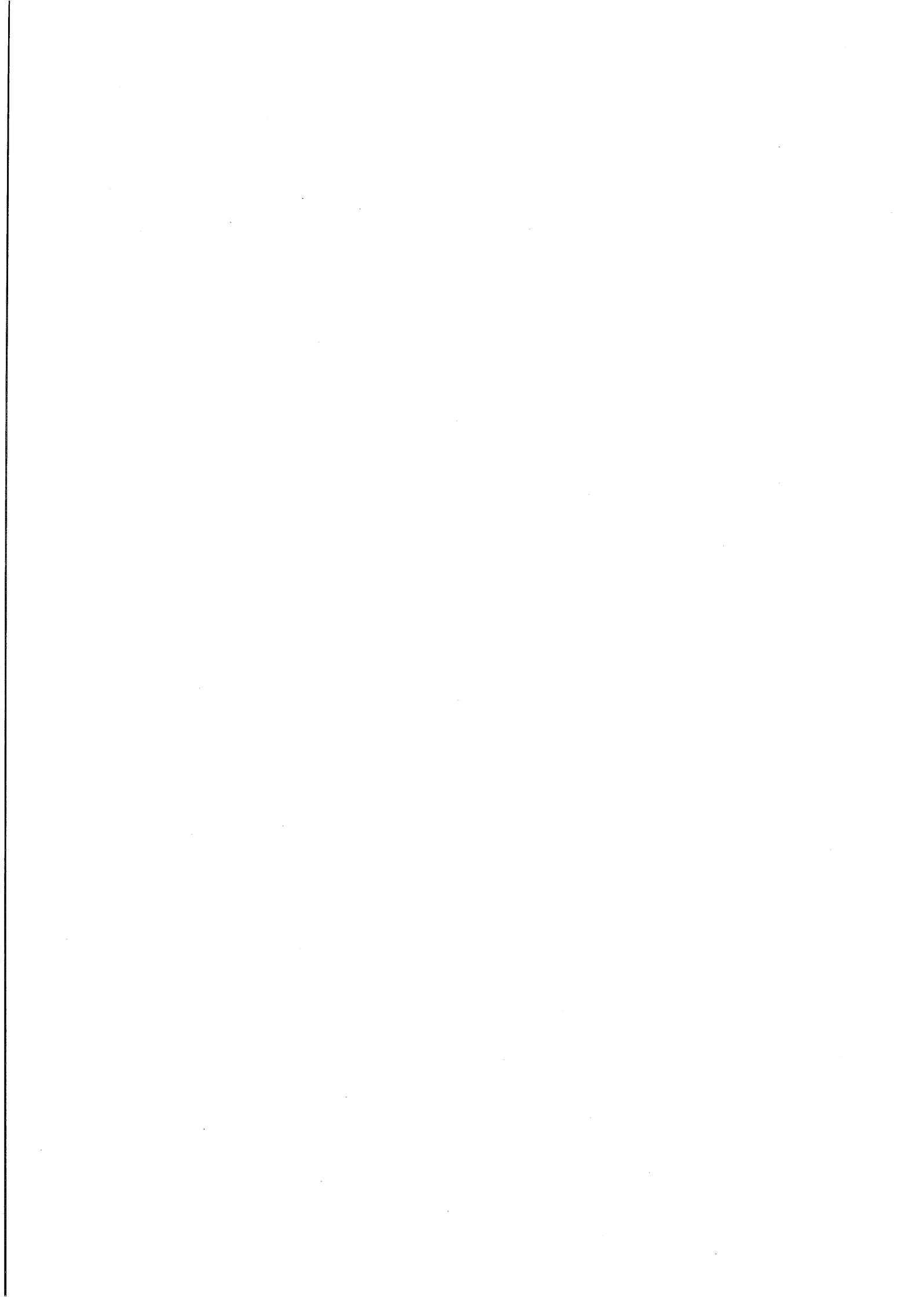
5	3	4	2
!	!	!	!
(31)	(31)	(31)	(31)

Institutionnalisation prévue

31 n'est pas divisible par 2, 3, 4 et 5

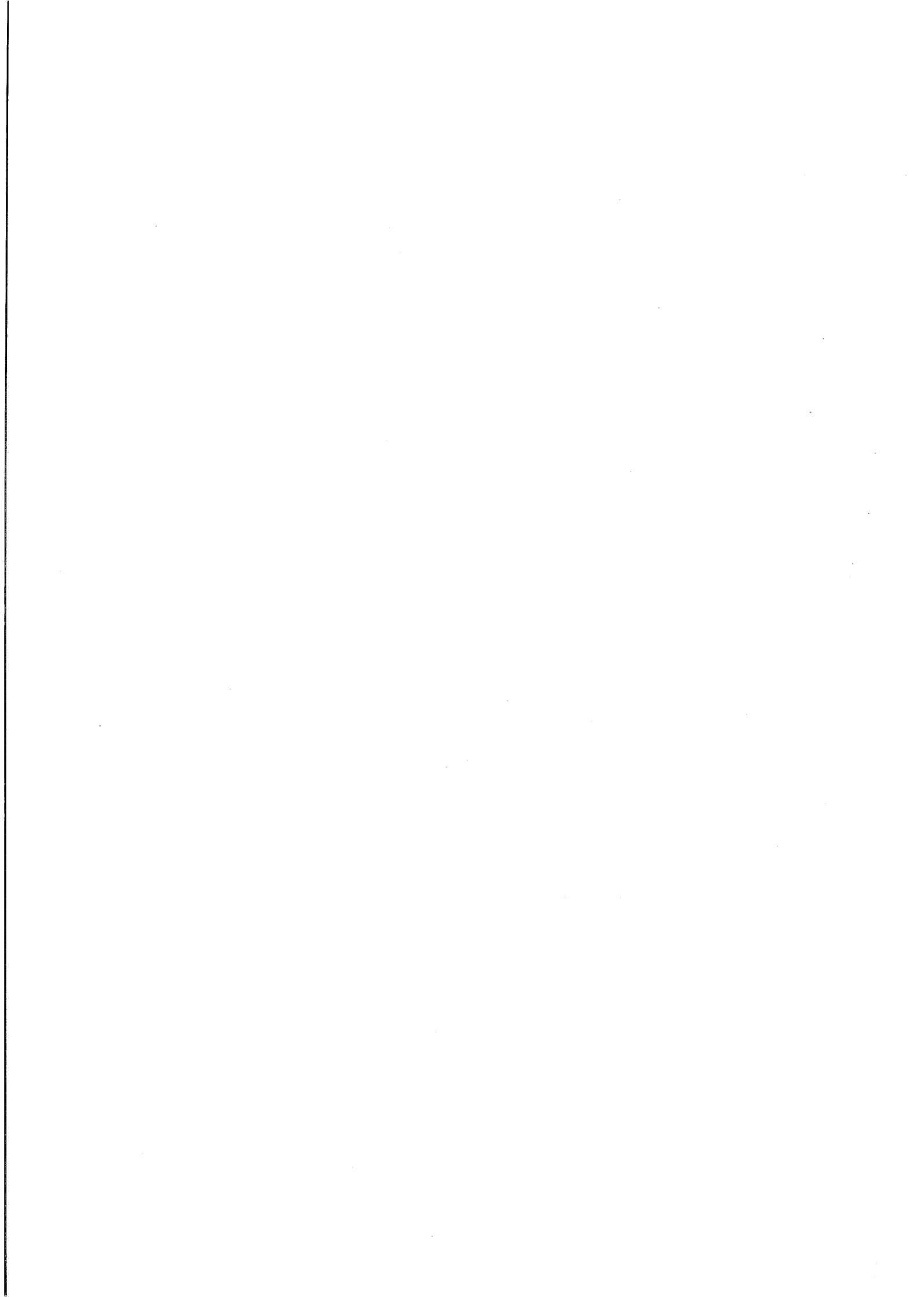
31 n'est pas un multiple de 2, 3, 4 et 5

Rappel de critères de divisibilité par 2, 3 et 5



Annexe 3 : Séances proposées dans COPIRELEM, 1991, Stage de Cahors, IREM de Paris 7.

- 1) BRIAND J. "Rapport au savoir. dévolution. institutionnalisation".
- 2) HOUEMENT C et PELTIER M.L. "La boîte du pâtissier".
- 3) HUGUET F. "Comparaison de collections au CP : Dévolution de la notion de variable didactique".
- 4) CHEVALLIER M.C . "Grandeur et mesure".



Titre : RAPPORT AU SAVOIR, DEVOLUTION, INSTITUTIONNALISATION

Auteur : Joël Briand (P.E.N. Bordeaux).

Date : Mars 91.

Origine : Stage de formation continue.

Type : Compte-rendu d'activité en formation continue.

Résumé : En formation continue des maîtres, partant d'énoncés de problèmes classiques, il s'agit de construire des situations permettant progressivement la complète gestion des problèmes par les enfants. Du point de vue de la formation, il s'agit d'analyser comment la transformation de l'énoncé et/ou de son environnement d'aides peut modifier favorablement le rapport des enfants au savoir.

Mots clés : contrat didactique, dévolution, institutionnalisation.

(Avec J.Y Dalm et D. Géron, maîtres formateurs.)

RAPPORT AU SAVOIR, DÉVOLUTION, INSTITUTIONNALISATION

PRÉAMBULE

Les énoncés de problèmes à structure de texte inhabituelle, ou bien les problèmes dits ouverts sont des tentatives pour se rapprocher du réel. Le concept de réel fait entrer en jeu le sujet et il est donc peu rigoureux de s'y référer pour caractériser une situation-problème.

Un énoncé de problème "académique" fait en sorte que, de toutes façons, le sujet est "privé" de l'activité de recueil de faits (qu'il pratique, par ailleurs dans toute activité raisonnée.). Mais il en est de même des énoncés plus "modernes" ou "conviviaux".

Le maître peut essayer de faire construire un énoncé à partir de faits. Mais comme cette activité n'est pas simple à réaliser, il ne peut bien souvent le faire.

D'autre part, l'énoncé de problème est une pratique institutionnelle. L'élève doit y être habitué.

D'où la question suivante : comment agir sur un énoncé pour que l'on soit assuré

1) que l'élève appréhende les faits et les questions que l'enseignant souhaite voir pris en compte. (dévolution d'une responsabilité.)

2) que l'élève puisse voir les effets de ses réponses sur ces faits. (dévolution d'une causalité.)

3) que le sujet traité ne soit pas très éloigné du sujet envisagé par le problème initial.

I - CONTRATS ET DÉVOLUTIONS

I - 1 EN CLASSE

Lorsque l'on propose un problème à un enfant, par exemple le problème suivant : "*Dans un parking rectangulaire, il y a 12 rangées de 26 voitures. Il reste 24 places libres. Combien de voitures sont dans le parking. ?*", le problème du maître est de trouver le nombre de places occupées. Il est à craindre, et de nombreux travaux sur le contrat l'ont prouvé, que le problème de l'enfant ne soit pas le même. En général, le problème, pour l'élève, est de deviner quelle opération faire pour trouver le résultat.

Toute réflexion, toute décision dans la gestion de la classe qui va permettre de fournir à l'enfant les moyens de savoir

- quelle question se pose vraiment,
- quels types de vérification peuvent être mobilisés,

permettra une meilleure gestion du contrat, une meilleure approche d'une activité mathématique, et donc une meilleure prise en compte, par l'enfant lui-même, du problème du maître.

I - 2 EN FORMATION

Pour le formateur, ce qui vient d'être écrit peut être dit, mais la transmission sous cette forme a des limites connues. Il lui reste donc à construire une action de formation au cours de laquelle, le stagiaire prendra à son compte, dans sa professionnalité, le problème du formateur.

Pour cela, nous pensons nécessaire :

- que le stagiaire ait déjà pratiqué une activité mathématique pour lui-même, ce qui n'a rien à voir, ou presque, avec l'enseignement des mathématiques (enjeu personnel).

- qu'une action de formation lui donne les moyens de construire des situations didactiques pour élèves, qu'il puisse observer ces situations et analyser si elles permettent une pratique mathématique (enjeu professionnel).

L'exemple d'activité de formation qui suit veut donc illustrer ce problème

II - COMPTE-RENDU D'UN TRAVAIL DE FORMATION

II - 1 PREMIÈRE SÉANCE :

Nous proposons une activité à enjeu personnel. Cette activité est décrite par ailleurs. Il s'agit de l'activité "TRANSVASEMENTS", dont nous pensons qu'elle produit un enjeu suffisant pour que le stagiaire s'approprié le problème.

II - 2 DEUXIÈME SÉANCE

Je propose un énoncé de problème. Reprenons notre exemple :

"Dans un parking rectangulaire, il y a 12 rangées de 26 voitures. Il reste 24 places libres. Combien de voitures sont dans le parking ?"

Les maîtres sont invités à construire une situation d'enseignement autour de ce problème pour une classe

de CE2, et à prévoir des aides possibles. (Cette notion reste floue à ce moment de la formation).

Les aides proposées sont souvent de même nature : résultats partiels proposés, tables, fiches auto-correctives au fond de la classe, correction collective.

Remarque : Dans l'activité de transvasement, les stagiaires se sont bien rendu compte qu'il n'y avait pas de phase de recherche et de phase de correction séparées, mais des propositions de solutions, mises en débat, provoquant de nouvelles tentatives, etc... Ce qui permettait à l'activité de fonctionner était le fait que chacun avait pris le problème à son compte, le débat ne consistant pas à exhiber la solution aux fins d'être validé ou invalidé par le formateur, mais de convaincre les autres.

Cette prise de conscience va permettre de "lire" la séquence qui suit d'une autre façon.

II - 3 TROISIÈME SÉANCE

Nous faisons alors une observation en classe.

La construction de la séquence de classe est faite avant le stage, donc indépendamment des stagiaires. (voir fiche didactique, en annexe 1).

Cette construction est le résultat de la mise en oeuvre du même énoncé que celui traité par les maîtres lors de la première séance.

Les maîtres sont simplement chargés de relever les méthodes utilisées par les enfants pour résoudre le problème, ainsi que la façon dont ceux-ci mobilisent, ou non, des stratégies de vérification. Ils doivent, en outre, observer l'attitude du maître dans la gestion de la formulation des méthodes, et la place faite à l'affirmation de la réponse exacte.

II - 4 QUATRIÈME SÉANCE

Les stagiaires élaborent le compte-rendu de l'observation (voir observation de la première séance en annexe 1).

Lors de l'observation, quatre tâches ont été exécutées par les stagiaires :

- La fiche chronique de la leçon.
- Recensement des stratégies des enfants.
- Recensement des obstacles.
- Bilan après observation.

II - 5 CINQUIÈME SÉANCE

Par groupes, les maîtres sont invités à prendre un énoncé de problème dans un manuel et à construire une situation d'enseignement qui prévoient des structures d'aide.

Une de ces situations sera choisie et proposée à un maître formateur afin qu'il la réalise dans sa classe. Ceci fera l'objet d'une seconde observation.

Cette fois, les productions des stagiaires sont plus variées.

Les aides proposées sont principalement des schémas, des plans, l'usage de la calculette, la communication comme structure permettant une aide, la construction d'un problème connexe (voir observation numéro 2).

II - 6 SIXIÈME SÉANCE

La situation choisie est réalisée en classe.

(Voir observation numéro 2 en annexe).

II - 7 SEPTIÈME SÉANCE

Il s'agit d'institutionnaliser les concepts de didactique qui ont fonctionné aux deux niveaux :

- celui de la formation;
- celui des enfants lors des observations.

II-7-1 Dévolution de la responsabilité, obstacles à la dévolution

Chez le stagiaire :

Le problème des transvasements illustre les conditions d'appropriation du problème par ceux-ci.

Chez les enfants :

Nous avons à gérer la façon dont les aides vont intervenir en classe :

Les aides doivent évoluer dans le temps, venir de moins en moins de la part du maître, provoquer des effets de contrat tels que l'enfant ne considère plus comme interdit le fait de changer de cadre.

Les deux observations vont être construites de façon à ce que l'aide se situe dès l'énoncé en première observation, alors qu'elle se situe en fin d'activité dans l'autre observation.

La possibilité, chez un enfant, de faire un croquis, de son propre chef, afin de s'aider, doit être un objectif du maître. Toutefois, deux risques se présentent :

- Si le maître ne dit rien, les enfants peuvent ne pas avoir l'idée de changer de cadre, et s'ils y pensent ils peuvent s'interdire un tel changement.

- Si le maître ritualise les structures d'aides, il rendra les enfants dépendants de cette aide. Cette aide doit donc être négociée, dans le temps, comme devant être construite par le sujet lui-même. Le maître doit donc se préoccuper de la dévolution du problème en terme de responsabilité (cf. l'article de G. Brousseau dans les Actes de l'université d'été d'Olivet, p. 90). Le rite de l'aide est un obstacle à la dévolution.

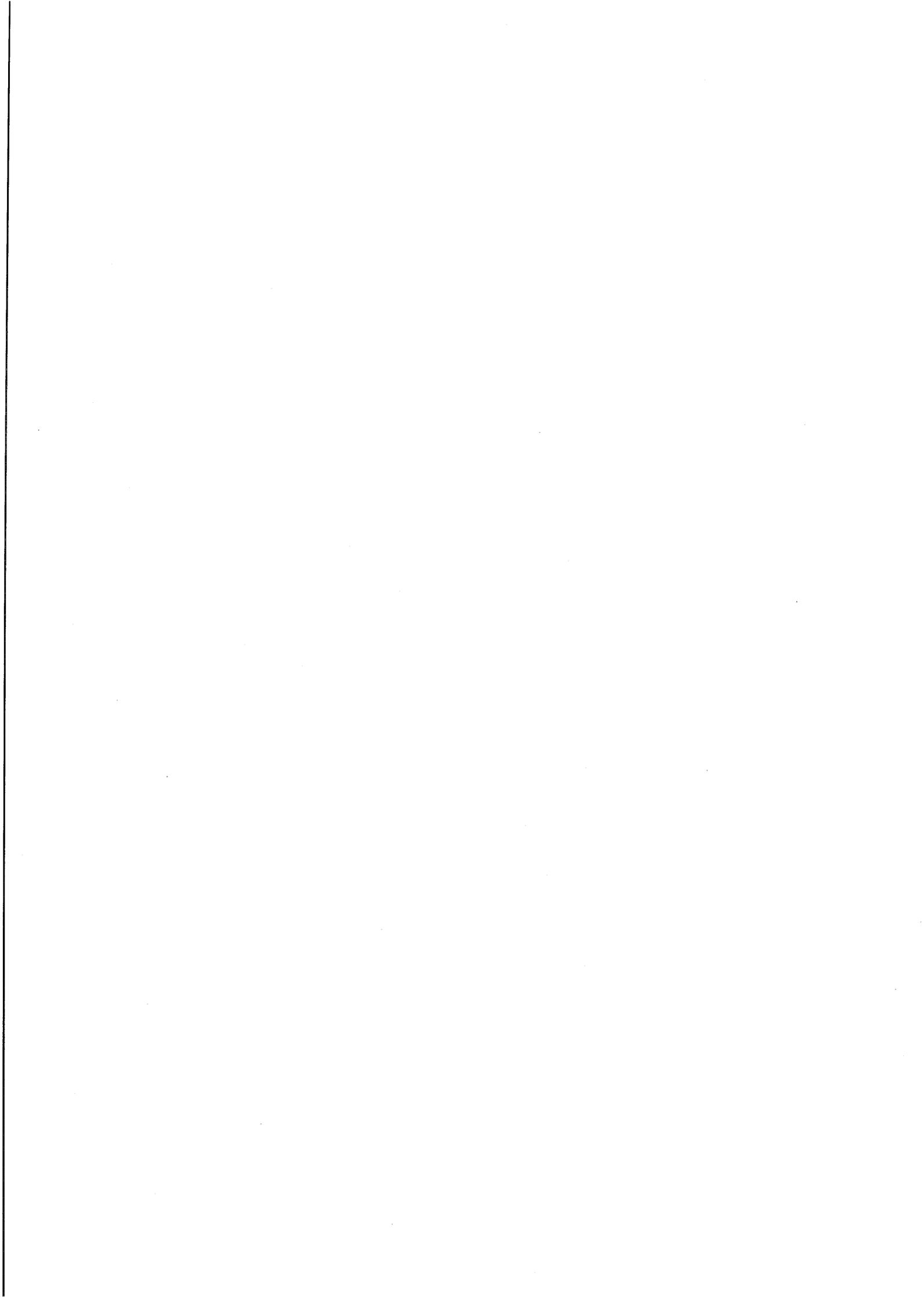
II-7-2 Institutionnalisation

En formation :

Cette séance numéro 7 est elle-même une institutionnalisation des concepts de rapport au savoir, preuve, dévolution.

En classe :

Le maître, (exemple dans les deux observations) va, au cours du bilan, évoquer les méthodes de travail, les relations entretenues avec les aides proposées, la nécessité, dans le temps d'être à même de se créer, soi-même, ces aides. Le bilan n'est pas seulement la mise en évidence du résultat juste ou faux, mais celui des méthodes de travail, de leur fiabilité rendue meilleure ou non selon que l'on s'est donné, ou non, des moyens de vérifier.



Titre : La boîte du pâtissier

Auteurs : Catherine Houdement (PEN Rouen), Marie Lise Peltier (PEN Rouen)

Date : avril 1991

Origine : "Aides pédagogiques CM" (APMEP), p 103

Type : compte-rendu d'activité FI et FC d'instituteurs

Résumé : à partir d'une activité de fabrication par pliage d'une boîte parallélépipédique, pointer les concepts didactiques, de situation, dialectique outil objet, variable didactique.

Mots-clés : résolution de problème - modélisation - autovalidation - dévolution - situation didactique - pliage et géométrie.

LA BOÎTE DU PÂTISSIER

Objectifs didactiques

1) mettre en évidence quelques concepts de didactique (situation didactique, dialectique outil-objet, variable didactique, dévolution...)

2) analyser des processus de recherche, montrer l'importance :

- du cheminement personnel
- de la confrontation
- de la validation interne à la situation comme moteur de la recherche.

(le fait de pouvoir évaluer soi-même son travail permet de continuer si nécessaire la recherche sans nouvelle intervention du maître)

Objectifs mathématiques

1) revenir sur le vocabulaire géométrique et sur l'étude d'objets géométriques du plan et de l'espace.

2) modéliser une situation.

Déroulement

2 temps :

I - Les étudiants résolvent le problème mathématique puis visionnent le document vidéo relatant la résolution d'une partie du problème dans une classe de CM.

La séquence est ici menée avec les objectifs plutôt mathématiques pour que les étudiants vivent la situation côté élève et comparent leurs réactions et leurs procédures de résolution à celles d'élèves de CM.

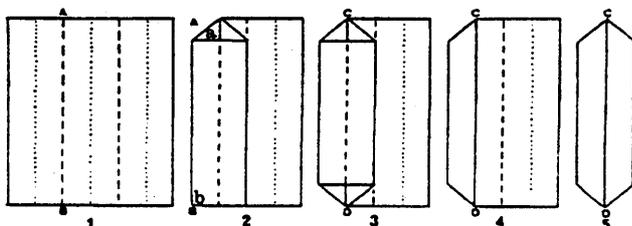
II - Recul didactique par rapport à cette suite d'activités : l'analyse fait basculer les étudiants côté enseignant : le professeur explicite ses choix, explique ses décisions, analyse les procédures et les erreurs des "élèves".

(Le problème proposé est tiré de "Aides pédagogiques pour le cycle moyen", APMEP, p. 103)

I - Mise en situation de recherche

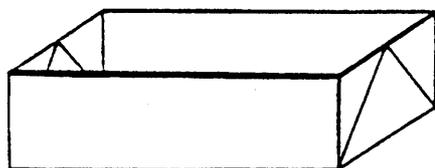
phase 0 : première construction de boîtes

Les plis en creux sont représentés :
et les plis en relief :



Construire une boîte à partir d'une feuille rectangulaire de format A4 en suivant les instructions (P) suivantes :

- faire apparaître les cinq plis (équidistants) indiqués, fig. 1
- plier suivant AB, et réaliser les pliages du coin (a), fig. 2
- réaliser dans le coin (b) les mêmes pliages qu'en (a), fig. 3
- plier suivant le pli en creux CD, fig. 4
- mêmes actions dans la partie droite de la feuille. On aboutit au résultat représenté fig. 5
- il reste à ouvrir la boîte, et à marquer les plis des arêtes :



NB : on obtient deux boîtes de formes différentes suivant que l'on plie sur la longueur ou la largeur de la feuille A4.

phase 1 : les boîtes à fond carré

Recherche

Travail par groupes de 4, après une indispensable recherche individuelle de 5 minutes.

Consigne 1

"Construisez en suivant les instructions (P) une boîte à fond carré puis rédigez une affiche relatant la recherche, la méthode retenue, les conclusions que vous en tirez. Il est important que vous notiez tous les essais, même ceux qui n'ont pas abouti."

Procédures observées chez les normaliens

- faire le pliage à partir d'une feuille carrée.
- mesurer les dimensions de la boîte presque carrée obtenue en phase 0 et enlever la différence sur la longueur, puis sur la largeur.
- déplier la boîte construite dans la phase 0 et étudier les pliages.
- construire un carré au centre d'une feuille et le compléter par les bandes nécessaires à la construction par pliage.
- dessiner sur le fond d'une boîte déjà construite un carré, déplier la boîte et construire par translation les bandes nécessaires pour la construction.

Remarques

Les procédures sont analogues à celles observées chez des enfants de CM2 confrontés à la même consigne. (Ces derniers peuvent également proposer une méthode par découpage du fond de la boîte pour le rendre carré.)

Consigne supplémentaire pour la gestion du temps

"Construisez la boîte à fond carré la plus grande possible à partir de la feuille A4."

Mise en commun

Présentation au groupe entier des différentes affiches et explication d'un des auteurs.

NB : le professeur laisse exposer chacun des groupes, sans prendre position, il n'y a donc pas nécessairement de conclusion générale du type : "pour une boîte à fond carré de côté x , il faut prendre une feuille de dimensions $2x, 3x$ ".

Consigne 2

"Sauriez vous construire une boîte dont le fond est un carré 6×6 ?"

(gestion du temps : construire des boîtes à fond carré gigognes)

Synthèse

Généralisation avec institutionnalisation.

"Pour construire une boîte à fond carré de dimension x , la feuille rectangulaire a pour dimensions $2x$ et $3x$, et on la plie suivant la longueur".

Phase 2 : condition d'existence des boîtes

Relance de la situation

Consigne 1

"Pour construire une boîte de fond 6 x 13, de quelles feuilles peut-on partir?"

Gestion du temps

"Elaborez un tableau de valeurs numériques correspondant aux différentes boîtes construites pendant la recherche de la phase 1."

rectangle de départ	dimension du fond de la boîte

Consigne 2

"Construisez une boîte de fond 8 x 14 et hauteur 5".

Synthèse

* prise en compte de la hauteur de la boîte dans le tableau précédent.

* recherche d'une condition sur la hauteur pour qu'on puisse construire une boîte de fond x x y et de hauteur h : "la hauteur de la boîte est toujours la moitié de l'une des dimensions du fond."

Phase 3 : Extension du champ numérique pour une modélisation algébrique

Consigne 1

"Trouvez les dimensions de la feuille permettant de construire une boîte de dimension 12 x 15 et de hauteur 6."

Ici, il s'agit de demander une prévision (éventuellement avec d'autres valeurs numériques) et sa justification, de façon à obtenir une modélisation de la situation.

Synthèse

1) si on connaît les dimensions de la boîte : fond x et y, (hauteur x/2), on obtient les dimensions de la feuille par la fonction :

$$f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \longrightarrow (3x, x+y)$$

(et le pliage se fait suivant x)

2) si on connaît les dimensions x et y de la feuille que l'on plie suivant x, celles de la boîte sont données par la fonction :

$$g: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y) \longrightarrow (x/3, y - x/3, x/6)$$

Prolongement éventuel de cette phase :

Consigne 2

"Recherchez les conditions sur les dimensions x et y de la feuille pour que l'on puisse obtenir une boîte en la pliant suivant x."

conclusion :

- si $x < y$, le pliage est toujours possible
- si $x > y$, le pliage n'est possible que si $x < 3y$ (lien avec l'ensemble de définition de la fonction g.)

Phase 4 (facultative) : relance vers des consignes relatives au volume

Exemples : quelles feuilles choisir pour construire une boîte à fond carré contenant 1/2 litre, une boîte cubique contenant 1 litre, une boîte ayant un volume de 160 cm³ ?...

Phase 5 : visionnement du film "la boîte du pâtissier"

Pour repérer les procédures de résolution des élèves de CM et mettre en évidence le rôle de l'erreur.

II - Analyse de l'activité

A - Analyse mathématique

Cette situation permet de :

- faire des rappels de géométrie, de vocabulaire.
- élaborer un codage fonctionnel utile comme outil de prévision (les fonctions f et g permettant une généralisation "puissante").
- travailler sur le raisonnement : émission d'hypothèses, validation ou invalidation de ces hypothèses, mise en évidence et en défaut de raisonnements du type : "si je pars d'un rectangle j'obtiens une boîte à fond rectangulaire, donc si je pars d'un carré, j'obtiens une boîte à fond carré."

B - Analyse didactique

1. Description de la situation

- phase de dévolution (cf. B 2.3)
- travail sur les consignes (simples, courtes)
- analyse de la tâche : production avec des contraintes, validation interne,...
- rôle de l'erreur : elle apparaît ici très positive car elle permet d'avancer soit en éliminant les hypothèses invalides, soit en les modifiant pour les rendre valides.
- la gestion du temps (consignes annexes qui permettent de gérer le temps et l'hétérogénéité du groupe, mais qui participent aussi à l'élaboration de la synthèse collective).
- institutionnalisation possible à plusieurs moments :
 - sur des points méthodologiques
 - sur le raisonnement
 - sur les notions mathématiques.

2. Quelques concepts de didactique

2.1 conditions pour qu'un problème puisse être source d'apprentissage :

- l'énoncé a du sens pour les élèves
- le problème est consistant (la réponse n'est pas évidente)
- l'élève comprend ce qu'est une réponse au problème
- il peut s'engager dans des procédures de résolution
- il peut en contrôler lui-même les effets.

2.2 phases d'une situation didactique

- action
- formulation - communication
- validation
- institutionnalisation
- réinvestissement.

2.3 dévolution

- en phase 0, l'élève se libère des difficultés matérielles
- en phase 1, la réalisation effective de l'objet et la validation interne motivent sa recherche.

2.4 dialectique outil-objet

- elle fonctionne ici localement sur l'objet savant «fonction de $\mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^n$ »
- elle intervient ici comme outil implicite dans les phases 1 et 2
- la phase 3 permet d'explicitier cet outil, de l'utiliser pour prévoir d'autres constructions, pour anticiper l'action.
- une phase supplémentaire permettrait de l'étudier plus précisément en tant qu'objet, mais ceci est en dehors des objectifs de la formation des instituteurs.

Le fonctionnement outil-objet de la notion de fonction dans cette situation, permet d'illustrer l'esprit des mathématiques :

- résolution locale
- nécessité de généralisation
- puissance de la modélisation pour anticiper, pour résoudre en une fois une famille de problèmes isomorphes.

2.5 variables didactiques

- le fait d'imposer ou non la hauteur de la boîte à construire (phase 2 consignes 1-2) influe sur la manière dont les étudiants prennent en compte les résultats antérieurs.
- le fait de demander ou non une boîte constructible dans une feuille A4 (phase 3, consigne 1). Le choix fait bloque les procédures de tâtonnement et de constat et incite à réfléchir à des procédures de prévision, donc à modéliser la situation.
- variable non prise en compte dans cette séquence, mais qui peut être discutée : le fait de ne pas imposer le type de pliage (par exemple, plier en 10 au lieu de 6) peut induire des procédures de recherche tournées vers le pliage à faire et non vers les dimensions de la feuille à plier.

2.6 contrat

- constater les effets du contrat implicite : un problème posé à l'école a toujours une solution (cf phase 2, consigne 2), on ne rédige que "la bonne solution" (cf phase 1 consigne 1)
- construire un contrat explicite, a contrario, par le choix de consignes appropriées (cf ci-dessus)

Titre : COMPARAISON DE COLLECTIONS AU CP - Dévolution de la notion de "variable didactique".

Auteur : François HUGUET, (P.E.N. QUIMPER)

Date : Mai 1991

Origine : Séquences construites et expérimentées par un petit groupe de Normaliens de 2ème Année dans une classe de CP

Type : Compte-rendu d'activité en formation initiale.

Résumé : A partir du problème classique de la comparaison de 2 collections, une équipe de 3 normaliens a proposé, dans une même classe de CP et au cours de 2 séquences espacées d'une semaine, deux situations voisines en modifiant seulement quelques variables.

Le travail proposé ici a pour but essentiel de leur faire comprendre le rôle important de la gestion des variables didactiques par le maître et de leur permettre d'observer l'influence de certains choix sur la production des enfants.

Mots-clés : Résolution de problèmes - Dévolution - Variable didactique - Situations d'action.

COMPARAISON DE COLLECTIONS AU CP Dévolution de la notion de "Variable didactique"

Contexte

Avec les normaliens de 2ème Année, j'ai souvent adopté la formule de TP dans les classes par équipes de 2 ou 3. Ce travail autonome réalisé dans une même classe et un suivi de 2 ou 3 séances sont préparés au préalable à l'Ecole Normale et fait ensuite l'objet d'un bref compte-rendu en grand groupe.

Au cours d'un "Module CP", voici un exemple de ce type de travail présenté ici en 4 parties :

- 1) Recherche collective des variables de commande de la situation.
- 2) Compte-rendu de l'expérimentation de la 1^{ère} situation.
- 3) Compte-rendu de l'expérimentation de la 2^{ème} situation.
- 4) Conclusion.

I - Analyse du problème "Comparer deux collections"

Le maître peut gérer un certain nombre de "paramètres" que nous appellerons les "variables didactiques" de la situation.

Une recherche collective permet aisément de trouver les principales variables de cette situation :

* La taille des collections

- A la portée des possibilités de comptage.
- Hors de portée de ces possibilités.

* La nature des objets

- Homogènes.
- Hétérogènes.

* La Situation

- Réelle.
- Représentée.

* La disposition des objets

- Favorisant la correspondance terme à terme.
- Favorisant la correspondance paquet à paquet.

* Les possibilités de déplacement

- Objets fixes (Ex: Objets dessinés sur une feuille).
- Objets déplaçables (Ex: Objets qu'on peut découper).

* La nature de la tâche

- Constat.
- Action.
- Anticipation

A partir de cette analyse une équipe de normaliens a choisi d'expérimenter d'abord une situation classique proposée dans un manuel puis, après avoir tenu compte des réalisations des enfants, elle a conçu et proposé une autre situation en modifiant le choix de certaines variables. Dans les deux cas il s'agit d'une organisation en travail individuel.

II - Présentation de la Situation I

* Taille : Près de 40 objets, c'est-à-dire au delà des possibilités de dénombrement des enfants de la classe. (Nous sommes en Novembre dans un CP).

* Objets homogènes dans chaque collection. (Des carrés et des triangles).

* Objets fixes (Travail sur feuille).

* Deux dispositions envisagées dont l'une favorisait la correspondance paquet à paquet.

* Tâche de constat.

Analyse des résultats obtenus.

* Productions assez pauvres et peu de réussites !

* Procédures peu variées :

- Des tentatives de liens.

- Quelques correspondances paquet à paquet.

III - Présentation de la Situation II

Comparaison des nombres de cases de deux quadrillages.

* Taille : Autour de 40 comme précédemment.

* Objets homogènes.

Modifications importantes.

* Les objets ne sont plus fixes.

* Le maître donne la possibilité aux enfants de colorier, de découper, de déplacer les objets, d'utiliser la colle.

* Tâche de constat ou d'action si l'enfant décide de découper.

Analyse des résultats obtenus.

* Productions très riches et variées : Nette amélioration dans le taux de réussite.

* Procédures de résolution très nombreuses mais pas toujours menées à leur terme.

Exemples :

* *Procédures de découpage :*

- Découpage de carreaux un par un, puis collage avec superposition.

- Découpage de carreaux un par un puis de bandes.

- Découpage de carreaux un par un puis de bandes puis disposition côte à côte.

- Découpage de bandes ou de morceaux, puis disposition en positions symétriques.

* *Procédures de coloriage :*

- correspondance "indicée" (l'enfant coche ou colorie une case d'une collection puis une case de l'autre collection).

- Recherche d'algorithmes en utilisant une suite de couleurs. (Utilisation par exemple des 10 crayons d'une boîte).

- Coloriage d'un nombre de carreaux que l'enfant sait dénombrer facilement (par exemple : 10, puis 5, puis 8). C'est d'ailleurs un autre aspect de la correspondance paquet à paquet.

* *Procédures d'adaptation :*

- Tentatives de liens, puis découpage et superposition.

- Découpage un par un, puis découpage par bandes.

Cette démarche illustre bien la manière courante utilisée par l'enfant pour s'approprier un savoir dans une "situation d'action" !

IV - Conclusion

Ce travail a été estimé très intéressant par l'ensemble des Normaliens mais surtout évidemment par l'équipe des expérimentateurs.

J'ai repris le même thème avec d'autres Normaliens qui ont choisi d'autres paramètres et une autre organisation de l'activité.

Par exemple pour la 2ème Situation un nombre d'objets voisin de 100 et une organisation de travail par équipes de 2 enfants.

Les résultats obtenus m'ont semblé moins probants. L'ampleur de la tâche a découragé certains groupes d'enfants et la collaboration à l'intérieur des groupes a posé quelques problèmes. Cependant, en tant qu'observateur de cette séquence, j'ai pu constater tout de même d'excellentes pistes de recherche pour approcher la solution.

Cette prise en charge par l'élève-maître des variables didactiques d'une situation illustre, à mon sens, la notion de dévolution d'un concept didactique.

D'autre part ce type d'activité permet de faire mieux comprendre aux Normaliens qu'essayer, se tromper, utiliser les procédures des autres, tout cela est très formateur pour l'enfant !

Encore faut-il qu'il ait ces possibilités de libre choix !

D'où l'intérêt pour l'enseignant de bien savoir identifier et gérer les "variables didactiques" des situations d'apprentissage qu'il propose.

titre : Grandeur et mesure

auteur : Marie-Claude CHEVALIER (P.E.N. Cahors)

date : Mars 91

type : compte rendu d'activité réalisée en formation initiale

résumé : séquence ayant pour objectif de dissocier grandeur et mesure

mots-clés : angles rectilignes, angles cornus, grandeur, mesure

GRANDEUR ET MESURE

1- Objectifs

L'aire n'est pas conçue comme une grandeur autonome par les élèves (*R Douady - M J Perrin*) ou par les maîtres. L'aire est très souvent assimilée à un nombre, il y a confusion entre aire et mesure d'une aire. Les manuels scolaires en vigueur renforcent cette idée.

L'objectif était de proposer aux normaliens (2^{ème} année) une situation où apparaîtrait le concept de grandeur et où se poserait le problème d'associer à une grandeur une mesure.

2- Références

"Un angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes qui se touchent dans un plan, et ne sont pas placées en direction l'une de l'autre" (Proclus de Lycie, commentaire sur les définitions)[10]

L'angle cornu ou corniculaire - en forme de corne - est l'angle mixtiligne, dit de contingence, formé entre un arc et sa tangente.

La nature de cet angle a été discutée par les géomètres des siècles derniers. Pour Clavius (voir son célèbre commentaire sur Euclide, Rome, 1589, vol. I, p.36) l'angle de contingence est réel, mais d'une nature hétérogène à celle de l'angle rectiligne ; tandis que pour Pelletier, Wallis et Ozanam, l'angle de contingence n'est pas véritable et n'existe même pas.

Cette différence d'opinion résulte d'un malentendu : le concept d'angle résultant de la considération de deux droites qui se coupent ou s'inclinent l'une sur l'autre ne s'applique pas sans modification à l'angle de contingence. Les lignes droites ayant toutes leurs

parties dans une même direction, l'angle rectiligne n'est que la différence de direction de deux droites ; tandis que, dans l'angle mixtiligne de contingence, la direction varie en chaque point de son côté curviligne.

L'angle de contingence et l'angle rectiligne sont des grandeurs de nature différente et non comparables entre elles. Ils sont respectivement comparables entre eux ; car, bien qu'on ne puisse faire passer une droite entre l'arc et sa tangente, on peut faire passer une infinité de cercles formant chacun un angle de contingence différent. Newton a démontré (Principes, liv. I) que le rapport de deux angles de contingence est l'inverse de celui des racines des diamètres.

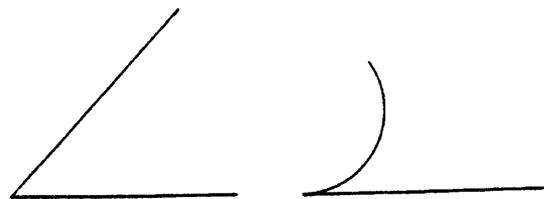
3- Compte-rendu de l'activité proposée

On donne sous forme de "rappel" et sans autre commentaire :

- "un angle rectiligne est déterminé par deux demi-droites"

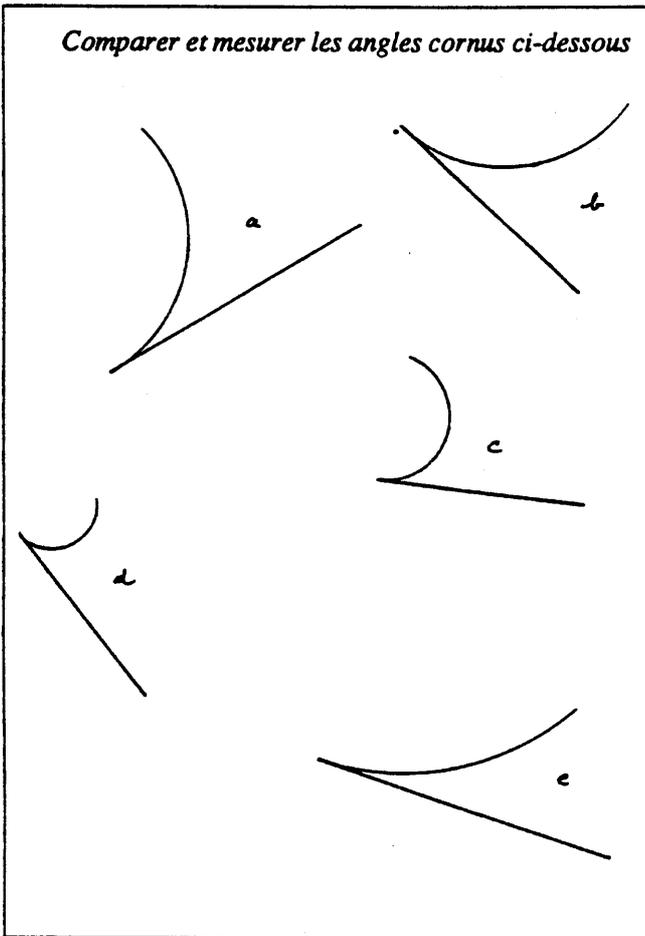
- "un angle cornu est déterminé par une demi-droite et un arc de cercle"

Un dessin est proposé au tableau pour illustrer cela.



Les normaliens sont par groupes et travaillent sur le document ci-après. On leur propose de comparer les angles cornus et de les mesurer.

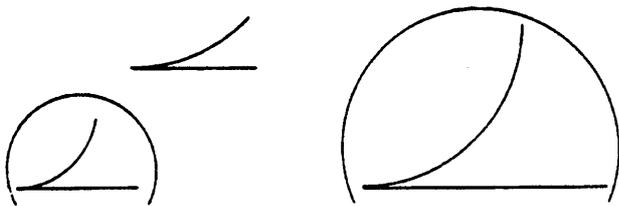
Comparer et mesurer les angles cornus ci-dessous



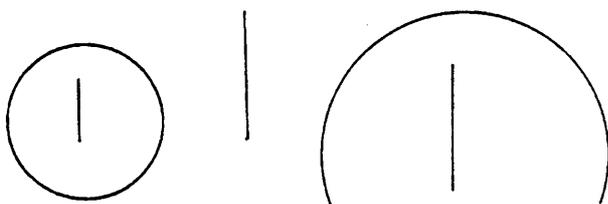
3.1 - Comparaison des angles cornus

Les groupes procèdent par superposition et obtiennent rapidement le résultat demandé.

Cependant un groupe affirme : "tous les angles sont égaux, il suffit de faire un agrandissement pour le vérifier."



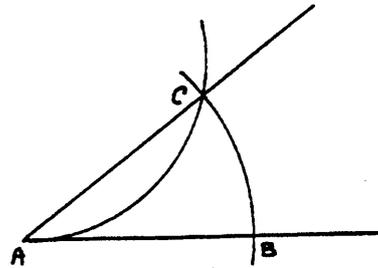
Le parallèle avec la comparaison de longueurs de segments permet de rejeter cette proposition.



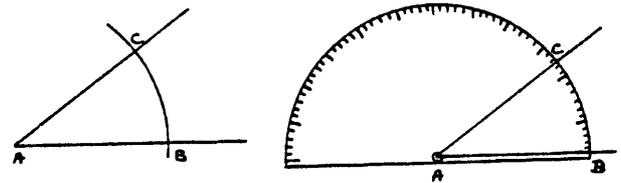
3.2 - Recherche d'une mesure

- 1^{ère} solution

Construire un arc de cercle de centre A et de rayon arbitraire r et mesurer l'angle rectiligne BAC.



Cette démarche est rapprochée de la méthode utilisée pour mesurer avec un rapporteur un angle rectiligne.



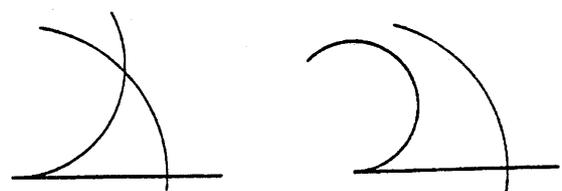
Le cas où les deux arcs de cercle ne se coupent pas est envisagé.

Il est proposé de prolonger l'arc de cercle, comme l'on procède pour un angle rectiligne.

La méthode est discutée : est-ce toujours possible ?

- oui, si l'on se contente d'une solution locale. On prend alors r assez petit.

- non, si l'on recherche une solution n'imposant pas un choix particulier du rayon.



- 2^{ème} solution

Construire la tangente T au cercle au point A et mesurer l'angle rectiligne obtenu.

La méthode paraît satisfaisante.

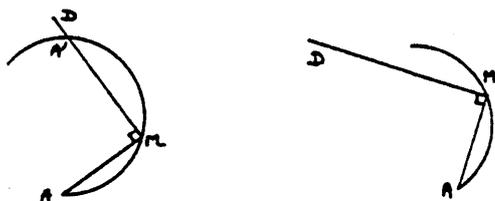


Le nouveau problème à résoudre est : comment tracer une tangente lorsqu'on ne connaît qu'un arc de cercle? Le centre du cercle doit être déterminé.

a) recherche d'un diamètre

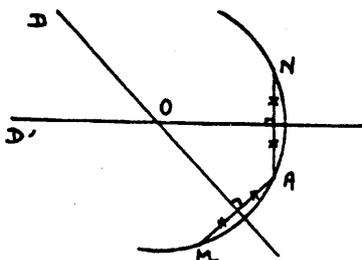
Choisir M arbitraire sur l'arc de cercle, construire la perpendiculaire D à (AM) en A. Le point A' cherché se trouve à l'intersection de D et de l'arc de cercle.

Que faire lorsque l'arc tracé ne coupe pas D?



b) recherche du centre O

Prendre 2 points distincts M et N sur l'arc de cercle. Construire les médiatrices D et D' de [AM] et de [AN]. O se trouve à l'intersection de D et D'. A, M, N n'étant pas alignés, D et D' sont bien sécantes.



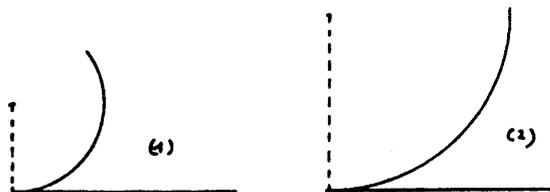
Cette méthode est retenue. Elle donne l'occasion de revoir la construction de la médiatrice d'un segment, de retrouver la définition du cercle de centre O passant par A comme ensemble des points situés à la distance OA de O.

Constat :

La tangente coïncide avec la droite d. En adoptant cette méthode tous les angles connus ont pour mesure 0. On a su associer à chaque angle un nombre... mais cela n'est pas satisfaisant car des angles qui ne se superposent pas sont associés au même nombre...

- 3^{ème} solution

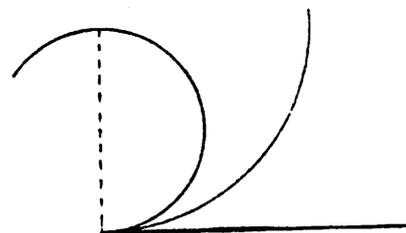
Associer à chaque angle le rayon du cercle qui supporte l'arc de cercle.



(1) est plus grand que (2) mais le nombre associé à (1) est plus petit que celui associé à (2)....

- 4^{ème} solution

Associer à chaque angle les inverses des rayons.



Cette méthode permet par exemple de construire le double d'un angle connu alors que la méthode de report n'est pas concevable ici.

Mais ne mesure-t-on pas autre chose que l'angle connu lui-même?

4 - Conclusions

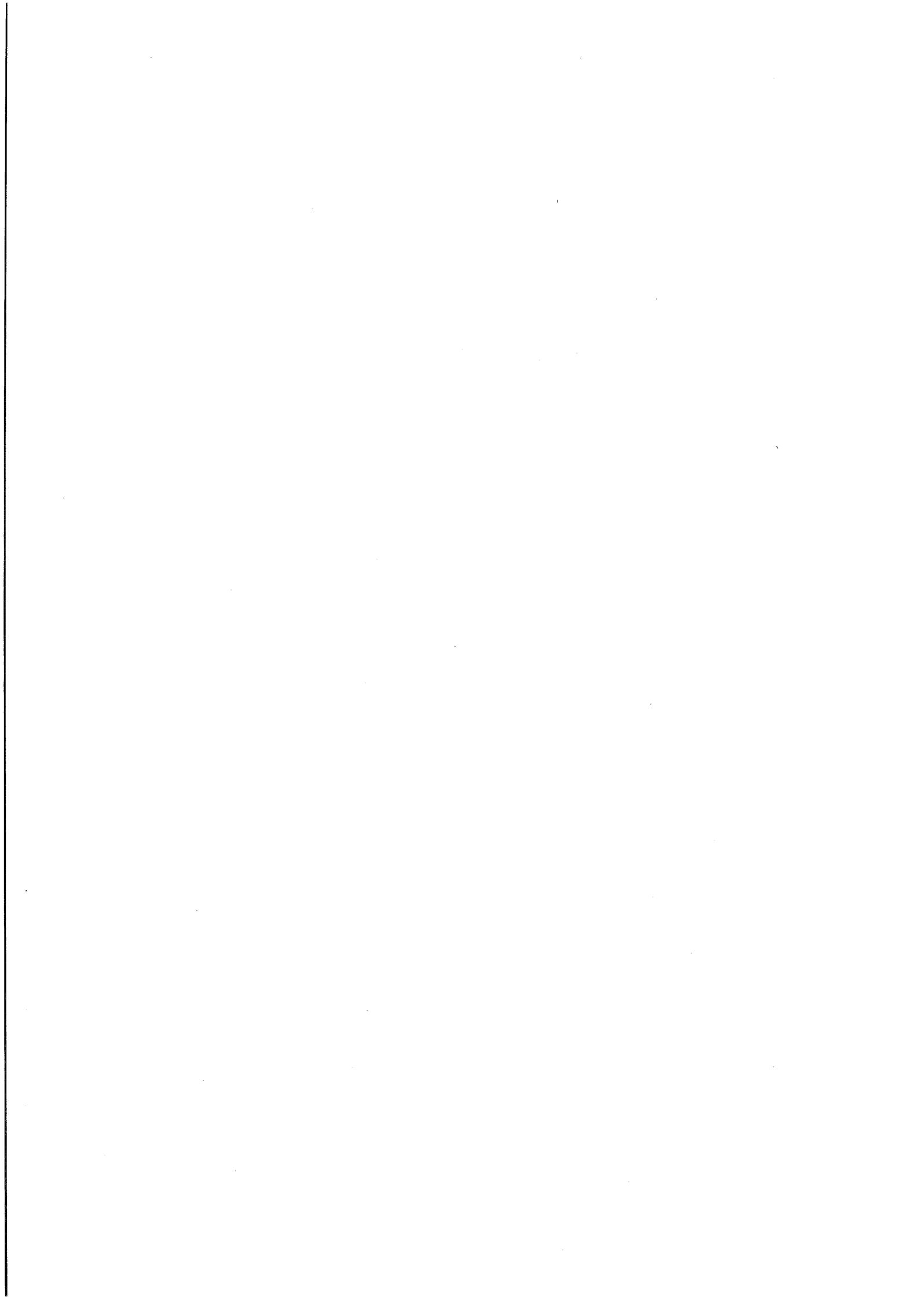
La situation permet :

- de retrouver des notions élémentaires de géométrie en tant qu'outils
- de réfléchir à la validation d'une solution : validation sociale, raison culturelle, raison mathématique.

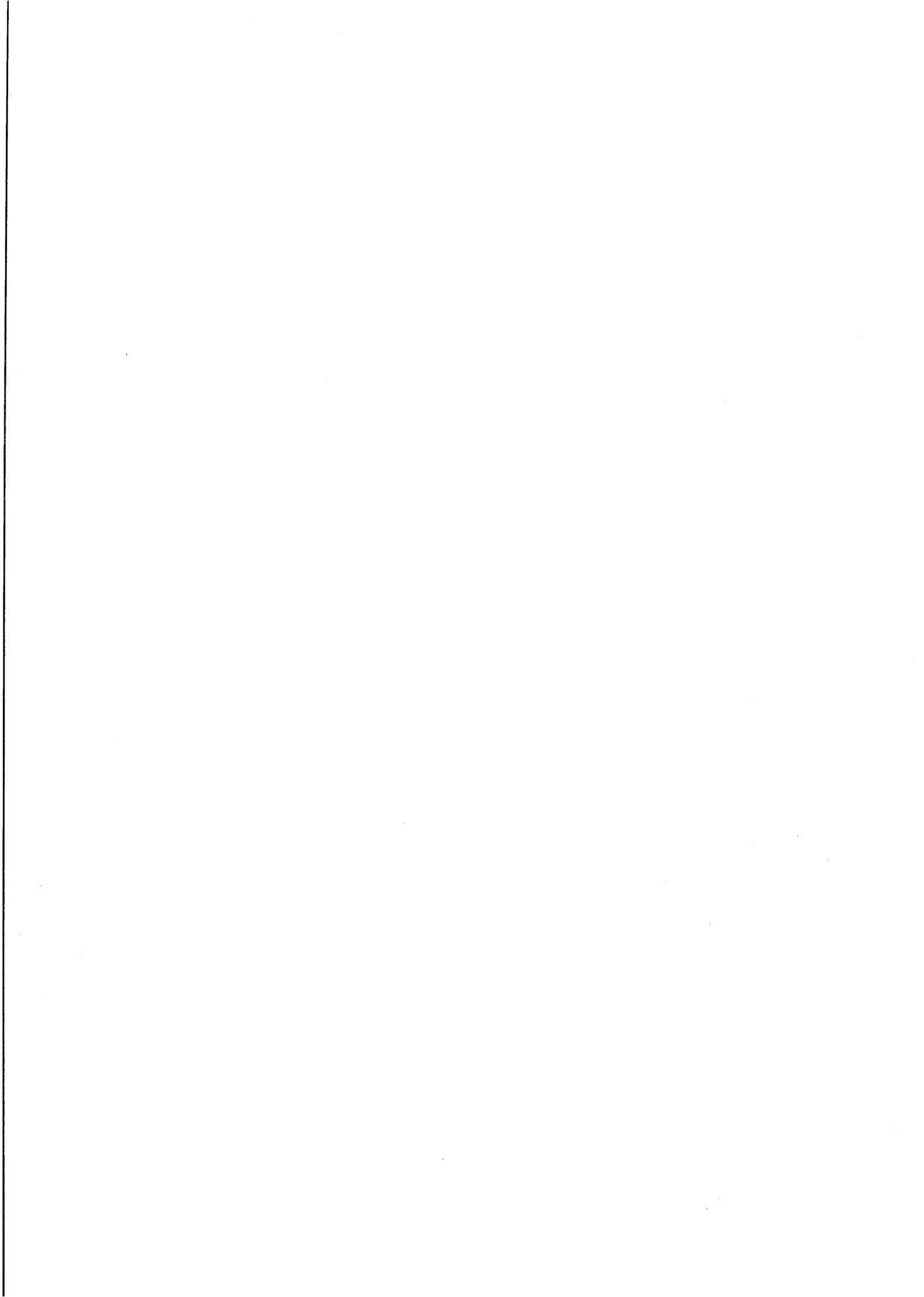
Dans l'histoire on trouve les deux points de vue :

- l'angle de contingence est nul
- l'angle de contingence est une grandeur. Cette grandeur est plus petite que celle de tous les angles rectilignes, mais elle n'est pas nulle ; elle admet des multiples et des sous multiples.

Newton et Leibniz, fondateurs du Calcul Infinitésimal, adoptèrent la seconde position.



Annexe 4 : Questionnaires de début et de fin de formation (QS et QE).



Questionnaire entrée (QE)

Nom :

Donnez trois mots ou expressions qui caractérisent les mathématiques .

A quoi servent les mathématiques à l'école et hors de l'école ?

Quels types de connaissances sont utiles pour enseigner les mathématiques à l'école ?

Pourquoi réussit-on, échoue-t-on en mathématiques ?

Quels sont les moments importants d'un cours de maths à l'école?

Les mathématiques sont-elles une science morte ? Pourquoi ?

Caractériser un bon élève en mathématiques.

Questionnaire entrée (QE)

A quoi reconnaît-on un bon enseignant, un mauvais enseignant ?

Précisez vos demandes dans le cadre de ce cours.

Questionnaire entrée pour les CI.

Nom:

Avez-vous déjà bénéficié d'une formation en mathématiques? Si oui, précisez sa nature.

Depuis combien de temps enseignez-vous?

Dans quels niveaux?

Sur quelles notions, souhaitez vous en priorité avoir une information?

- | | | | |
|-----------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|
| Les mathématiques à la maternelle | <input type="checkbox"/> | La notion de nombre | <input type="checkbox"/> |
| La numération | <input type="checkbox"/> | Addition et soustraction | <input type="checkbox"/> |
| La multiplication | <input type="checkbox"/> | La division | <input type="checkbox"/> |
| La géométrie | <input type="checkbox"/> | Les fonctions numériques et la proportionnalité | <input type="checkbox"/> |
| La résolution de problèmes | <input type="checkbox"/> | Autres (préciser) | |

Quels documents utilisez-vous habituellement pour préparer vos cours de mathématiques?

Vos demandes :

Questionnaire de sortie (QS)

1) Pensez-vous que les mathématiques sont difficiles à enseigner ?

plutôt oui plutôt non

Les difficultés viennent-elles

des contenus,	oui	non
de votre passé scolaire,	oui	non
de la formation en Ecole Normale,	oui	non
des problèmes matériels,	oui	non
autres (préciser)		

2) Quels aspects des mathématiques vous semblent avoir été développés pendant le cours ?

la logique	la rigueur
le raisonnement	l'abstraction
l'utilité	l'imagination
le jeu	la méthode
l'effort	la généralisation

3) a) Relisez-vous vos cours ? toujours souvent parfois jamais

b) Les reprenez-vous ? toujours souvent parfois jamais

4) Avez-vous pu faire des lectures complémentaires dans les bibliographies conseillées ?

5) Pouvez-vous indiquer un cours qui vous a marqué et dire pourquoi ?

6) Quels documents pensez-vous utiliser pour préparer vos séances de mathématiques l'an prochain ?

Questionnaire de sortie (QS)

7) Dans ces différents domaines des mathématiques, indiquez ce que vous vous sentez déjà capable d'enseigner (avec documents et travail normal de préparation).

La numération

Le nombre

Les mathématiques à la maternelle

Les opérations

La géométrie

La mesure

Les nombres décimaux

La résolution de problèmes

La proportionnalité

L'informatique

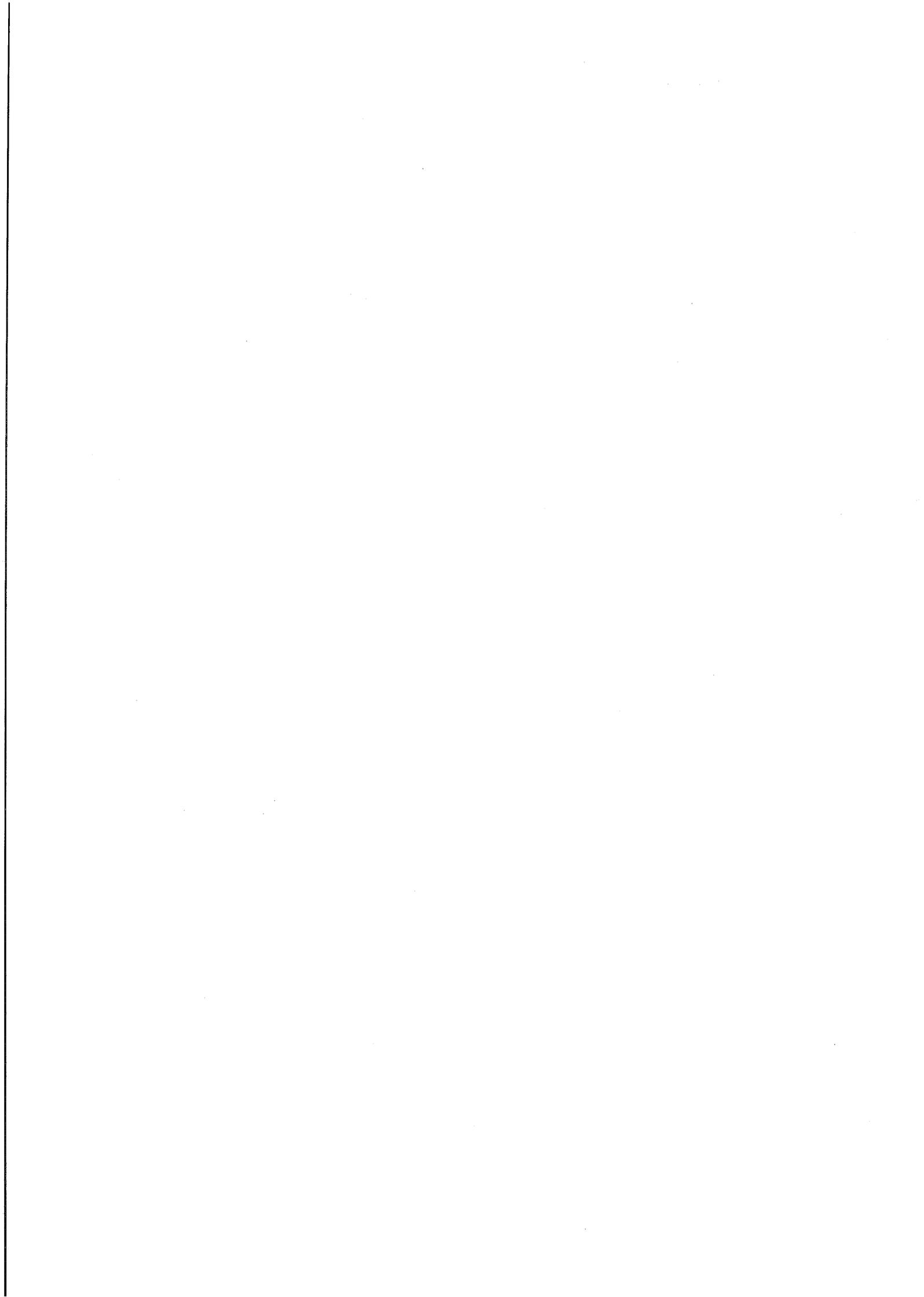
Le calcul mental.

8) A l'issue de votre formation, votre image des mathématiques est-elle plus positive, plus négative ou inchangée ?

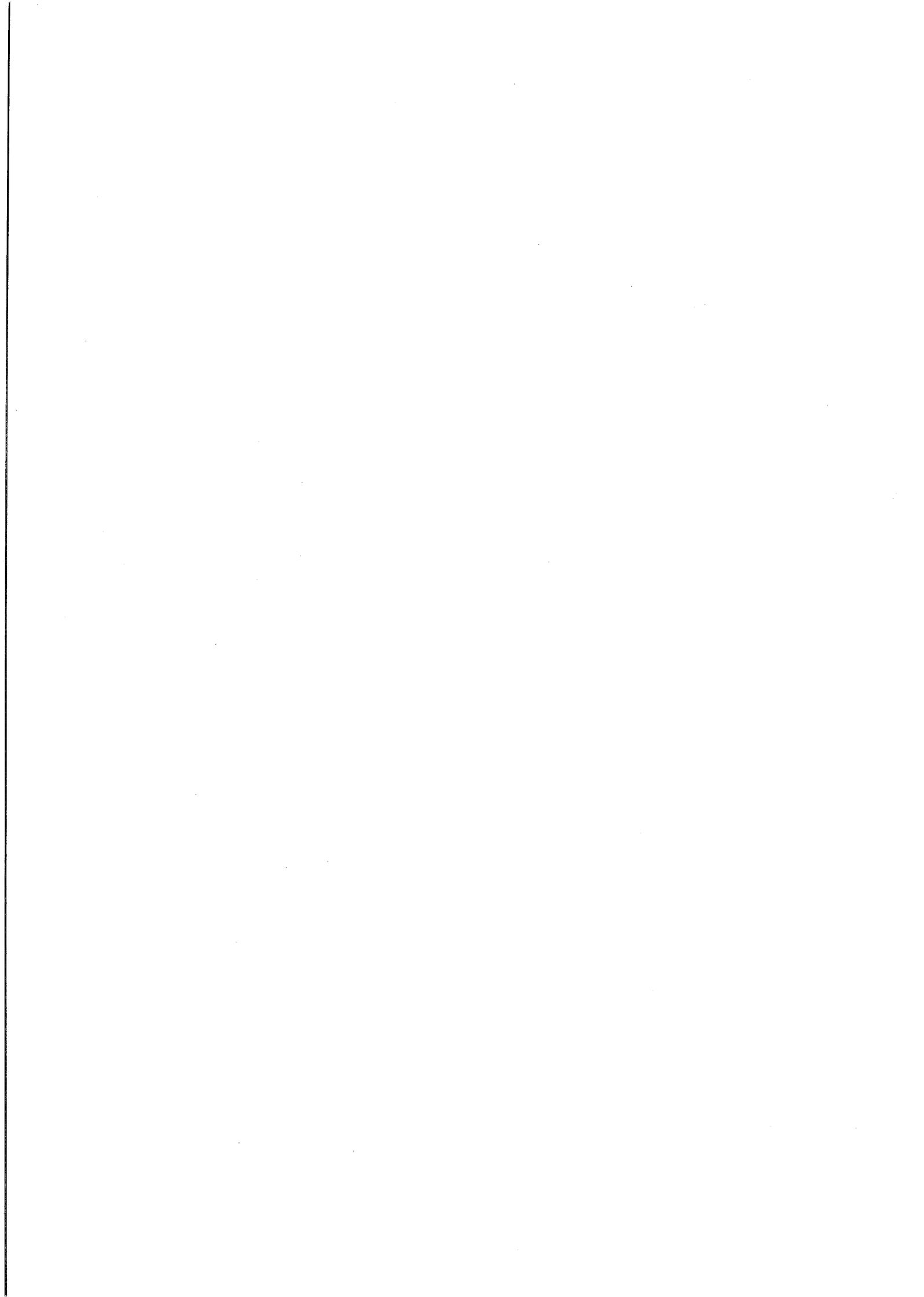
9) Avez-vous pu vous forger votre propre conception de l'enseignement des mathématiques ? (Précisez votre réponse.)

Vous sentez-vous capable de mettre en oeuvre cette conception ?

10) Votre conclusion sur la formation.



**Annexe 5 : Extraits du DEA de didactique de HOUEMENT C et KUZNIAK A, 1986,
Université de Paris VII.**



III.4.2 Un exemple d'activité pure : nos séances d'E.P.S.

Ainsi que nous l'avons déjà signalé, les séquences d'E.P.S. sont dirigées par une maîtresse spécialisée de la ville de Paris. Celle-ci nous avait montré comment elle exerçait, décrit ses activités et défini ses objectifs généraux (maîtrise du corps, de l'espace, etc.).

Pendant notre semaine de pleine responsabilité, nous avons joué le jeu de la polyvalence et assuré les deux séquences d'E.P.S., ceci malgré le barrage de la spécialiste qui nous a privé de matériel en emportant les clés des placards. Curieusement, le fait d'assurer ces séquences est ressenti par les enfants comme une rupture de contrat instituteur/élève.

Ceci étant, nous avons ressenti ces séquences comme une suite d'activités sans finalités précises, si ce n'est d'occuper physiquement les enfants. Nous leur avons fait effectuer des mouvements et des déplacements qui plagiaient ceux que nous avons observés. Il est possible que les enfants aient tiré un bénéfice de ces activités, mais c'est à notre insu, car à aucun moment nous n'avons eu l'idée d'une quelconque action pédagogique précise.

Nous n'avions pas la ressource de faire un acte didactique car ceci n'a que peu de sens en E.P.S. où les objectifs, souvent de l'ordre du savoir-faire, ne peuvent être atteints en peu de temps. Le savoir visé est approché par une suite d'activités physiques bien planifiées et déterminées par la connaissance de l'évolution neurophysiologique de l'enfant. Le maître ignorant les démarches et les objectifs de l'E.P.S. n'a pour seule ressource que d'utiliser les ouvrages qui lui sont destinés. Il fait alors effectuer aux enfants les activités décrites dans ces livres. Il n'en maîtrise pas les finalités et ne peut les évaluer correctement.

Le même problème apparaît en lecture, il est une fois encore résolu en utilisant les manuels, suite de textes à lire, avec parfois quelques actes didactiques (prononciation de certains groupements complexes de lettres).

III.4.3. Exemples d'actes didactiques : Histoire et géographie.

En Histoire, les maîtresses nous avaient demandé de parler des Gaulois. (Notons que ce thème n'est pas au programme). Nous nous sommes trouvés dans l'obligation de transmettre en peu de temps (1 h 30) des informations non constructibles aux enfants.

Nous inspirant des activités d'éveil, nous avons demandé aux élèves d'apporter des documents sur les Gaulois. Dans les deux classes, ils ont apporté des BD (surtout Astérix), un élève a apporté une revue d'archéologie hyperspécialisée (numéros sur les poteries gallo-romaines et la présence des gaulois en Ibérie).

Après une brève discussion sur ces documents, nous avons distribué un résumé photocopié, synthèse harmonieuse de nos représentations enfantines et de saines lectures sur le sujet. Nous avons fait lire le texte et expliqué les termes difficiles.

En fait, nous voyons ici, qu'après avoir tenté une action didactique, nous nous sommes vite orientés vers un acte didactique de transmission assez brutale d'un certain savoir sur les Gaulois. L'objectif était que grâce au texte, les enfants retiennent quelque chose sur les Gaulois.

On remarquera que les disciplines dites d'éveil se prêtent assez bien à cette déviation, vers l'acte didactique, mais elles peuvent aussi (et c'est le reproche qui a causé leur perte) se prêter à l'activité pure sans acquisition de connaissances bien précises (enquêtes qui ne débouchent sur rien, interrogation sans fin sur les représentations des enfants ...)

Nous avons connu le même repli frileux sur l'acte didactique en orthographe, de façon indépendante , dans la classe A à propos de la page 43 du Bled ("c se prononce [s] ou [k]") et dans la classe B sur la page 14 de ce même livre immortel ("entre deux voyelles le "s" se prononce [z]"). Nous avons suivi pour notre action, la démarche actuellement prônée par les linguistes, mais en contradiction avec le Bled, qui consiste à partir du phonème et à noter les différentes graphies. Horreur ! (certes prévue) la profusion

qu'on ne peut pas gérer sur le temps du cours de cas exotiques (képi, quai, zorro, gazon...).

On peut faire trois remarque sur ce qui précède :

1) Le concepteur d'un manuel linéarise dans son ouvrage une action didactique en accord avec ses conceptions. Il est important que les idées du maître et de l'auteur concordent.

2) Quel temps est nécessaire pour gérer une action didactique ?

3) Le découpage du manuel en petites activités permet à l'enseignant sans formation de fonctionner en termes d'acte didactique sans percevoir les finalités exactes de sa pratique.

En fait, le manuel résout, de façon économique pour le maître les deux problèmes précédents : il épargne l'action et gère le temps.

III.4.4. Exemple d'action didactique : nos séquences en mathématiques.

Pour terminer, montrons qu'il est possible même sur un temps bref de raisonner en termes d'action lorsqu'il a aisance disciplinaire.

En mathématiques, les maîtresses n'avaient donné aucune consigne et nous avons pu choisir nos activités avec la double conscience de nos objectifs et du temps nécessaire à leur réalisation.

Nous avons travaillé sur des objectifs limités et non contradictoires avec la progression de la maîtresse, soit parce que les contenus étaient hors du champ habituel du savoir enseigné dans cette école (en géométrie repérage sur des cercles, carrés de Mac Mahon), soit parce que (en numération) nous savions que nous pouvions accélérer le processus sans aucun risque.

Nous allons décrire le travail effectué dans la classe B sur les carrés de Mac-Mahon. Cette activité était la seule qui devait durer plus longtemps que notre stage et engageait d'une certaine façon la maîtresse.

L'action didactique visait à amener les enfants à maîtriser la construction du carré après avoir dégagé ses différentes propriétés notamment celles concernant les angles et les longueurs.

Pour réaliser cette activité on utilise trois couleurs différentes de papier, des ciseaux et du scotch. On fournit un triangle rectangle isocèle comme modèle à chaque équipe. La classe est répartie par équipe de deux.

On demande aux enfants de découper quatre triangles égaux et de réaliser un carré avec ces quatre morceaux, puis ils doivent recommencer afin d'obtenir le plus grand nombre possible de carrés ne différent que par leurs couleurs.

Les enfants se lancèrent avec passion dans les découpages et les collages et stockèrent leurs carrés dans une enveloppe.

Lors des différentes synthèses, nous eûmes plusieurs discussion visant à éliminer les carrés non désirés avec le questionnement suivant :

- Deux carrés étaient-ils identiques ? (à une isométrie près)
- Le carré est-il bien fait ?

Ces séquences de synthèses sont conçues comme un élément essentiel de l'action. C'est elles qui amènent l'enfant à formuler les propriétés du carré (diagonales perpendiculaires)

La maîtresse titulaire a accepté de poursuivre cette activité après le stage, mais elle le fit pendant les travaux manuel sans aucune formulation. C'est ainsi que ce qui à l'origine était conçu comme action s'est transformé en activité pure de découpage. Ce n'était pas sa fonction initiale.

III.5 Conclusion.

Nous espérons que cette série d'exemples a permis de préciser les différences que nous faisons entre ces trois notions d'activité pure, d'acte et d'action.

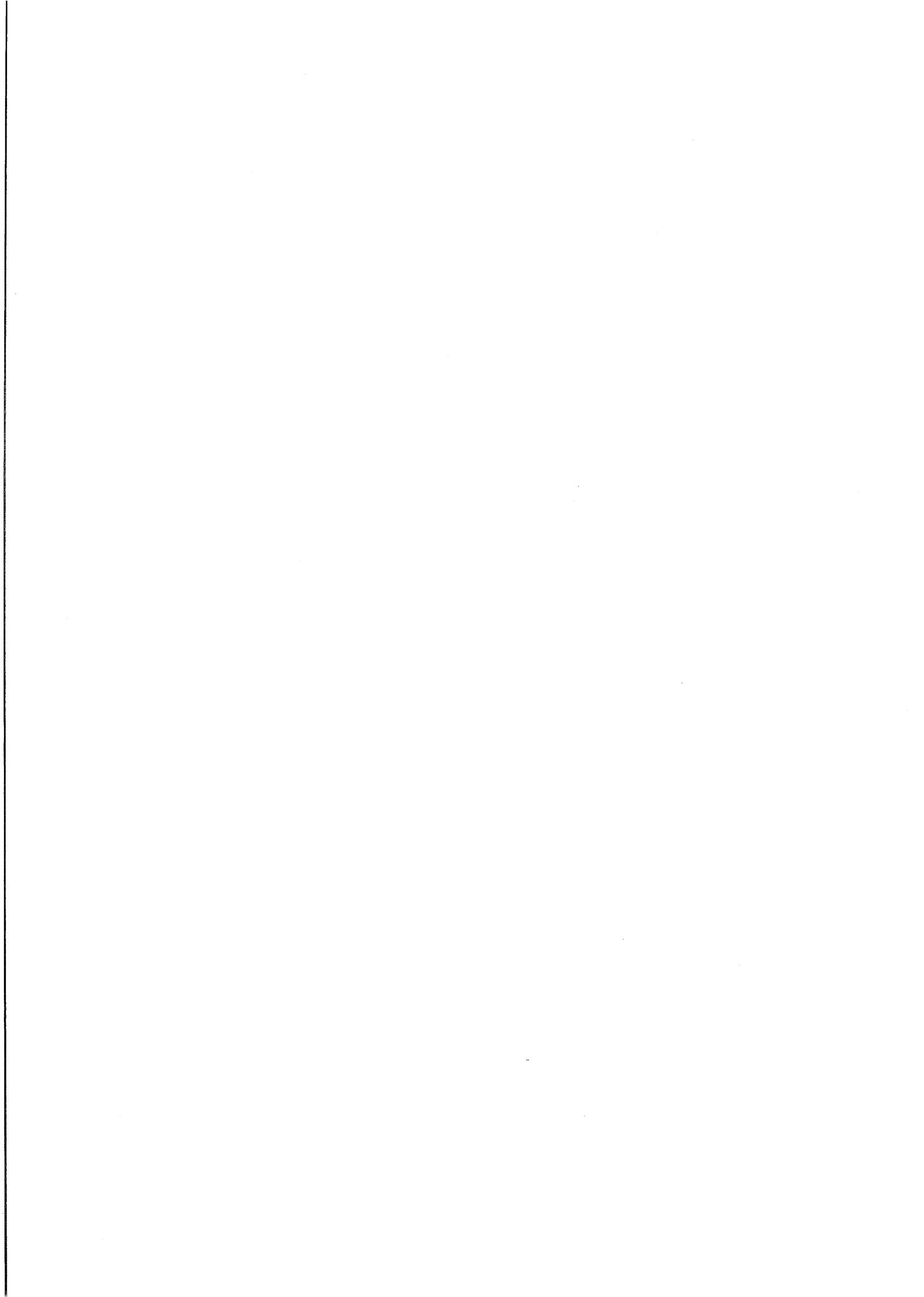
Notre expérience (dans ce stage et en suivi de Normaliens) nous permet de dire que l'activité pure et l'acte ne sont généralement pas le résultat d'un choix du maître mais la

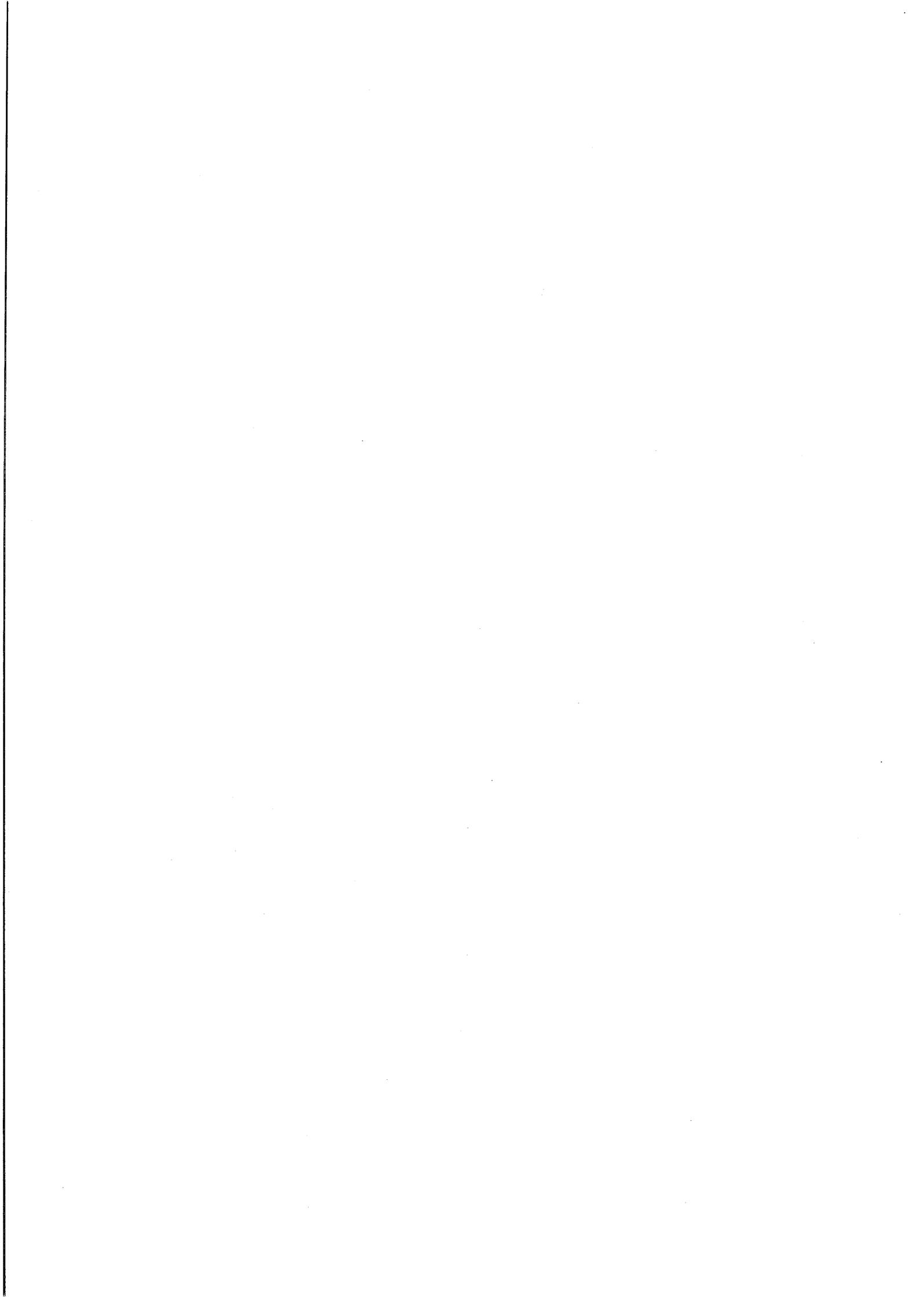
conséquence d'une compétence insuffisante, aussi bien disciplinaire (manque de recul) que didactique (ignorance de la diversité des moyens d'approche pédagogique).

La maîtrise de l'action passe par un approfondissement disciplinaire et didactique qui insiste sur la gestion temporelle de la classe. Contrairement à l'acte qui vit sur l'illusion d'une identité du temps du maître et du temps de l'élève, l'action évolue constamment en fonction de l'enfant.

La nécessité d'expérimentation et la gestion difficile du feed-back de l'élève rendent difficilement réalisable, surtout pour un débutant, un enseignement de type action pendant longtemps dans toutes les disciplines. D'ailleurs est-ce souhaitable ?

L'organisation pédagogique de la classe apparaît comme le résultat d'une dialectique entre acte et action répartie sur le long terme de l'année scolaire. Pour répondre à une question souvent posée, n'est-ce pas lorsqu'il croit maîtriser cette dialectique que le maître cesse d'être un débutant ?





RESUME

Dans cette thèse soutenue en 1994, sur un sujet qui n'était pas encore abordé dans des recherches en didactique, A. Kuzniak a ouvert la voie à un champ largement investi depuis : les pratiques de formation des enseignants (pour les futurs professeurs d'école). Il a mis en évidence une classification des situations de formation utilisées pour les PE (notamment homologie et transposition). Ce qui différencie les différentes situations correspond en particulier à l'institutionnalisation qui en est faite, mathématique, mathématique et/ou didactique. Ce travail a été repris systématiquement dans les recherches suivantes, ce qui est une illustration de son grand intérêt.

MOTS CLES

formation des PE,
mathématiques,
didactique,
stratégies de formation,
homologie,
transposition.

Editeur : IREM
Université PARIS VII
Directeur responsable de la
publication : M. ARTIGUE
2 Place Jussieu. Case 7018
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : Février 1994
ISBN : 2-86612-162-7